

В-четвертых, при плотностях выше  $2,4 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> химический потенциал электронов удовлетворяет условию  $\mu_e \geq 104 \text{ МэВ} \approx m_\mu c^2$ , где  $m_\mu$  — масса покоя мюона. При этом следует включить в уравнение состояния вклад мюонов. В работе ВВР вычисления проводятся до плотностей порядка  $5 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>; при более высоких плотностях обычная теория ядерной материи неприменима.

Уравнение состояния ВВР подвергалось критике по некоторым пунктам (обсуждение и обзор можно найти в работе Кануто [104]). В частности, при этом подходе предсказывается монотонное возрастание  $Z$  с увеличением  $A$ , в то время как другие авторы предполагают, что при более аккуратном учете поверхностной энергии  $Z$  останется примерно постоянным на уровне  $\sim 40$ . Тогда зависимость  $P(\rho)$  изменится мало, а  $\Gamma$  меняется несколько более заметно.

### 8.3. НУКЛОН-НУКЛОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

В одной обзорной статье Бете заметил, что за предшествовавшую четверть столетия на изучение проблемы нуклон-нуклонного взаимодействия было затрачено больше рабочих человеко-часов, чем на какую бы то ни было научную задачу в истории человечества. А ведь эта оценка была сделана в 1953 году [62]!

Мы начнем изложение этого вопроса с общего обсуждения зависимости потенциала от спина и изоспина. В следующем разделе будет дан обзор некоторых общих свойств, которые должны быть присущи потенциалу, чтобы он позволил воспроизвести экспериментальные данные. Затем в разд. 8.5 и 8.6 мы обсудим зависимость потенциала от расстояния между нуклонами. Мы остановимся на одной частной модели потенциала, потенциале Юкавы, которая может рассматриваться как прототип потенциалов, используемых при более детальном анализе. Потенциал Юкавы будет использоваться как в классическом подходе (в разд. 8.6), так и в квантовом многочастичном уравнении (в разд. 8.7 и 8.8), чтобы показать, как можно получить уравнение состояния, исходя из ядерного потенциала. В ходе этого анализа будет показано, как потенциал используется для вычисления объемной энергии. Наконец, результаты более детальных исследований суммированы в разд. 8.9 и 8.10. Некоторые нерешенные проблемы рассмотрены в разд. 8.11—8.14. В последующих главах будет показано, как микрофизические свойства конденсированного вещества влияют на внутреннее строение нейтронных звезд, находящихся в равновесном состоянии.

---

*Упражнение 8.3.* Используя результаты разд. 2.5, оценить долю нейтронов в ядерной материи при плотности  $\rho_{\text{нuc}} = 2,8 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>.

---

В нерелятивистском пределе можно считать, как и в электромагнетизме, что ядерные силы консервативны и не зависят от скорости ядра и по-

тому выводятся из статического потенциала. Однако в отличие от электростатических сил ядерные силы не удовлетворяют принципу суперпозиции. Полное взаимодействие в многочастичной ядерной системе не сводится к сумме парных взаимодействий. Тем не менее при плотностях порядка  $\rho_{\text{нук}}$  и более низких трехчастичные силы и другие взаимодействия более высокого порядка менее существенны, чем двухчастичные силы, и для начала ими можно пренебречь<sup>1)</sup>.

Потенциальная энергия взаимодействия между двумя нуклонами зависит не только от расстояния между ними  $r$ , но также и от их спинов. Вид спиновой зависимости следует из простых соображений симметрии и соотношений для оператора спина (см., например, книгу Ландау и Лифшица [342], § 116 и 117). Статический потенциал может зависеть только от трех векторов:  $\mathbf{n}$ , единичного вектора, направленного вдоль прямой, соединяющей частицы, и векторов спинов обоих нуклонов,  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$ . Мы предполагаем, что ядерные силы инвариантны относительно вращений, отражений и обращения времени. (Наблюдается небольшое несохранение четности, но оно относится к «слабым» ядерным силам, которые ответственны за  $\beta$ -распад и несущественны для предмета нашего обсуждения.) Таким образом, потенциал должен быть скалярным относительно вращений, но не псевдоскалярным. Он не может также включать вектора градиента, так как присутствие градиента эквивалентно зависимости силы от скорости.

Любая функция оператора спина  $1/2$  сводится к его линейной функции (см., например, § 55 в книге Ландау и Лифшица [342]). Можно построить только два скаляра, линейные по  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$  и зависящие от указанных трех векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ . Это  $\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2$  и  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_2)$ . (Заметим, что  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_1$  — псевдоскаляр.) Если допустить силы, зависящие от скорости, то можно ввести также члены вида  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$  и  $(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^2$ , где  $\mathbf{L}$  — полный орбитальный момент,  $\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$  — полный спин.

Итак, наиболее общий потенциал, зависящий от спина, имеет вид

$$V_{\text{ord}} = V_1(r) + V_2(r)(\sigma_1 \cdot \sigma_2) + V_3(r)[3(\sigma_1 \cdot \mathbf{n})(\sigma_2 \cdot \mathbf{n}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2]. \quad (8.3.1)$$

Здесь мы использовали обозначение  $\mathbf{s}_i = \sigma_i/2$ , где  $\sigma_i$  — спиновые операторы Паули. Третий член записан в таком виде, что он обращается в нуль при усреднении по направлениям вектора  $\mathbf{n}$ ; он соответствует так называемым тензорным силам, и зависимость от  $\mathbf{n}$  указывает на то, что это нецентральные силы.

Потенциал в (8.3.1) не меняет зарядового состояния нуклона и потому назван «обычным». На опыте надежно установлено, что если пренебречь небольшими электромагнитными эффектами и требованиями, связанными с антисимметрией, то ядерные силы, действующие между двумя протонами, двумя нейтронами или протоном и нейтроном, в сущности, одинаковы. Эта зарядовая симметрия называется *изотопической инвариантностью*. Формально можно рассматривать протон и нейтрон как пару различ-

<sup>1)</sup> Впрочем, ниже будет дано обсуждение решающей роли трехчастичных сил в механизме насыщения в ядерной материи.

ных состояний одной и той же частицы-нуклона. Эта симметрия относительно перестановки протонов и нейтронов математически описывается с помощью формализма, полностью аналогичного используемому для описания группы вращений. Нуклон изображается двухкомпонентным спинором в абстрактном групповом пространстве. Свойство, аналогичное обычному спину, называется *изотопическим спином*, или *изоспином*, и обозначается как вектор  $\mathbf{t}$ . Проекция изоспина для протона равна  $+1/2$ , а для нейтрона  $-1/2$ . Оператор  $\tau = 2\mathbf{t}$  — та же спиновая матрица Паули, но действующая на спиноры в изоспиновом пространстве. Полный изоспин системы нуклонов равен  $\mathbf{T} = \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2 + \dots$ , а его проекция на ось  $z$  —  $T_3 = (t_1)_3 + (t_2)_3 + \dots$ . Поскольку собственное значение оператора  $t_3$  равно  $+1/2$  для протона и  $-1/2$  для нейтрона, то для системы, состоящей из  $Z$  протонов и  $A - Z$  нейтронов,  $T_3 = Z - 1/2A$ .

Полная волновая функция системы двух фермионов, т.е. произведение  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2)\omega(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$ , где  $\omega$  — изоспиновая часть волновой функции, должна быть антисимметрична относительно одновременной перестановки переменных  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{t}$ . Абсолютная величина полного изоспина,  $\mathbf{T} = \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2$ , определяет симметрию функции  $\omega$ , так же как полный спин  $\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$  определяет симметрию спиновой части волновой функции. Для двух нуклонов  $T$  принимает два значения, 0 и 1. Триплетное состояние  $T=1$  симметрично, и  $T_3=1, 0$  или  $-1$ , так что оно описывает систему  $pp$ ,  $pn$  или  $nn$ . Для синглетного состояния  $T=0$  функция  $\omega$  антисимметрична и  $T_3=0$ , что соответствует только состоянию  $pn$ .

Поскольку величина  $T$  определяет симметрию функции  $\omega$  и в силу антисимметрии полной функции также симметрию функции  $\psi$ , то сохранение оператора  $T$  эквивалентно определенной симметрии волновой функции  $\psi$ . По-видимому, это соответствует строгой симметрии в сильном взаимодействии (т.е. в пренебрежении электромагнитными силами). Заметим, что сохранение оператора  $T_3$  эквивалентно сохранению заряда при фиксированном числе нуклонов и потому справедливо даже при наличии кулоновских сил.

Операторы изоспина можно использовать для построения обменного оператора  $P^\tau$  (который иногда называется оператором Гейзенберга), представляющего переменные  $(\mathbf{r}_1, \sigma_1)$  и  $(\mathbf{r}_2, \sigma_2)$  в системе двух частиц. Так как  $(P^\tau)^2 = 1$ , то собственные значения оператора  $P^\tau$  равны  $\pm 1$  в зависимости от того, на какую волновую функцию  $\psi(\mathbf{r}_1, \sigma_1; \mathbf{r}_2, \sigma_2)$  действует  $P^\tau$ , — симметричную или антисимметричную. Поскольку  $\psi_{\text{sym}}$  соответствует антисимметричной функции  $\omega$ , то в этом состоянии  $T=0$ . Аналогично  $\psi_{\text{ant}}$  отвечает состоянию с  $T=1$ . Таким образом, оператор  $P^\tau$  можно представлять его действием на изоспиновые переменные волновой функции:

$$P^\tau \omega_0 = +\omega_0, \quad P^\tau \omega_1 = -\omega_1, \quad (8.3.2)$$

где индекс при  $\omega$  определяет значение  $T$ . Так как  $\mathbf{T}^2$  имеет собственные значения  $T(T+1)$ , можно написать

$$P^\tau = 1 - \mathbf{T}^2 = 1 - (\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2)^2 = -\frac{1}{2} - 2\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2, \quad (8.3.3)$$

где мы использовали тот факт, что  $t_1^2$  и  $t_2^2$  имеют одинаковые значения,  $t(t+1)=3/4$ . Окончательно запишем

$$P^\tau = -\frac{1}{2}(1 + \tau_1 \cdot \tau_2). \quad (8.3.4)$$

Оператор, переставляющий спины фермионов и не действующий на их координаты (оператор Бартлетта), также имеет собственные значения, равные  $\pm 1$ :

$$P^B \psi_{S=0} = -\psi_{S=0}, \quad P^B \psi_{S=1} = +\psi_{S=1}. \quad (8.3.5)$$

Сравнивая эти формулы с (8.3.2), мы видим, что

$$P^B = \mathbf{S}^2 - 1 = \frac{1}{2}(1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2). \quad (8.3.6)$$

Оператор, переставляющий только координаты частиц и не затрагивающий их спинов (оператор Майорана), записывается так:

$$P^M = P^B P^\tau = -\frac{1}{4}(1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)(1 + \tau_1 \cdot \tau_2). \quad (8.3.7)$$

Заметим теперь, что потенциал  $V_{\text{ord}}$  в формуле (8.3.1) в действительности содержит некий член обменного типа, так как  $(\sigma_1 \sigma_2)$  можно переписать через  $P^B$ . Обменные взаимодействия, по-видимому, необходимы для объяснения «насыщения» ядерных сил. Более подробно этот вопрос обсуждается в разд. 8.4. С учетом обменных сил наиболее общий потенциал, не зависящий от скорости, имеет вид

$$V(r) = V_{\text{ord}}(r) + V_{\text{exch}}(r), \quad (8.3.8)$$

где

$$V_{\text{exch}}(r) = \{V_4(r) + V_5(r)(\sigma_1 \cdot \sigma_2) + V_6(r)[3(\sigma_1 \cdot \mathbf{n})(\sigma_2 \cdot \mathbf{n}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2]\} P^\tau$$

**Упражнение 8.4.** Выражая спиновые части в формуле (8.3.8) через полный спин  $\mathbf{S}$ , показать, что с оператором  $V$  коммутирует  $\mathbf{S}^2$ , но не  $\mathbf{S}$ . Поэтому в процессе взаимодействия сохраняется лишь величина, но не направление оператора  $\mathbf{S}$ .

Из результата, полученного в упражнении 8.4, следует, что, хотя оператор  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  сохраняется<sup>1)</sup>,  $\mathbf{L}$ , вообще говоря, не сохраняется. Причина этого в присутствии тензорных сил.

Разрешенные состояния двухнуклонной системы классифицируются заданием величин  $T$  и  $S$ . Например, при  $T=1$  и  $S=1$  координатная часть волновой функции должна быть антисимметричной относительно перестановки частиц (четность отрицательна), так что  $L$  должно быть нечетным. При  $L=1$  возможны следующие значения полного момента:  $J=0, 1, 2$ . Та-

<sup>1)</sup> По этой причине мы считаем, что  $V_i$  зависят лишь от  $r$ .

Таблица 8.1

## СОСТОЯНИЯ ДВУХНУКЛОННОЙ СИСТЕМЫ

$T$	$S$	Четность	Возможные состояния	Нуклоны
1	1	-	${}^3P_0, {}^3P_1, ({}^3P_2 + {}^3F_2), {}^3F_3, \dots$	} $np, pp, nr$
1	0	+		
0	1	+	$({}^3S_1 + {}^3D_1), {}^3D_2, ({}^3D_3 + {}^3G_3), \dots$	} $np$
0	0	-		

ким образом, возможны состояния<sup>1)</sup>  ${}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2$ . Если  $L=3$ , то  $J=2, 3$  или 4; соответствующие состояния будут  ${}^3F_2, {}^3F_3, {}^3F_4$  и т.д. Как отмечалось, вообще говоря, сохраняется только  $\mathbf{J}$ , но не  $\mathbf{L}$ , поэтому состояния  ${}^3P_2$  и  ${}^3F_2$  могут смешиваться. Не существует состояний, с которыми могли бы смешиваться  ${}^3P_0$  и  ${}^3P_1$ , и в этих случаях в силу сохранения четности  $L$  также сохраняется. В табл. 8.1 приведено несколько низших состояний двухнуклонной системы.

Эти результаты используются для описания дейтрона — единственной связанной двухнуклонной системы (энергия связи 2,225 МэВ). В основном состоянии  $J=1, T=0, S=1$ . Согласно табл. 8.1, при низшем значении  $L$  основное состояние представляет собой смесь состояний  ${}^3S_1$  и  ${}^3D_1$ . Поскольку магнитный момент дейтрона близок к сумме магнитных моментов протона и нейтрона, то  $S$ -состояние в дейтроне должно играть главную роль. Однако у дейтрона есть электрический квадрупольный момент, который указывает на отклонение от сферически-симметричного основного состояния и хорошо объясняется небольшой примесью  $D$ -состояния. Это прямое свидетельство существования тензорных сил. (Векторное взаимодействие, дающее правило отбора  $\Delta L=0, \pm 1$ , не позволяет объяснить смешивание состояний с  $L=0$  и  $L=2$ .)

*Упражнение 8.5.* Рассматривая действие оператора  $V_1(r) + V_2(r)(\sigma_1\sigma_2)$  на состояния с  $S=0$  и  $S=1$ , показать, что если  $V_2$  дает достаточно большое притяжение, то связанное состояние может существовать в триплете, но отсутствовать в синглете. Как этот вывод соотносится с тем фактом, что в  $np$ -системе связанное состояние есть, а в  $nn$ -системе нет?

<sup>1)</sup> Мы пользуемся обычными спектроскопическими обозначениями  ${}^{2S+1}L_J$ , где значениям  $L=0, 1, 2, 3, 4$  и т.д. соответствуют символы  $S, P, D, F, G, \dots$ . Четность двухчастичной системы равна  $(-1)^L$ .