

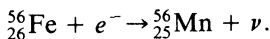
3.5. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЧАНДРАСЕКАРОВСКОЙ МОДЕЛИ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

Полный анализ моделей белых карликов, включающий в себя поправки к уравнению состояния Чандрасекара, которые обсуждались в гл. 2, был выполнен Хамадой и Солпитером в 1961 г. [255]. Их результаты приведены на рис. 3.1 и 3.2.

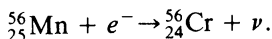
Основной эффект электростатических поправок состоит в том, что при той же массе они дают меньший радиус и более высокое значение центральной плотности, чем следует из модели Чандрасекара. Хотя кулоновские поправки малы при тех высоких плотностях, которые возникают в белых карликах с массой порядка $1 M_{\odot}$, однако в этой области $\Gamma \sim 4/3$ и, следовательно, $E/(GM^2/R) \ll 1$ [ср. с выражением (3.2.10)]. Поэтому небольшие изменения давления или энергии приводят к относительно большим изменениям радиуса.

Один из важных эффектов, учтенных Хамадой и Солпитером, — это влияние нейтронизации (обратного β -распада) на однородный белый карлик. Вполне возможно, что в реальных белых карликах никогда не достигается равновесный химический состав, указанный Солпитером, и уравнение состояния BPS их не описывает. Во-первых, современные расчеты эволюции звезд — предшественников белых карликов предсказывают, что их температура никогда не поднимается настолько высоко, чтобы в них происходило сгорание ядер заметно тяжелее углерода. Поэтому массивные белые карлики, по всей видимости, состоят в основном из углерода и кислорода¹⁾. Во-вторых, даже если горение идет вплоть до железа при постепенном сжатии белого карлика, так что поддерживается гидростатическое равновесие, время, необходимое для завершения соответствующих ядерных реакций, может быть слишком велико. В соответствии с BPS при плотностях выше $\rho_c = 8,1 \cdot 10^6$ г/см³ ядра ^{56}Fe должны превратиться в ^{62}Ni . Это не может быть простым следствием β -распадов, изменяющих Z от 26 до 28; необходимы также реакции, изменяющие A от 56 до 62, и такой переход от Fe к Ni, возможно, в действительности никогда не происходит.

Что происходит, когда плотность становится выше $8,1 \cdot 10^6$ г/см³? При плотности $1,14 \cdot 10^9$ г/см³ энергия Ферми для электронов равна $m_e c^2 + 3,695$ МэВ. Это совпадает с порогом реакции обратного β -распада.



Нечетно-четное ядро $^{56}_{25}\text{Mn}$ немедленно захватывает еще один электрон:



¹⁾ Обсуждение расчетов звездной эволюции содержится в работе Либерта [360]. Однако эти расчеты не вполне точны, главным образом из-за наличия существенной потери массы во время эволюции.

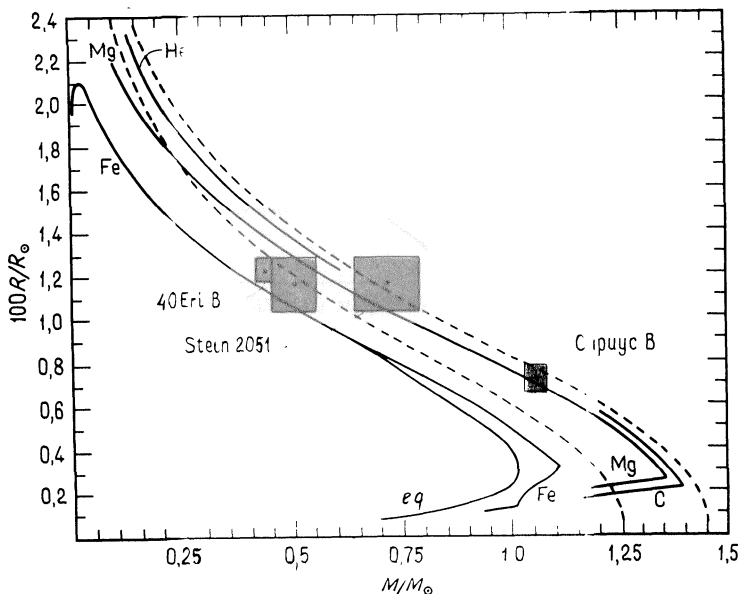


Рис. 3.1. Соотношение масса — радиус для звезд, состоящих из ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{24}\text{Mg}$ и ${}^{56}\text{Fe}$, при нулевой температуре. Кривая с индексом «eq» относится к равновесному химическому составу при разных плотностях. Штриховые кривые отвечают модели Чандрасекара — верхняя для $\mu_e=2$, а нижняя для $\mu_e=2,15$. Точки внутри прямоугольников размером в одно стандартное отклонение представляют средние массы и радиусы трех белых карликов, указанных в табл. 3.2 (для звезды Stein 2051 имеются два решения). По работе Хамады и Солпитера [255] с любезного разрешения авторов.

Четно-четное ядро ${}^{56}_{24}\text{Cr}$ будет стабильным относительно дальнейшего захвата электрона, пока плотность не станет много выше, т.е. порядка $1,5 \times 10^{10} \text{ г/см}^3$. За счет этого фазового перехода уравнение состояния становится мягче: вместо того, чтобы увеличить при сжатии свою энергию Ферми, а следовательно, и давление, электроны соединяются с ядрами, образуя Cr. Показатель адиабаты, весьма близкий к $4/3$, так как электроны сильно релятивистские, падает ниже $4/3$. Как мы увидим в гл. 6, в функциональной зависимости M от R появляется максимум, что говорит о появлении неустойчивости по отношению к гравитационному коллапсу. Последовательность железных белых карликов при $\rho_c = 1,14 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ прерывается из-за обратного β -распада.

В табл. 3.1 приведены пороги нейтронизации для различных ядер, которые могут присутствовать на очень поздних стадиях термоядерного горения.

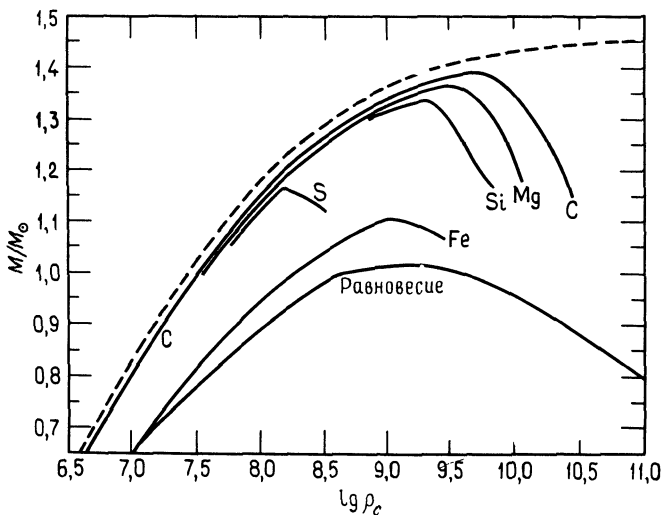


Рис. 3.2. Соотношение между массой и плотностью в центре ρ_c (г/см^3) для звезд, состоящих из ^{12}C , ^{24}Mg , ^{28}Si , ^{32}S и ^{56}Fe , и для равновесного химического состава при нулевой температуре. Штриховая кривая отвечает модели Чандрасекара при $\mu_e = 2$. По работе Хамады и Солпитера [255] с любезного разрешения авторов.

Таблица 3.1

ПОРОГИ НЕЙТРОНИЗАЦИИ

	Порог нейтро- низации, МэВ ¹⁾	ρ_0 , г/см^3
$^1_1\text{H} \rightarrow n$	0,782	$1,22 \times 10^7$
$^4_2\text{He} \rightarrow ^3_1\text{H} + n \rightarrow 4n$	20,596	$1,37 \times 10^{11}$
$^{12}_6\text{C} \rightarrow ^{12}_5\text{B} \rightarrow ^{12}_4\text{Be}$	13,370	$3,90 \times 10^{10}$
$^{16}_8\text{O} \rightarrow ^{16}_7\text{N} \rightarrow ^{16}_6\text{C}$	10,419	$1,90 \times 10^{10}$
$^{20}_{10}\text{Ne} \rightarrow ^{20}_9\text{F} \rightarrow ^{20}_8\text{O}$	7,026	$6,21 \times 10^9$
$^{24}_{12}\text{Mg} \rightarrow ^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{24}_{10}\text{Ne}$	5,513	$3,16 \times 10^9$
$^{28}_{14}\text{Si} \rightarrow ^{28}_{13}\text{Al} \rightarrow ^{28}_{12}\text{Mg}$	4,643	$1,97 \times 10^9$
$^{32}_{16}\text{S} \rightarrow ^{32}_{15}\text{P} \rightarrow ^{32}_{14}\text{Si}$	1,710	$1,47 \times 10^8$
$^{56}_{26}\text{Fe} \rightarrow ^{56}_{25}\text{Mn} \rightarrow ^{56}_{24}\text{Cr}$	3,695	$1,14 \times 10^9$

¹⁾ На основании работы Валстры и Боса [599]; здесь вычтена энергия массы покоя электрона $m_e c^2 = 0,511$ МэВ.

ния звезды. Кроме того, в таблице даны значения плотностей, при которых происходит соответствующий переход. Порог обратного β -распада для ^{12}C , который достигается при $\rho_0 = 3,90 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$, по-видимому, представляет для нас наибольший интерес, если верны современные расчеты звездной эволюции.

Упражнение 3.7. Проверьте значения ρ_0 в табл. 3.1, отвечающие приведенным там порогам нейтронизации.

Заметим, что при $E_F \geq 20 \text{ МэВ}$ энергетически более выгодно испустить свободный нейтрон (нейтронизация), чем захватить электрон. Так, процесс $^4_2\text{He} \rightarrow ^4_1\text{H}$ имеет порог примерно 22,7 МэВ, в то время как порог реакции $^4_2\text{He} \rightarrow ^3_1\text{H} + n$ составляет 20,6 МэВ.

Прежде чем решить, какова будет судьба белых карликов с большой плотностью, состоящих из легких элементов, нужно рассмотреть еще один процесс, а именно *пикноядерные* реакции (от греческого «пикнос» — плотный). При термоядерной реакции кулоновское отталкивание реагирующих ядер преодолевается за счет их тепловой энергии, благодаря чему эти реакции и происходят. Однако если плотность достаточно велика, то даже при нулевой температуре энергия нулевых колебаний ядер в решетке может привести к значительной скорости ядерных реакций. Мы рассмотрим эти реакции приближенно в разд. 3.7.

Хамада и Солпитер получили, что за 10^5 лет пикноядерные реакции преобразуют Н в ^4He при плотности выше $5 \cdot 10^4 \text{ г/см}^3$, ^4He в ^{12}C при плотности выше $8 \cdot 10^8 \text{ г/см}^3$ и ^{12}C в ^{24}Mg при плотности выше $6 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$. Эти оценки основываются на вычислениях скорости пикноядерных реакций, выполненных Камероном [101]. Улучшенные расчеты Солпитера и Ван Хорна [499] заставляют считать результаты Камерона завышенными. Критическая плотность для Н оказывается порядка $1 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$, а для углерода $1 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$. Однако эти значения плотности все еще весьма ненадежны¹⁾. Помимо трудностей, непосредственно связанных с вычислениями, учет конечной температуры и наличия кристаллических дефектов может привести к заметному увеличению скорости реакций.

Загиб на M - R -диаграмме Хамады—Солпитера при малых плотностях вызван тем, что в этой области уравнение состояния становится более жестким. Как было показано в разд. 2.4, при малой плотности $\Gamma \sim 10/3$ (очень грубо), и поэтому, согласно уравнению (3.3.11), $M \sim R^{4,5}$ в противоположность соотношению $M \sim R^{-3}$ при $\Gamma \sim 5/3$. Из более точного анали-

¹⁾ При нулевой температуре превращение ^4He в ^{12}C не осуществляется посредством известного резонансного процесса, а требует редких трехчастичных соударений, вероятность которых, по-видимому, ничтожно мала.

за Запольского и Солпитера [629] следует, что максимальное значение радиуса белого карлика для холодных углеродных звезд составляет $R_{\max} = 3,9 \cdot 10^{-2} R_{\odot}$ при $M = 2,2 \cdot 10^{-3} M_{\odot}$.

3.6. СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ: МАССЫ И РАДИУСЫ

Как мы увидим в гл. 4, время охлаждения белого карлика достаточно велико, так что множество вырожденных карликов остаются видимыми в течение значительного времени благодаря излучению с их поверхности. Это удачное для нас обстоятельство позволяет в «нулевом приближении» проверить теорию белых карликов, изучая их расположение на диаграмме Герцшпрунга—Рессела (Г—Р). Г—Р-диаграмма представляет собой зависимость логарифма светимости L от логарифма эффективной температуры T_e , которая определяется равенством

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4, \quad (3.6.1)$$

где σ — постоянная Стефана—Больцмана¹⁾. Белые карлики с определенным значением массы (порядка $1 M_{\odot}$) имеют определенный радиус (около 10^9 см), и, следовательно, согласно равенству (3.6.1), они занимают определенную *линию* на Г—Р-диаграмме: $L \sim T_e^4$. Поскольку, как мы считаем, массы карликов составляют около $1 M_{\odot}$, они должны занимать узкую полосу на Г—Р-диаграмме заметно левее и ниже главной последовательности нулевого возраста. Сравнение теоретических оценок с наблюдениями свидетельствует об удовлетворительном согласии (рис. 3.3).

Лучший способ определения радиуса белых карликов состоит в подгонке параметров модели их атмосферы по наблюдаемому остаточному излучению. Поток F_{ν} , эрг/(с · см² · Гц), измеряемый на Земле, равен

$$F_{\nu} = \frac{R^2 F_{\nu}(\text{на поверхности})}{D^2}, \quad (3.6.2)$$

где R — радиус белого карлика, а D — расстояние до Земли. Величина D для близлежащих белых карликов определяется по измерению их параллакса. Далее строится модель атмосферы белого карлика, зависящая от эффективной температуры и поверхностной силы тяжести, таким образом, чтобы воспроизвести наблюдаемый поток на различных длинах волн. Отсюда определяется значение R . Обширная сводка данных по этому вопросу с типичной неопределенностью 5—10% представлена Шипманом [536].

Найти массу белого карлика гораздо труднее, так как для этого нужно, чтобы звезда входила в двойную или тройную систему, что позволяет определить массу по ее динамике. В настоящее время известны три белых карлика, для которых как масса, так и радиус известны с довольно хоро-

¹⁾ См. приложение А, где Г—Р-диаграмма обсуждается более подробно.