Разность концентраций $c_1(T) - c_1(T_0)$ при температурах T и T_0 называется *разделением*. Обычно k_T почти не зависит от температуры, однако заметно изменяется при изменении состава, а потому формула (94.3) сохраняет смысл лишь при условии, что неоднородность состава в сосуде незначительна.

3. Термическая диффузия (как и обычная концентрационная диффузия) в сочетании с тепловой конвекцией используется на практике для *разделения изотопов*. Метод этот был предложен и осуществлен Клузиусом и Дикелем в 1938 г. Принцип метода весьма прост. Представим себе закрытый высокий прямоугольный ящик, наполненный смесью двух газов и поставленный вертикально (рис. 86). Пусть противоположные стенки ящика поддерживаются при разных температурах. Вследствие термодиффузии более легкий газ будет собираться у горячей стенки, тяжелый — у холодной. Разность равновесных концентраций каждого компонента у горячей и холодной стенок определяется формулой (94.3). Обогащенный легким компонентом газ у горячей стенки будет подниматься вверх, а обогащенный тяжелым компонентом — опускаться вниз у холодной стенки (тепловая конвекция). В результате этого вверху будет преимущественно концентрироваться легкий компонент смеси, а внизу — тяжелый. На практике применяют вертикальные цилиндрические трубки длиной 5—10 м и диаметром до 10 мм. По оси трубки натягивается платиновая проволока, нагреваемая электрическим током до 1000—1700 °С. Платиновая проволока играет роль горячей, а внутренняя поверхность трубки — холодной стенок. Из таких трубок, поставленных друг над другом, образуется *разделительная колонка*. Обогащенный легким компонентом газ из каждой трубки поступает в вышестоящую трубку и там обогащается дальше.

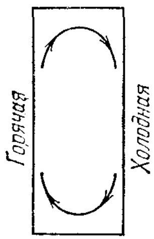

Рис. 86.

§ 95. Явления в разреженных газах

1. *Если средняя длина свободного пробега λ того же порядка, что и характерный линейный размер сосуда d, в котором заключен газ, или больше, то состояние газа называют вакуумом.* Воздух в комнате, например, при атмосферном давлении в состоянии вакуума не находится, так как в этом случае $\lambda \sim 10^{-5}$ см. Однако в сосуде, линейные размеры которого меньше 10^{-5} см (поры дерева и многих других пористых тел), тот же воздух уже находится в условиях вакуума.

Различают три вида вакуума: 1) *низкий*, когда λ меньше характерного размера сосуда d, но приближается к нему, 2) *средний*, когда λ сравнима с d, 3) *высокий* (или *глубокий*), когда λ значительно больше d. Газ в состоянии высокого вакуума называется *ультраразреженным*.

В плотных газах $\lambda \ll d$. В этих случаях столкновения между молекулами самого газа играют основную роль в его поведении. Только такие случаи и имелись в виду во всем предшествующем изложении (за исключением пункта 8 § 89). В другом предельном случае, когда газ становится ультраразреженным, столкновения между самими молекулами относительно редки и перестают играть заметную роль. Основную роль в этом случае играют столкновения молекул со стенками сосуда. Это уже было показано на примере зависимости коэффициентов трения и теплопроводности газа от его плотности (см. § 89, пункт 8).

Одной из особенностей высокого вакуума является невозможность возникновения в нем конвекционных потоков. Это связано с тем, что в высоком вакууме молекулы практически не сталкиваются между собой, а движутся от стенки к стенке совершенно независимо. Наиболее трудным для теории является случай среднего вакуума, когда $\lambda \sim d$.

2. Эффузия разреженного газа. Пусть сосуд разделен перегородкой на две части A и B. Часть A заполнена газом, в части B газа нет. Выделим мысленно на поверхности перегородки площадку s. Число молекул, ежесекундно ударяющихся об эту площадку, определяется формулой (75.5) или (75.6), т. е. равно

$$N = \frac{1}{4} n\bar{v}s = ns\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = C\frac{Ps}{\sqrt{mT}}, \tag{95.1}$$

где C — постоянная, равная $\sqrt{\frac{1}{2\pi k}}$. Проделаем теперь в перегородке отверстие, площадь которого равна s. Чему равно число молекул, пролетающих ежесекундно через это отверстие из A в B? Ответ зависит от размеров отверстия, толщины перегородки и средней длины свободного пробега λ.

При обычных давлениях и не слишком малом отверстии средняя длина свободного пробега очень мала по сравнению с размерами отверстия. В этом случае вблизи отверстия возникает упорядоченное коллективное движение газа, направленное к отверстию. Его можно рассматривать как гидродинамическое течение, обусловленное разностью давлений в газе. Распределения концентрации и скоростей молекул газа вблизи отверстия претерпят существенные изменения по сравнению с теми, какими они были бы при отсутствии отверстия. Формула (95.1) к рассматриваемому случаю не применима, так как она выведена в предположении, что молекулы газа движутся хаотически. Но если размеры отверстия, а также толщина перегородки малы по сравнению с λ, то столкновения между молекулами перестают играть роль. Все определяется столкновениями молекул со стенками сосуда. Если в перегородке проделать малое отверстие, то площадь стенок, с которыми сталкиваются молекулы, изменится пренебрежимо мало. Это никак не скажется на распределении концентрации и скоростей молекул во всем сосуде, в частности и вблизи отверстия. В этом случае формула (95.1) применима.

Поток молекул газа через отверстие в стенке называется *эффузионным потоком,* если размеры отверстия и толщина стенки малы по сравнению с длиной свободного пробега λ.

Допустим теперь, что по разные стороны перегородки находится один и тот же газ, но при разных давлениях и температурах. Если газ находится в состоянии высокого вакуума, то возникнут два эффузионных потока: из A в B и из B в A. Ввиду отсутствия столкновений между молекулами эти два потока совершенно независимы друг от друга. Поэтому количество молекул, ежесекундно проходящих через отверстие s из A в B, определится выражением

$$N=\frac{Cs}{\sqrt{m}}\left(\frac{P_A}{\sqrt{T_A}}-\frac{P_B}{\sqrt{T_B}}\right), \tag{95.2}$$

где P_A, P_B, T_A, T_B — давления и температуры газа в A и B. В состоянии равновесия, когда средние числа молекул в A и B остаются неизменными, должно быть $N=0$, т. е.

$$\frac{P_A}{\sqrt{T_A}}=\frac{P_B}{\sqrt{T_B}}. \tag{95.3}$$

Наконец, рассмотрим случай, когда по разные стороны перегородки находятся разные газы: в части A — газ 1 с молекулами массы m_1, в части B — газ 2 с молекулами массы m_2. В результате эффузии газ 1 проникнет в B, газ 2 — в A. Пусть $P_{1,A}$ и $P_{1,B}$ — парциальные давления газа 1 по разные стороны перегородки. Аналогичные обозначения введем для газа 2. Поток газа 1 из A в B будет

$$N_1=\frac{Cs}{\sqrt{m_1}}\left(\frac{P_{1,A}}{\sqrt{T_A}}-\frac{P_{1,B}}{\sqrt{T_B}}\right).$$

Обратный поток газа 2 из B в A:

$$N_2=\frac{Cs}{\sqrt{m_2}}\left(\frac{P_{2,B}}{\sqrt{T_B}}-\frac{P_{2,A}}{\sqrt{T_A}}\right).$$

В начальный момент, когда $P_{2,A}=P_{1,B}$,

$$\frac{N_1}{N_2}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\sqrt{\frac{T_B}{T_A}}\frac{P_1}{P_2}. \tag{95.4}$$

В частности, когда температуры и начальные давления одинаковы,

$$\frac{N_1}{N_2}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

Эффузионные потоки при прочих равных условиях обратно пропорциональны квадратным корням из масс молекул. На этом основан один из методов разделения изотопов. В нем используется эффузия через мембрану со множеством малых отверстий.

3. Тепловая эффузия. Пусть два сосуда 1 и 2 соединены между собой трубкой (рис. 87) и поддерживаются при разных температурах T_1 и T_2. Когда поперечное сечение трубки очень велико по сравнению с длиной свободного пробега, газ можно рассматривать как сплошную среду. Условие равновесия в этом случае носит гидродинамический характер: должны быть равны деления P_1 и P_2 в обоих сосудах. В противоположном случае, когда длина свободного пробега очень велика по сравнению с поперечными размерами трубки, гидродинамический подход неприменим. Условие равновесия требует, чтобы среднее число частиц газа, проходящих через трубку в одном направлении, было равно среднему числу частиц, проходящих в противоположном направлении. Это условие приводит к соотношению (95.3) или в новых обозначениях

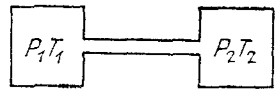

Рис. 87.

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}. \qquad (95.5)$$

Следовательно, если температуры T_1 и T_2 различны, то при равновесии будут различны и давления P_1 и P_2.

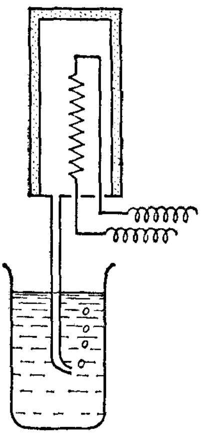

Рис. 88.

Допустим теперь, что сосуд разделен пористой перегородкой на две части, поддерживаемые при разных температурах T_1 и T_2. Пусть размеры пор малы по сравнению с длиной свободного пробега. (Обычно пористые перегородки удовлетворяют этому условию уже при атмосферном давлении). Тогда к рассматриваемому случаю применимо соотношение (95.5). Если первоначальные давления P_1 и P_2 были равны, то газ начнет перетекать в направлении от более низкой к более высокой температуре. Это явление называется *тепловой эффузией* или *эффектом Кнудсена* (1871—1949).

Поль (род. 1884 г.) предложил следующую демонстрацию этого явления. Берется пористый стакан из необожженной глины, внутри которого находится электрический нагреватель (рис. 88). Воздух из сосуда может выходить наружу через стеклянную трубку, нижний конец которой погружен в воду. Так как температура внутри сосуда выше температуры окружающего воздуха, то наружный воздух непрерывно всасывается внутрь сосуда. Давление в сосуде повышается, и излишек воздуха непрерывно выходит через стеклянную трубку в виде пузырьков.

Тепловая эффузия играет важную роль в явлениях природы. Днем поверхность земли нагревается солнечными лучами. Воздух из более глубоких слоев почвы выходит по капиллярам на поверхность и рассеивается ветром. Ночью наружный слой почвы охлаждается, и возникает обратный поток воздуха с поверхности в более глубокие слои почвы. Так возникает обмен воздуха в почве, необходимый для нормальной жизни растений.

4. Условие (95.5) не так просто обосновать. Оно было бы очевидным, если бы соединительная трубка была бесконечно короткой. Тогда ее можно было бы рассматривать как малое отверстие в стенке между сосудами 1 и 2. Но если соединительная трубка длинная, то дело обстоит сложнее. Допустим, что соединительная трубка имеет цилиндрическую форму. С левого конца в нее ежесекундно входит $N_1 = {}^1/_4 n_1 \bar{v}_1 s$ частиц. Часть из этих частиц отражается обратно в сосуд 1, часть проходит в сосуд 2. Число прошедших частиц можно представить в виде $N_{12} = {}^1/_4 n_1 \bar{v}_1 s \alpha_{12}$, где α_{12} — «коэффициент прохождения» в направлении от сосуда 1 к сосуду 2. В обратном направлении из 2 в 1 проходит $N_{21} = {}^1/_4 n_2 \bar{v}_2 \alpha_{21}$ частиц, где α_{21} — коэффициент прохождения в этом направлении. В установившемся состоянии $N_{12} = N_{21}$, т. е.

$$\alpha_{12} n_1 \bar{v}_1 = \alpha_{21} n_2 \bar{v}_2. \tag{95.6}$$

Трудность вопроса состоит в доказательстве соотношения $\alpha_{12} = \alpha_{21}$. Что это соотношение, по-видимому, справедливо, показывают следующие соображения. Коэффициент прохождения ультраразреженного газа через трубку не может зависеть от его давления, так как молекулы такого газа между собой практически не сталкиваются, а претерпевают столкновения только со стенками трубки. Значительно труднее выяснить влияние температуры. Значения коэффициентов α_{12} и α_{21} зависят от характера взаимодействия молекул со стенкой при столкновениях. Допустим, что молекулы газа приходят в тепловое равновесие со стенкой в результате уже одного или немногих столкновений, причем отражение их является изотропным. Если эта гипотеза справедлива, то относительная доля молекул, выбывающих из пучка при отражении, зависит только от температуры точки, в которой произошло столкновение, но не будет зависеть от направления распространения пучка. Один пучок распространяется в сторону повышения, другой — в сторону понижения температуры. Точки на поверхности трубки, в которых молекулы отражаются и выбывают из пучков, проходятся пучками в обратной последовательности. Но это обстоятельство не может сказаться на потере частиц в результате всех отражений, а потому $\alpha_{12} = \alpha_{21}$. Тогда (95.6) сводится к

$$n_1 \bar{v}_1 = n_2 \bar{v}_2, \tag{95.7}$$

а это соотношение уже легко приводится к виду (95.5). То обстоятельство, что закон (95.5) подтверждается на опыте, может рассматриваться как экспериментальное доказательство соотношения $\alpha_{12} = \alpha_{21}$.

5. Изотермическая эффузия через пористую перегородку. Допустим, что сосуд разделен на две части пористой перегородкой. Пусть по разные стороны перегородки находятся разные газы, а размеры пор малы по сравнению с длиной свободного пробега. Предположим, что давления и температуры газов одинаковы. Тогда будет справедливо соотношение (95.5). Если $m_1 > m_2$, то $N_1 < N_2$. Это значит, что более легкий газ будет быстрее проходить через пористую перегородку, чем более тяжелый. Явление называется *изотермической эффузией через пористую перегородку*.

Возьмем стакан A из пористой глины, соединенный резиновой трубкой C с U-образным водяным манометром M (рис. 89). Сверху наденем на него более широкий стеклянный стакан B. Подведем под стеклянный стакан резиновую трубку D, по которой пропускается водород. Вследствие изотермической эффузии водород быстрее поступает внутрь пористого стакана, чем воздух выходит из него. Манометр покажет увеличение давления газа внутри пористого стакана. Если снять стеклянный стакан, то наоборот, давление газа в пористом стакане начнет падать и сделается меньше давления наружного воздуха.

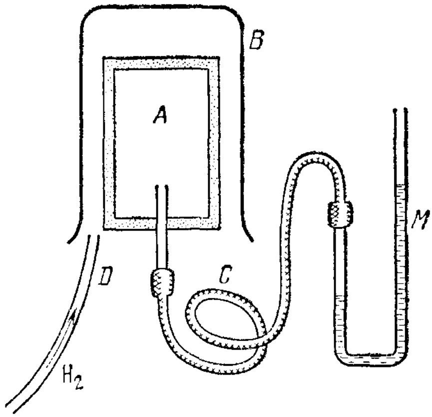

Рис. 89.

6. Тепловое скольжение. Допустим, что поверхность тела нагрета неравномерно. Для простоты предположим, что эта поверхность плоская, а температура возрастает в направлении оси X (рис. 90). Примыкающий к поверхности тела газ становится также неравномерно нагретым. Молекулы газа при отражении от тела передают ему не только нормальный, но и тангенциальный импульс. Но так как молекулы приходят справа с большими тепловыми скоростями, то они передают телу больший тангенциальный импульс, чем молекулы, приходящие слева. В результате возникает тангенциальная составляющая силы, действующая на тело справа налево. По третьему закону Ньютона на пристеночный слой газа должна действовать равная и противоположно направленная сила. Газ придет в движение в направлении оси X, т. е. в сторону возрастания температуры. Это явление называется *тепловым скольжением*.

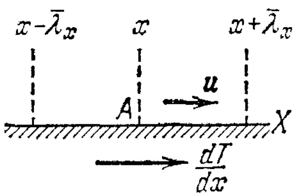

Рис. 90.

Нетрудно оценить скорость газа u, когда процесс теплового скольжения станет стационарным. Пусть $\bar{v}_x$ означает среднее значение модуля x-составляющей тепловой скорости молекулы газа, а $\bar{\lambda}_x$ — среднее значение модуля проекции длины свободного пробега на ось X. Рассмотрим какую-либо точку A на поверхности тела с координатой x. При рассмотрении передачи импульса в точке A можно рассуждать так, как если бы все молекулы, попадающие в эту точку, испытали последние столкновения в плоскостях $x+\bar{\lambda}_x$ и $x-\bar{\lambda}_x$ (см. § 89, пункт 2). Если газ скользит со скоростью u, то средние значения скорости молекулы вдоль оси X в этих плоскостях будут соответственно $\bar{v}_x(x+\bar{\lambda}_x)-u$ и $\bar{v}_x(x-\bar{\lambda}_x)+u$. При стационарном скольжении передача тангенциального импульса от газа к телу и обратно прекратится. Это будет при выполнении условия

$$\bar{v}_x\,(x+\bar{\lambda}_x)-u=\bar{v}_x\,(x-\bar{\lambda}_x)+u,$$

откуда

$$u=\bar{\lambda}_x\,\frac{d\bar{v}_x}{dx}.$$

Очевидно $\overline{\lambda^2}=\overline{\lambda_x^2}+\overline{\lambda_y^2}+\overline{\lambda_z^2}=3\overline{\lambda_x^2}$. Не внося существенной ошибки, положим $\bar{\lambda}_x=\lambda/\sqrt{3}$. Далее $m\bar{v}_x^2\approx kT$. Используя эти соотношения, получим

$$u\approx\frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{k}{3mT}}\,\frac{dT}{dx}\approx\frac{\lambda}{3}\sqrt{\frac{k}{mT}}\,\frac{dT}{dx}. \tag{95.8}$$

Отсюда видно, что тепловое скольжение может быть заметным лишь в разреженных газах, так как $\lambda\sim 1/P$.

7. Радиометрический эффект. *Радиометрический эффект состоит в том, что неравномерно нагретые тела, помещенные в разреженных газах, самопроизвольно приходят в движение в направлении от более нагретой стороны к менее нагретой.* Неравномерное нагревание обычно осуществляется односторонним освещением тела, с чем и связано название эффекта. Силы, приводящие тело в движение, называются *радиометрическими*. Они имеют двоякое происхождение.

Первая сила возникает из-за теплового скольжения газа от менее нагретых участков поверхности тела к более нагретым. Благодаря вязкости в движение вовлекается и основная часть газа в окрестности тела (см. рис. 91, где изображено в разрезе течение газа вокруг пластинки. Более нагретая поверхность ее зачернена). Благодаря закону сохранения импульса тело должно прийти в движение в обратном направлении, т. е. холодной стороной вперед. Значит, появляется сила, действующая на него в том же направлении. Такой силой объясняется, между прочим, оседание пыли на холодных стенках вблизи батарей центрального отопления, она перемещает взвешенные в воздухе пылинки в направлении от нагретых тел к холодным.

Вторая сила имеет следующее происхождение. Молекулы газа при отражении от более нагретой стороны тела сообщают ему больший импульс, чем молекулы, отражающиеся от менее нагретой стороны. Поэтому и возникает радиометрическая сила, направленная от более нагретой к менее нагретой стороне тела.

Первая сила является преобладающей в слабо разреженных газах. Она обратно пропорциональна давлению, как в этом можно убедиться с помощью формулы (95.8). Вторая сила играет основную роль в сильно разреженных газах. Она пропорциональна давлению. В промежуточной области существенны обе силы.

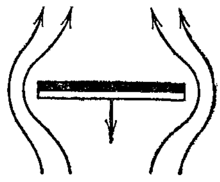

Рис. 91.

Радиометрический эффект при низких давлениях удобно наблюдать с помощью *радиометра Крукса* (1832—1919). Основной частью этого прибора являются слюдяные крылышки, прикрепленные к колпачку, надетому на острие иглы. Таким образом, крылышки могут вращаться вокруг вертикальной оси практически без трения. Крылышки зачернены с одной стороны и помещены в стеклянном баллоне с высоким вакуумом. При освещении крылышки приходят во вращение светлой стороной вперед.

ЗАДАЧА

Изотермическая эффузия газа через пористую перегородку (поры которой малы по сравнению с длиной свободного пробега) используется для разделения изотопов. Естественная смесь изотопов помещается в сосуд с пористыми стенками. Газ, прошедший через поры сосуда в результате эффузии, откачивается и собирается в специальном резервуаре. С ним производится второй цикл эффузии, затем третий и т. д., пока не будет достигнута требуемая степень разделения изотопов. Сколько циклов эффузии необходимо произвести, чтобы отношение концентраций частиц легкого и тяжелого изотопов увеличить в 10 раз, если молекулярные веса их равны соответственно μ_1 и μ_2?

Ответ. $N \geqslant \dfrac{2}{\lg \dfrac{\mu_2}{\mu_1}}$.

§ 96. Молекулярное течение ультраразреженного газа через прямолинейную трубу

1. Течение ультраразреженного газа через трубу существенно отличается от течения Пуазейля вязкой жидкости или плотного газа. Это различие обусловлено тем, что течение ультраразреженного газа определяется исключительно столкновениями его молекул со стенками трубы. Столкновения молекул между собой никакой роли не играют. Результатом этого является следующая особенность течения ультраразреженного газа. Движение молекул газа, входящих в трубу с одного конца, совершенно не зависит от движения молекул, вступающих в нее с другого конца. Полный поток молекул через трубу можно представить как разность двух независимых потоков, проходящих в противоположных направлениях. Если это условие выполняется, то течение газа называют *молекулярным течением* или *течением Кнудсена*.

2. Рассмотрим стационарное молекулярное течение через трубу, длина которой l очень велика по сравнению с ее поперечным