

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Симметрии</b>	<b>4</b>
1.1	Группа симметрии и абстрактная группа . . . . .	4
1.2	Примеры конечных групп . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Основные понятия теории групп</b>	<b>10</b>
2.1	Классы . . . . .	10
	Правые смежные классы. Индекс . . . . .	10
	Инвариантная подгруппа. Фактор-группа. Прямое произведение . . . . .	12
	Классы сопряженных элементов . . . . .	14
2.2	Представления . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Теория характеров</b>	<b>19</b>
3.1	Свойства характеров . . . . .	19
3.2	Снятие вырождения при понижении симметрии . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Колебания молекул</b>	<b>25</b>
4.1	Кратность вырождения . . . . .	25
4.2	Характер исходного представления . . . . .	27
4.3	Колебательное представление . . . . .	29
4.4	Собственные векторы и собственные значения . . . . .	31
<b>5</b>	<b>Группы и алгебры Ли</b>	<b>33</b>
5.1	Гладкое многообразие . . . . .	33
5.2	Группа Ли . . . . .	34
5.3	Алгебра Ли . . . . .	38
5.4	Алгебра Ли группы Ли . . . . .	39
5.5	Экспоненциальная формула . . . . .	41
<b>6</b>	<b>Отображение <math>SU(2)</math> в <math>SO(3)</math></b>	<b>43</b>
6.1	Примеры матричных алгебр Ли . . . . .	43
6.2	Гомоморфизм $SU(2) \rightarrow SO(3)$ . . . . .	47

<b>7</b>	<b>Представления группы <math>SO(3)</math></b>	<b>51</b>
7.1	Матричные представления . . . . .	51
	Оператор Казимира . . . . .	51
	Повышающий и понижающий операторы . . . . .	52
	Лестница состояний . . . . .	52
	Вычисление матричных элементов . . . . .	54
7.2	Представление на гладких функциях координат . . . . .	54
7.3	Неприводимые представления групп вращения . . . . .	55
7.4	Матрицы конечных поворотов . . . . .	56
<b>8</b>	<b>Тензоры</b>	<b>58</b>
8.1	Разложение Клебша — Гордана . . . . .	58
	Прямое произведение представлений . . . . .	58
	Разложение на неприводимые . . . . .	59
8.2	Три определения тензора . . . . .	61
8.3	Тензорное представление . . . . .	64
<b>9</b>	<b>Правила отбора</b>	<b>66</b>
9.1	Симметризаторы Юнга . . . . .	66
9.2	Инвариантные тензоры . . . . .	69
9.3	Правила отбора . . . . .	72
<b>10</b>	<b>Функция Грина</b>	<b>75</b>
10.1	Полуоднородная задача . . . . .	75
10.2	Разложение оператора по проекторам . . . . .	77
10.3	Оператор Штурма — Лиувилля . . . . .	79
10.4	Дополнительная литература . . . . .	82
<b>11</b>	<b>Обобщенная функция Грина</b>	<b>83</b>
11.1	Задачи Дирихле и Неймана к уравнению Пуассона . . . . .	85
	Единственность . . . . .	86
	Фундаментальные решения . . . . .	87
	Функция Грина для задачи Дирихле . . . . .	88
<b>12</b>	<b>Функция Грина второго рода</b>	<b>91</b>
12.1	Формула Грина для оператора Лапласа . . . . .	91
12.2	Потенциалы простого и двойного слоя . . . . .	91
12.3	Уравнение Гельмгольца . . . . .	95
<b>13</b>	<b>Нестационарные уравнения</b>	<b>98</b>
13.1	Параболические операторы . . . . .	98
	Единственность . . . . .	99
	Связь функций Грина первого и второго рода . . . . .	100
	Формула Пуассона . . . . .	101

13.2 Гиперболические операторы . . . . .	103
Единственность . . . . .	103
Связь функций Грина первого и второго рода . . . . .	104
Запаздывающая функция Грина . . . . .	105
<b>14 Резольвента</b>	<b>108</b>
14.1 Дискретный и непрерывный спектр . . . . .	108
14.2 Резольвента дифференциального оператора . . . . .	110
14.3 Построение резольвенты . . . . .	112
n=1 . . . . .	112
n=3 . . . . .	114
<b>15 Суперсимметричная квантовая механика</b>	<b>116</b>
15.1 Суперзаряды . . . . .	116
15.2 Суперсимметричный осциллятор . . . . .	118
15.3 Уравнение Шредингера . . . . .	120
15.4 Примеры . . . . .	122
<b>А Свойства представлений</b>	<b>126</b>
<b>Литература</b>	<b>134</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>138</b>