

ЗАДАЧИ

1. Определить расход массы газа Q при изотермическом стационарном пуазейлевом течении его вдоль прямолинейной трубы длины l с постоянным поперечным сечением S .

Решение. Возьмем бесконечно малый участок трубы длиной dx . При течении на этом участке газ можно считать несжимаемым и применить к нему формулу Пуазейля (1799—1869)

$$Q = -C \frac{\rho S^2}{\eta} \frac{dP}{dx},$$

где C — постоянная, которая для круглой трубы равна $C = 1/(8\eta)$ (см. т. I, § 97). Исключая плотность ρ с помощью уравнения Клапейрона, получим

$$Q = -C \frac{\mu S^2}{\eta RT} P \frac{dP}{dx}.$$

Расход Q при стационарном течении одинаков вдоль всей трубы. Вязкость η зависит только от T и при изотермическом течении остается постоянной. Поэтому интегрирование дает

$$Q = C \frac{\mu S^2}{2\eta RT} \frac{P_1^2 - P_2^2}{l}. \quad (89.13)$$

2. Найти стационарное распределение температур в плоскопараллельном слое газа, на границах которого поддерживаются постоянные температуры. Считать, что $\kappa \sim \sqrt{T}$. То же для сферического и цилиндрического слоев (см. § 53).

Ответ. В формулах § 53 надо сделать замену $T \rightarrow T^{3/2}$, $T_1 \rightarrow T_1^{3/2}$, $T_2 \rightarrow T_2^{3/2}$.

§ 90. Самодиффузия в газах

1. Допустим, что закрытая горизонтальная труба разделена на две части перегородкой. По одну сторону перегородки находится какой-то газ 1, а по другую — газ 2. Пусть давления и температуры обоих газов одинаковы. Если удалить перегородку, то газы начнут перемешиваться. Причиной этого является хаотическое тепловое движение молекул. Спустя некоторое время концентрации компонентов смеси станут одинаковыми по обе стороны перегородки. Такое проникновение молекул одного газа в среду молекул другого газа называется *взаимной или концентрационной диффузией газов*. Для наблюдения диффузии трубу можно расположить и вертикально. Только в этом случае сверху перегородки должен находиться более легкий, а снизу — более тяжелый газ.

Если газы по обе стороны перегородки тождественны, то диффузия также будет происходить. В этом случае она называется *самодиффузией*. Макроскопически самодиффузию наблюдать нельзя, так как из-за тождественности молекул она не может проявиться ни в каком макроскопическом явлении. Для наблюдения самодиффузии надо как-то «пометить» часть молекул газа. Практически это можно сделать, если вместо однородного газа взять смесь двух изотопов его, один из которых является радиоактивным. Можно также взять смесь двух различных газов (например, CO и N₂), молекулы

которых одинаковы по массе и практически имеют одинаковые размеры.

2. Допустим, что концентрации «меченых» молекул n_1 и «немеченых» n_2 меняются в направлении оси трубы. Примем эту ось за координатную ось X . Если общая концентрация частиц $n = n_1(x) + n_2(x)$ и температура газа остаются постоянными, то будет постоянно и давление во всем газе. Поэтому макроскопическое движение в газе возникнуть не может, и перемешивание молекул возможно за счет одной только диффузии. Молекулы газа 1 и молекулы газа 2 будут диффундировать в противоположных направлениях — от мест большей концентрации к местам меньшей концентрации. Для количественного описания явления введем понятие *диффузионного потока*. *Диффузионным потоком Γ называется количество молекул рассматриваемого типа, проходящих при диффузии через единичную площадку, перпендикулярную к градиенту концентрации, в единицу времени*. Задача теории диффузии сводится к вычислению диффузионных потоков.

Для вычисления потоков Γ_1 и Γ_2 обоих газов при самодиффузии можно воспользоваться формулой (89.2). Роль «переносимой величины» g в этом случае играют относительные концентрации газов $c_1 = n_1/n$ и $c_2 = n_2/n$. Подставляя их в (89.2), находим для диффузионного потока первого газа

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{3} n \bar{v} \lambda \frac{dc_1}{dx} = -\frac{1}{3} \bar{v} \lambda \frac{dn_1}{dx}.$$

Аналогичное выражение напишем для газа 2. Таким образом,

$$\Gamma_1 = -Dn \frac{dc_1}{dx}, \quad \Gamma_2 = -Dn \frac{dc_2}{dx}. \quad (90.1)$$

Так как полная концентрация $n = n_1 + n_2$ остается постоянной, то формулы (90.1) можно также записать в виде

$$\Gamma_1 = -D \frac{dn_1}{dx}, \quad \Gamma_2 = -D \frac{dn_2}{dx}. \quad (90.2)$$

Но если величина n не постоянна, а меняется в пространстве под действием какой-либо причины (например, силового поля или градиента температуры), то формулы (90.2) становятся непригодными. В таких случаях надо пользоваться более общими формулами (90.1).

Из постоянства полной концентрации $n = n_1 + n_2$ следует $\frac{dn_1}{dx} + \frac{dn_2}{dx} = 0$, а потому $\Gamma_1 = -\Gamma_2$. Диффузионные потоки обоих газов одинаковы по величине, но направлены противоположно.

Формулы (90.1) показывают, что *диффузионный поток пропорционален градиенту концентрации*. Это — *закон Фика*. Величина D называется *коэффициентом диффузии*. В случае самодиффузии она определяется выражением

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda. \quad (90.3)$$

3. Закон Фика справедлив и для взаимной диффузии различных газов. Однако здесь формула (90.3), вообще говоря, неприменима. Ею можно пользоваться только в тех случаях, когда концентрация рассматриваемого газа очень мала по сравнению с концентрацией другого газа смеси. При выполнении этого условия средняя длина свободного пробега молекул рассматриваемого газа λ определяется столкновениями их только с молекулами другого газа смеси. Взаимные же столкновения между молекулами рассматриваемого газа, ввиду малости его относительной концентрации, роли не играют. Аналогичная ситуация встречается и при *диффузии нейтронов* в графите. Это явление используется для *замедления нейтронов* в ядерных реакторах. Ввиду малости концентрации нейтронов последние ведут себя как молекулы идеального газа, сталкивающиеся время от времени с ядрами атомов графита. Диффузия нейтронов хорошо описывается формулой (90.3). Длина свободного пробега нейтронов в графите порядка сантиметра.

Когда концентрации обоих газов в смеси одного порядка, то при построении теории концентрационной диффузии по методу средней длины свободного пробега надо вводить две средние длины свободного пробега: для молекул первого и второго газов. Эти длины свободного пробега являются характеристиками рассматриваемой смеси газов. Теория получается довольно громоздкой и плохо согласуется с экспериментом. Лучшие результаты дают теории, в которых понятие длины свободного пробега не используется. Мы изложим в § 92 один из вариантов приближенных теорий такого типа, в основе которого лежит *формула Эйнштейна*, выводимая в следующем параграфе.

§ 91. Связь коэффициента диффузии с подвижностью частицы

1. Понятием *подвижности* мы уже пользовались в § 64 при рассмотрении теории броуновского движения. Там это понятие применялось к броуновским частицам, движущимся в жидкости под действием постоянных сил. Но оно применимо и к частицам молекулярных и атомных размеров, например к ионам, движущимся в электролите. На заряженный ион в постоянном электрическом поле действует постоянная сила F , пропорциональная напряженности электрического поля. Кроме того, при движении ион испытывает столкновения с окружающими молекулами и ионами. При отсутствии внешней силы F движение иона было бы *полностью беспорядочным*. При наличии постоянной силы F появляется *преимущественное направление скорости иона*. На беспорядочное тепловое движение накладывается *регулярное движение* в направлении силы F . Скорость этого регулярного движения мы обозначим u . Вектор u есть не что иное, как средняя скорость, с которой перемещается ион: