Глава 4

Остывание белых карликов

В гл. 3 мы обсудили, как проверить наблюдениями соотношение между массой и радиусом для белых карликов. Другой важный способ проверки теории белых карликов основан на изучении их остывания. Как будет описано ниже, эта проверка состоит в сравнении светимости с возрастом белого карлика, т.е. в сопоставлении величин, связь между которыми определяется скоростью остывания. Теория остывания белых карликов представляет интерес не только с астрофизической точки зрения, но и как красивое приложение физики твердого тела в весьма необычных условиях.

4.1. СТРУКТУРА ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ

Для нахождения скорости остывания нам надо определить, каковы условия вблизи поверхности белого карлика.

Недра белого карлика являются полностью вырожденными. Поскольку море Ферми заполнено, электроны имеют большую длину свободного пробега, что приводит к высокой теплопроводности и, следовательно, к постоянной по объему температуре. Эта изотермическая внутренняя часть покрыта невырожденными поверхностными слоями, которые находятся в лучистом равновесии: вещество практически находится в локальном термодинамическом равновесии, но при этом существует направленный наружу поток энергии, уносимой диффундирующими фотонами. Уравнение диффузии фотонов имеет вид

$$L = -4\pi r^2 \frac{c}{3\kappa\rho} \frac{d}{dr}(aT^4). \qquad (4.1.1)$$

Это уравнение выведено и более подробно обсуждается в приложении И. Здесь L — светимость (эрг/с), aT^4 — плотность энергии черного тела и κ — *непрозрачность* (см^2/г) звездного вещества. Длина свободного пробега фотона оценивается величиной $1/\kappa\rho$. Уравнение (4.1.1) приводит к соотношению

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac}\frac{\kappa\rho}{T^3}\frac{L}{4\pi r^2}. \qquad (4.1.2)$$

Для определения непрозрачности применимо приближение Крамерса:

$$\kappa = \kappa_0 \rho T^{-3,5}, \qquad (4.1.3)$$

которое получается, если учитывать процессы фотоионизации атомов и обратного тормозного излучения свободных электронов (связанно-свободный и свободно-связанный переходы)[1]. Разделив условие гидростатического равновесия

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho}{r^2} \qquad (4.1.4)$$

на уравнение (4.1.2), получим

$$\frac{dP}{dT} = \frac{4ac}{3}\frac{4\pi Gm(r)}{\kappa_0 L}\frac{T^{6,5}}{\rho}. \qquad (4.1.5)$$

В поверхностных слоях, которые, как мы увидим ниже, тонки по сравнению с радиусом белого карлика, можно считать, что $m(Z) = M$. Если исключить плотность ρ, используя уравнение состояния (2.3.18) для невырожденного вещества в поверхностном слое, то получим

$$P\,dP = \frac{4ac}{3}\frac{4\pi GM}{\kappa_0 L}\frac{k}{\mu m_u}T^{7.5}\,dT. \qquad (4.1.6)$$

Уравнение (4.1.6) с граничным условием $P = 0$ при $T = 0$ легко интегрируется. Теперь, выражая P через ρ с помощью уравнения состояния, найдем

$$\rho = \left(\frac{2}{8{,}5}\frac{4ac}{3}\frac{4\pi GM}{\kappa_0 L}\frac{\mu m_u}{k}\right)^{1/2} T^{3{,}25}. \qquad (4.1.7)$$

Для κ_0 можно использовать выражение, приведенное в книге Шварцшильда [516, с. 237]:

$$\kappa_0 = 4{,}34 \times 10^{24} Z(1 + X)\ \text{см}^2/\text{г}, \qquad (4.1.8)$$

где X — доля водорода по массе, а Z — доля тяжелых элементов (т.е. всех элементов, кроме водорода и гелия). Теперь с помощью уравнения (4.1.8) мы можем описывать поведение ρ в зависимости от T в наружных слоях белых карликов.

В некоторой точке под поверхностью, где электроны становятся вырожденными, уравнение (4.1.7) становится неприменимым. Оценим значения плотности ρ_* и температуры T_*, при которых это происходит, приравнивая давление невырожденных электронов давлению вырожденных. При этом используем равенства (2.3.22):

$$\frac{\rho_* k T_*}{\mu_e m_u} = 1{,}0 \times 10^{13}\left(\frac{\rho_*}{\mu_e}\right)^{5/3}. \qquad (4.1.9)$$

[1] См. приложение И.

Отсюда следует

$$\rho_* = (2{,}4 \times 10^{-8}\ \text{г/см}^3)\mu_e T_*^{3/2}, \tag{4.1.10}$$

где T_* измеряется в кельвинах. Температуру в этом переходном слое можно выразить через светимость, сопоставляя уравнения (4.1.7) и (4.1.10). Это дает

$$L = (5{,}7 \times 10^5\ \text{эрг/с})\frac{\mu}{\mu_e^2}\frac{1}{Z(1+X)}\frac{M}{M_\odot}T_*^{3{,}5}. \tag{4.1.11}$$

Таким образом, зная L, химический состав и массу белого карлика, можно определить его внутреннюю температуру.

Для примера положим $X = 0$, $Y = 0{,}9$ (доля гелия по массе), $Z = 0{,}1$ и $M = M_\odot$. Отсюда найдем $\mu_e \approx 2$, $\mu \approx 1{,}4$ и, следовательно,

$$L \simeq (2 \times 10^6\ \text{эрг/с})\frac{M}{M_\odot}T_*^{3{,}5}. \tag{4.1.12}$$

Характерные значения L составляют $10^{-2} - 10^{-5}\ L_\odot$, что отвечает $T_* \approx \approx 10^6 \div 10^7$ К и, следовательно, $\rho_* \leqslant 10^3$ г/см^3 $\ll \rho_c$. Столь низкая плотность в переходном слое подтверждает предположение, что поверхностный слой является относительно тонким и что он не меняет соотношение между массой и радиусом, полученное для холодных звезд. Заметим, также, что kT_* много меньше энергии Ферми электронов в ядре белого карлика.

Упражнение 4.1. С помощью уравнений (4.1.3) и (4.1.7) исключите ρ из уравнения (4.1.2). Затем, проинтегрировав его, получите соотношение

$$T_* = \frac{1}{4{,}25}\frac{\mu m_u}{k}\frac{GM}{R}\left(\frac{R}{r_*} - 1\right), \tag{4.1.13}$$

где r_* — значение радиуса, при котором $T = T_*$. Покажите, что при $T_* = 10^6 \div \div 10^7$ К отсюда следует

$$\frac{R - r_*}{R} \lesssim 10^{-2}. \tag{4.1.14}$$

4.2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ АНАЛИЗ ОСТЫВАНИЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ [400, 516]

Когда звезда доходит до стадии белого карлика, единственным источником излучаемой энергии является остаточная тепловая энергия *ионов*. При дальнейшем гравитационном сжатии высвобождается очень мало энергии, так как звезда уже достигла вырожденного состояния. Энергия, выделяемая при испускании нейтрино, существенна только на очень ранней высокотемпературной стадии. Высвобождение тепловой энергии электронов за-