

Оглавление

1	Уравнения в частных производных	4
1.1	Основные понятия	4
1.2	Примеры из физики	5
	Колебания струны	5
	Гидродинамика идеальной жидкости	6
	Уравнения Максвелла	7
	Уравнение Шредингера	8
	Уравнение теплопроводности	8
1.3	Методы решения	9
2	Уравнения первого порядка	12
2.1	Линейные уравнение	12
	Однородное уравнение	12
	Задача Коши	14
	Неоднородное уравнение	14
2.2	Квазилинейные уравнения	16
	Уравнение Хопфа	17
2.3	Нелинейные уравнения	19
	Уравнение Гамильтона—Якоби	20
3	Системы линейных уравнений	21
3.1	Характеристики	21
3.2	Инварианты Римана	23
3.3	Канонический вид	24
3.4	Формула Даламбера	24
3.5	Неоднородное волновое уравнение	25
4	Метод годографа	27
4.1	Преобразование годографа	27
4.2	Потенциал χ	28
4.3	Политропный газ	28

5	Канонический вид уравнений 2-го порядка	30
5.1	Случай двух переменных	30
5.2	Случай многих переменных	33
6	Автомодельность и бегущие волны	36
6.1	Понятие автомодельности	36
6.2	Примеры	36
	Линейное уравнение теплопроводности	36
	Нелинейное уравнение теплопроводности	38
	Уравнение Бюргерса	39
	Уравнение Кортевега — де Фриза	40
7	Разделение переменных	42
7.1	Полное разделение переменных	42
7.2	Метод Фурье	44
8	Цилиндрические функции	49
8.1	Задача о круглой мембране	49
8.2	Функции Бесселя	51
	Разложение в ряд	51
	Рекуррентное соотношение	52
	Интегральные представления	52
	Соотношение ортогональности	55
9	Сферические функции	56
9.1	Частица в центральном поле	56
9.2	Функции Лежандра	56
9.3	Сферические функции Бесселя	60
10	Аналитическая теория	62
10.1	Канонический вид	62
10.2	Обыкновенная точка	63
10.3	Особая точка	65
10.4	Теорема Фукса	67
10.5	Уравнения класса Фукса	68
11	Гипергеометрические функции	70
11.1	Функция Гаусса	70
11.2	Вырожденная гипергеометрическая функция	71
11.3	Примеры	72
	Уравнение Лежандра	72
	Уравнение Бесселя	72
	Линейный осциллятор	73
	Атом водорода	74

11.4 Полиномы Лагерра	75
12 Асимптотические методы	77
12.1 Асимптотическое разложение	77
12.2 Интеграл Лапласа	78
12.3 Метод стационарной фазы	81
13 Метод перевала	84
13.1 Седловая точка	84
13.2 Топологический и аналитический этапы	85
13.3 Примеры	87
14 Метод усреднения	92
14.1 Усредненное уравнение	93
14.2 Метод Боголюбова — Крылова	96
14.3 Примеры	96
15 Явление Стокса	99
15.1 Квазиклассическое приближение	99
15.2 Простая точка поворота	100
Свойства матрицы перехода	102
15.3 Две простых точки поворота	105
А Сводка формул	108
А.1 Функция Эйлера	108
А.2 Гипергеометрические функции	108
Функция Гаусса	108
Функция ${}_1F_1$	109
А.3 Цилиндрические функции	109
Функции J_ν и Y_ν	109
Функции Бесселя целого порядка J_n	111
Модифицированная функция Бесселя I_ν и функция Макдональда K_ν	111
А.4 Ортогональные полиномы	112
Функции P_l и P_l^m	112
Полиномы Эрмита H_n	114
Полиномы Лагерра L_n^ν	115
Литература	116
Предметный указатель	120