4. Показать, что вблизи абсолютного нуля поверхностное натяжение жидкости перестает зависеть от температуры, т. е.

$$\lim_{T \to 0} \frac{d\sigma}{dT} = 0. \tag{107.9}$$

(Конкретно речь может идти только о гелии — единственном веществе, остающемся жидким при абсолютном нуле температуры.)

Решение. Подставим в формулу (107.7) $q = T\Delta S$, где ΔS — приращение энтропии пленки при увеличении ее поверхности на единицу. Получим

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\Delta S .$$

Согласно теореме Нернста при абсолютном нуле температуры все процессы идут без изменения энтропии, т. е. $\Delta S = 0$. Отсюда и следует (107.9).

§ 108. Краевые углы. Смачивание и несмачивание

1. Допустим, что три жидких среды *1*, *2*, *3* (одна из них может быть газообразной) попарно граничат между собой вдоль трех поверхностей, пересекающихся вдоль некоторой линии *O* (на рис. 117 изображено сечение рассматриваемой системы плоскостью рисунка, перпендикулярной к линии *O*; линия *O* не изображена, а указана только точка пересечения ее с плоскостью рисунка). Возможно ли и при каких условиях механическое равновесие между этими сре-

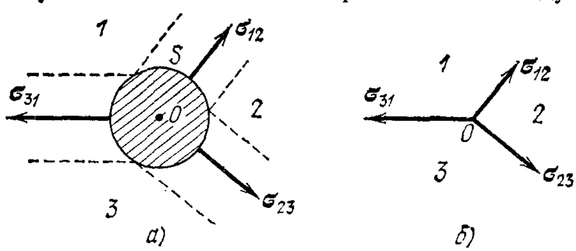


Рис. 117.

дами? При ответе на этот вопрос надо иметь в виду, что границы раздела между жидкостями являются не геометрическими поверхностями, а представляют собой переходные слои, в которых и действуют силы поверхностного натяжения. Толщина этих слоев порядка радиуса действия молекулярных сил. Возьмем на линии *O* отрезок единичной длины и окружим его цилиндрической поверхностью *S*, как указано на рис. 117, *а*. Границы поверхностных слоев между жидкостями обозначены пунктиром. Для равновесия необходимо, чтобы все силы, действующие на жидкость внутри цилиндра *S*, уравновешивались. Эти силы состоят из сил поверхностного натяжения σ_{12}, σ_{23}, σ_{31}, действующих вдоль границ раздела между жидкостями, сил гидростатического давления на поверхность *S* и силы веса жидкости, заключенной внутри объема, ограниченного этой поверхностью. По закону Архимеда результирующая сил гидростатического давления того же порядка, что и вес жидкости в цилиндре S. Обе эти силы пропорциональны объему цилиндра. По порядку величины они равны $f \sim \rho\pi r^2 g$, где ρ — плотность жидкости, а r — радиус действия молекулярных сил. Полагая $\rho \sim 1$ г/см^3, $r \sim 10^{-6}$ см, получим $f \sim 10^{-8}$ дин/см, тогда как поверхностное натяжение σ составляет десятки дин на сантиметр. Ясно поэтому, что силой веса и гидростатического давления можно полностью пренебречь и записать условие равновесия в виде

$$\boldsymbol{\sigma}_{12} + \boldsymbol{\sigma}_{23} + \boldsymbol{\sigma}_{31} = 0. \tag{108.1}$$

Таким образом, все происходит так, как если бы речь шла о равновесии трех сил $\boldsymbol{\sigma}_{12}$, $\boldsymbol{\sigma}_{23}$, $\boldsymbol{\sigma}_{31}$, приложенных в одной точке O (рис. 117, *б*).

Геометрически условие (108.1) означает, что из отрезков с длинами σ_{12}, σ_{23}, σ_{31} можно составить замкнутый треугольник. Длины сторон треугольника однозначно определяют и сам треугольник. Поэтому углы, под которыми сходятся поверхности раздела на линии O при равновесии, однозначно определяются поверхностными натяжениями σ_{12}, σ_{23}, σ_{31}. Если одно из этих поверхностных натяжений больше суммы двух остальных, то треугольник построить нельзя, и равновесие невозможно.

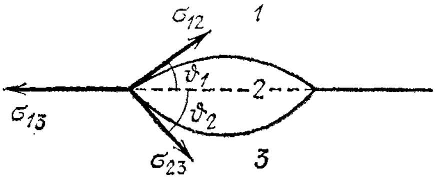


Рис. 118.

2. Примером, когда три среды граничат между собой, может служить капля жидкости на поверхности другой жидкости. Капля имеет форму чечевицы (рис. 118). В этом случае векторное условие равновесия (108.1) распадается на два скалярных уравнения:

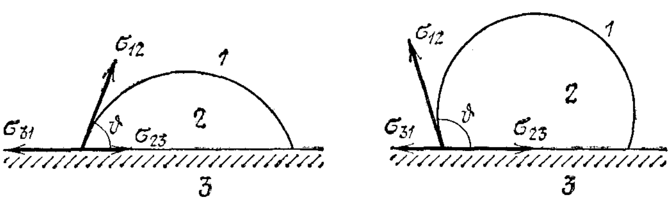
$$\begin{aligned} \sigma_{13} &= \sigma_{12}\cos\vartheta_1 + \sigma_{23}\cos\vartheta_3, \\ \sigma_{12}\sin\vartheta_1 &= \sigma_{23}\sin\vartheta_3. \end{aligned} \tag{108.2}$$

Из них получаем

$$\begin{aligned} \cos\vartheta_1 &= \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2}{2\sigma_{13}\sigma_{12}}, \\ \cos\vartheta_3 &= \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{13}\sigma_{23}}. \end{aligned} \tag{108.3}$$

Этими формулами однозначно определяются углы ϑ_1 и ϑ_3. Равновесие возможно только в том случае, когда $\sigma_{13} < \sigma_{12} + \sigma_{23}$, как это видно из первого уравнения (108.2). В этом случае капля действительно имеет форму чечевицы. Так ведет себя, например, капля жира на поверхности воды. Если $\sigma_{13} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$, то не существует углов ϑ_1 и ϑ_3, удовлетворяющих условиям (108.2). Равновесие капли невозможно, и она растекается по поверхности жидкости 3, покрывая ее тонкой пленкой. Примером может служить пленка бензина или керосина на поверхности воды. Такие пленки обычно имеют радужную окраску, что объясняется интерференцией света. В рассматриваемом случае говорят, что *жидкость 3 полностью смачивается жидкостью 2* (или наоборот).

3. Аналогично ведет себя капля жидкости на поверхности твердого тела (рис. 119). Разница только в том, что поверхность твердого тела не может деформироваться. Равнодействующая сил поверхностного натяжения $\boldsymbol{\sigma}_{12}+\boldsymbol{\sigma}_{23}+\boldsymbol{\sigma}_{31}$ уравновешивается силой нормального давления или натяжения на границе жидкости с твердым



а) б)

Рис. 119.

телом. Поэтому вместо условия (108.1) надо требовать лишь обращения в нуль касательной составляющей результирующей силы $\boldsymbol{\sigma}_{12}+\boldsymbol{\sigma}_{23}+\boldsymbol{\sigma}_{31}$. В рассматриваемом случае угол ϑ_3 равен нулю, и для определения одного угла $\vartheta_1\equiv\vartheta$ достаточно первого уравнения (108.2). Оно дает

$$\cos\vartheta=\frac{\sigma_{13}-\sigma_{23}}{\sigma_{12}}. \qquad (108.4)$$

Угол ϑ называется *краевым углом*. Его обычно выбирают так, чтобы он включал в себя область, занятую жидкостью 2. Когда $\frac{\sigma_{13}-\sigma_{23}}{\sigma_{12}}>1$, т. е. $\sigma_{13}>\sigma_{12}+\sigma_{23}$, условие (108.4) не может быть удовлетворено. Капля жидкости 2 не находится в равновесии, а растекается по поверхности твердого тела, покрывая его тонкой пленкой (например, керосин на поверхности жести или стекла). В этом случае говорят, что *жидкость полностью смачивает поверхность твердого тела*. В другом случае, когда $\frac{\sigma_{13}-\sigma_{23}}{\sigma_{12}}<-1$, т. е. $\sigma_{23}>\sigma_{13}+\sigma_{12}$, также не существует никакого угла ϑ, который бы удовлетворял условию (108.4). Жидкость стягивается в шаровую каплю, несколько сплюснутую силой тяжести. (Например, капля ртути на поверхности стекла или капля воды на поверхности парафина.) В этом случае говорят, что *жидкость полностью не смачивает поверхность твердого тела*. В большинстве случаев имеет место *частичное смачивание* (когда $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$, рис. 119, *а*), или частичное несмачивание (когда $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$, рис. 119, *б*).

Явление краевого угла наблюдается у стенок сосудов, когда в них налита жидкость (рис. 120). Величина краевого угла здесь также определяется формулой (108.4).

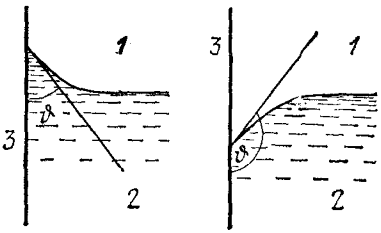


Рис. 120.

4. Несмачиванием твердых тел жидкостями объясняются многие явления. Приведем некоторые из них. На поверхность воды можно положить лист алюминия. Он не утонет, даже если на него положить небольшой груз. Стальная иголка (в особенности если она покрыта тонким слоем парафина) не тонет, если ее осторожно положить на поверхность воды. Возьмем сито с металлической сеткой. Погрузим сетку в расплавленный парафин, а затем встряхнем, чтобы парафин не заполнял отверстия в сетке. После этого положим на дно сита лист бумаги и нальем в него воды. Осторожно вытянем лист бумаги. Вода не будет выливаться через отверстия сетки.

Возьмем ареометр или похожий на него прибор, плавающий в вертикальном положении на поверхности воды, выступая немного наружу. На верхний конец трубки ареометра наденем и закрепим плоский кружок из проволочной сетки и погрузим весь прибор в воду. Ареометр начнет всплывать. Однако, когда сетка дойдет до поверхности воды, то прибор остановится, встречая у самой поверхности сопротивление не пропускающей его пленки. Если слегка наклонить прибор, чтобы край сетки отделился от воды, то он всплывет, и сетка окажется значительно выше поверхности воды. Можно заставить ареометр всплывать и не наклоняя его. Для этого достаточно капнуть на воду несколько капель эфира.

§ 109. Разность давлений по разные стороны изогнутой поверхности жидкости. Формула Лапласа

1. Если поверхность жидкости — кривая, то при равновесии давления по разные стороны ее должны быть разными. Явление обусловлено силами поверхностного натяжения. Рассмотрим сначала простейший случай, когда жидкость ограничена боковой поверхностью прямого круглого цилиндра. Поперечное сечение цилиндра представлено на рис. 121. Выберем на его поверхности бесконечно малый участок AB, стягиваемый центральным углом φ. На его боковые стороны действуют касательные силы $b\sigma$, где b — длина цилиндра. Равнодействующая этих сил направлена параллельно радиусу CO цилиндра и равна $F = 2b\sigma \sin \frac{\varphi}{2}$, или $F = b\sigma\varphi$, так как угол φ выбран бесконечно малым. Подставляя сюда $\varphi = \frac{a}{R}$, где a — длина дуги AB, а R — радиус цилиндра, получим

$$F = \frac{\sigma}{R} S. \qquad (109.1)$$