

вый член обращается в нуль, поэтому интеграл от выражения вида (7.1.19) дает вклад $-2 \mathfrak{M}$. В итоге получаем

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2T + W + 3\Pi + \mathfrak{N}. \quad (7.1.20)$$

Отметим, что величина Π равна $2/3$ тепловой энергии нерелятивистских частиц плюс $1/3$ тепловой энергии релятивистских частиц.

Предполагая, что звезда находится в равновесии, мы приходим к скалярной формуле вириала

$$2T + W + 3\Pi + \mathfrak{N} = 0. \quad (7.1.21)$$

7.2. МАГНИТНЫЕ БЕЛЫЕ КАРЛИКИ

Ограничимся вначале невращающимися белыми карликами. В этом случае кинетическая энергия $T=0$, и теорема вириала (7.1.21) принимает вид

$$W + 3\Pi + \mathfrak{N} = 0, \quad (7.2.1)$$

т.е.

$$W + 3M \left\langle \frac{P}{\rho} \right\rangle + \left\langle \frac{B^2}{8\pi} \right\rangle \frac{4}{3} \pi R^3 = 0, \quad (7.2.2)$$

где угловые скобки означают усреднение. В пределе высокой проводимости магнитный поток

$$\Phi_M \sim \langle B \rangle R^2 \quad (7.2.3)$$

сохраняется при изменении радиуса звезды. В случае нерелятивистского вырождения $P \sim \rho^{5/3}$, а при ультрарелятивистском вырождении $P \sim \rho^{4/3}$. Соответственно по соображениям размерности из (7.2.2) в первом случае следует

$$0 = -\alpha_{3/2} \frac{GM^2}{R} + \beta_{3/2} \frac{M^{5/3}}{R^2} + \gamma_{3/2} \frac{\Phi_M^2}{R}, \quad (7.2.4)$$

а при ультрарелятивистском вырождении

$$0 = -\alpha_3 \frac{GM^2}{R} + \beta_3 \frac{M^{4/3}}{R} + \gamma_3 \frac{\Phi_M^2}{R}, \quad (7.2.5)$$

где нижний индекс у безразмерных положительных констант α , β и γ указывает показатель политропы, $n=3/2$ или $n=3$, описывающий каждый из этих двух режимов.

В обоих случаях эффект магнитного поля состоит в некотором растяжении звезды. Грубо говоря, добавление магнитного потока эквивалентно

«уменьшению» гравитационной постоянной G до величины

$$G' = G - \frac{\gamma \Phi_M^2}{\alpha M^2} = G \left(1 - \frac{\mathfrak{M}}{|W|} \right). \quad (7.2.6)$$

Для белых карликов с нерелятивистским вырождением можно решить уравнение (7.2.4) относительно радиуса R равновесного состояния:

$$R = \frac{\beta_{3/2}}{\alpha_{3/2} G' M^{1/3}} = \frac{R_0}{1 - \mathfrak{M}/|W|}, \quad (7.2.7)$$

где R_0 — радиус при $\mathbf{V} = 0$. При малых отношениях

$$\delta \equiv \frac{\mathfrak{M}}{|W|} \quad (7.2.8)$$

радиус звезды возрастает незначительно.

Для белых карликов с ультрарелятивистским вырождением! следует прежде всего отметить, что при $\delta \ll 1$ предельная масса возрастает лишь на небольшую величину. Решая уравнение (7.2.5) относительно M , находим при $\delta \ll 1$

$$M^{2/3} = \frac{\beta_3}{\alpha_3 G} \left(1 + \frac{\gamma_3 \Phi_M^2}{\beta_3 M^{4/3}} \right) \approx \frac{\beta_3}{\alpha_3 G} \left(1 + \frac{\gamma_3 \Phi_M^2}{\alpha_3 G M^2} \right) \quad (7.2.9)$$

и, следовательно,

$$M_{\max} = M_0 \left(1 + \frac{3}{2} \delta \right), \quad (7.2.10)$$

где $M_0 = (\beta_3 / \alpha_3 G)^{3/2}$ — предельная масса Чандрасекара при $V = 0$ (см. формулу (3.3.17)).

Однако радиус звезды в случае ультрарелятивистского вырождения для масс вблизи M_{\max} может существенно возрасть даже при малых значениях δ . Причина этого состоит просто в том, что при $\delta \ll 1$ состояние звезды весьма близко к политропе с $n = 3$, так что, согласно формуле (3.2.10), полная энергия имеет вид

$$E = - \frac{3-n}{3} |W| \ll |W|. \quad (7.2.11)$$

Поэтому даже небольшое изменение E может оказывать значительное влияние на R :

$$\frac{\Delta E}{E} = - \frac{\Delta R}{R}. \quad (7.2.12)$$

Полагая здесь $\Delta E = \Delta \mathfrak{M}$, получаем

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{3}{3-n} \frac{\Delta \mathfrak{M}}{|W|} = \frac{3}{3-n} \Delta \delta. \quad (7.2.13)$$

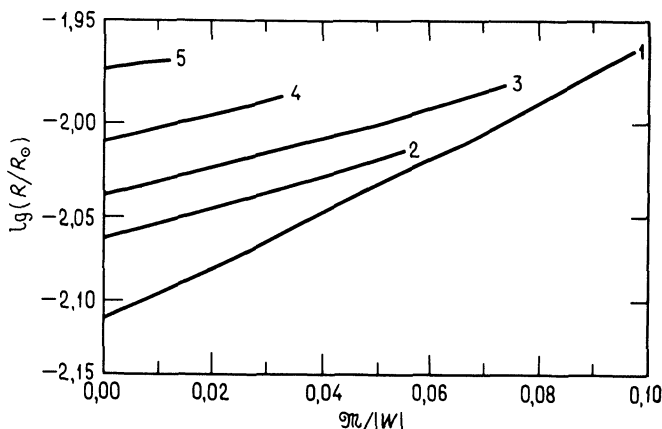


Рис. 7.1. Радиус белого карлика как функция магнитной энергии и углового момента. Для звезды с массой $1,05 M_{\odot}$ (типа Сириуса В) показана зависимость радиуса R от отношения магнитной и гравитационной энергии, $|W|/W$; R — большая из двух величин, представляющих расстояния от центра до экватора и до полюса. Кривые, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4, 5, отвечают последовательностям звезд, имеющих угловые моменты $(0, 1, 2, 3, 4) \cdot 1,92 \cdot 10^{49}$ г·см²/с соответственно. (По работе [433].)

Интегрируя и считая n постоянным при росте δ , получим

$$R = R_0 \exp\left(\frac{3}{3-n} \delta\right). \quad (7.2.14)$$

Таким образом, радиус существенно возрастает даже при малых δ .

Численная модель однородно вращающихся белых карликов с магнитным полем была построена в работе Острикера и Хартвика [433]. Было обнаружено, что для невращающейся звезды с массой $1,05 M_{\odot}$ (типа Сириуса В) увеличение радиуса может описываться множителем $\exp(3,5\delta)$ (рис. 7.1). В предельных случаях, когда $\delta \sim 0,1$ и радиус возрастает на 40%, поле в центре достигает $10^{12,3}$ Гс, хотя на поверхности звезды поле на несколько порядков ниже.

Разумно ли говорить о столь сильных полях? Поскольку при сжатии звезды в ходе эволюции к стадии белого карлика магнитный поток сохраняется, то и звезды — предшественники таких белых карликов должны иметь сильные магнитные поля; из соотношения

$$R_i^2 B_i = R_{wd}^2 B_{wd}, \quad (7.2.15)$$

где индекс « i » соответствует звезде-предшественнику, «wd» — белому карлику, следует, что в центре звезды-предшественника напряженность поля должна составлять

$$B_i \sim 10^{12} \left(\frac{10^9}{10^{11}}\right)^2 \sim 10^8 \text{ Гс}, \quad (7.2.16)$$

в предположении, что $R_i \sim R_\odot$. Следовательно,

$$\frac{\mathcal{M}_i}{|W_i|} \sim \frac{\mathcal{M}_{wd}}{|W_{wd}|}, \quad (7.2.17)$$

и величина этого отношения не превосходит нескольких процентов.

Хотя и нет данных, которые бы свидетельствовали в пользу существования таких полей¹⁾, они не исключаются проведенными наблюдениями. Более того, сжатие «типичного» межзвездного облака с радиусом $\sim 0,1$ пс, массой $\sim 1M_\odot$ и замороженным полем B величиной $3 \cdot 10^{-6}$ Гс при образовании звезды из этого вещества должно приводить к магнитным полям порядка 10^8 Гс (см. [549], разд. 13.3е).

Результаты Острикера и Хартвика показывают, что с увеличением поля радиус возрастает, а ρ_c падает. В принципе магнитные поля умеренной величины могут существенным образом влиять на зависимость радиуса от массы, особенно для более массивных белых карликов.

Однако до сих пор наблюдения не давали свидетельств в пользу столь сильных внутренних магнитных полей. Радиус звезды Сириус В в точности соответствует кривой Хамады — Солпитера для звезд с нулевым полем (см. разд. 3.6). Приблизительно 5% из числа наблюдаемых белых карликов обладают поверхностными магнитными полями в диапазоне 10^6 — 10^8 Гс (см., например, [13, 343]). Величина соответствующего внутреннего магнитного поля зависит от модели; вероятно, она должна лежать в пределах 10^8 — 10^{10} Гс. Такие поля слишком слабы, чтобы существенно влиять на динамику при $M \leq M_\odot$.

7.3. ВРАЩАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ: СФЕРОИДЫ МАКЛОРЕНА

Наши представления о вращающихся гравитирующих телах основаны главным образом на изучении эллипсоидов с однородной плотностью, динамика которых анализируется сравнительно просто (подробное изложение можно найти в книге Чандрасекара [116]). Простейшие однородные эллипсоиды такого типа — *сфероиды Маклорена*, вращающиеся с однородной угловой скоростью.

В произвольной точке (x, y, z) внутри однородного эллипсоида гравитационный потенциал является квадратичной функцией координат:

$$\Phi = -\pi G\rho [A - A_1x^2 - A_2y^2 - A_3z^2], \quad (7.3.1)$$

где постоянные A зависят только от формы эллипсоида, и $A_1 + A_2 + A_3 = 2$. Это следует из уравнения Пуассона,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad (7.3.2)$$

¹⁾ Магнитные А-звезды имеют поля $\leq 10^4$ Гс на поверхности.