и получить уравнение состояния. И *выбор* потенциала, и метод его использования в достаточно точном многочастичном расчете — проблемы пока еще не решенные. Предлагаемое нами обсуждение, в лучшем случае, можно рассматривать как иллюстративный пример. Мы возьмем простую форму $V(r)=V_1(r)$, пренебрегая взаимодействиями, зависящими от спина и изоспина. Вместо точного вычисления функции $W(k,x)$ будет предложено вычисление плотности энергии взаимодействия $\varepsilon \equiv (W+mc^2)n$ для системы тождественных нуклонов с массой m и концентрацией n без учета зависимости W от x.

8.6. ПОТЕНЦИАЛ ЮКАВЫ

В 1935 г. Юкава выдвинул смелую гипотезу, согласно которой ядерные силы могут возникать вследствие обмена виртуальными частицами, названными *мезонами*, подобно тому как электромагнитные силы возникают вследствие обмена виртуальными фотонами. Конечный радиус действия ядерных сил можно объяснить, если полагать, что мезон имеет ненулевую массу покоя в отличие от безмассового фотона, который переносит дальнодействующие электромагнитные силы.

В приложении Г рассмотрен классический вариант теории массивных скалярных и векторных полей. Скалярное (однокомпонентное) поле соответствует квантам со спином 0, а векторное поле (с тремя независимыми компонентами) — квантам со спином 1. В пределе медленно движущихся частиц с «зарядом» g, взаимодействующих благодаря скалярным или векторным полям, мы показываем, что энергия взаимодействия равна

$$V_{12} = \pm g^2 \frac{e^{-\mu r}}{r}, \tag{8.6.1}$$

где μ — обратная комптоновская длина волны квантов поля. Эта энергия соответствует члену $V_1(r)$ в формуле (8.3.8), причем $V_i(r)=0$ при $2 \leqslant i \leqslant 6$. Здесь знак плюс (сила отталкивания) отвечает векторному полю, а минус (притяжение) — скалярному полю. Заметим, что для получения радиуса действия $1/\mu \sim 1{,}4$ Фм необходима масса квантов ~ 140 МэВ (если считать, что радиус действия сил сравним с комптоновской длиной волны мезона). Эта величина как раз совпадает с массой *пиона*. Пионы обладают нулевым спином, и потому пионный обмен обусловливает основную часть силы ядерного притяжения. Применяя выражение (8.6.1) для описания экспериментальных данных при низких энергиях[1], можно показать, что $g^2/\hbar c \sim 10$. Поэтому ядерные взаимодействия называются сильными (в электромагнетизме $e^2/\hbar c \approx 1/137$).

---

[1] Например, данные об упругом pp- и πN-рассеянии при низких энергиях (~ 100 МэВ) можно описать с помощью потенциала однопионного обмена при $g^2/\hbar c \approx 15$ (см., например, книгу Перкинса [454]).

Покажем теперь, как потенциал Юкавы,

$$\phi = \pm g \frac{e^{-\mu r}}{r} \tag{8.6.2}$$

можно использовать для вывода уравнения состояния ядерной материи в различных приближениях. Разумеется, формула (8.6.2) представляется чрезмерно упрощенной исходной посылкой, но мы будем использовать ее, показывая, что при заданном потенциале для решения многочастичной задачи необходимы еще различные приближения.

Начнем с простого классического анализа, основанного на работе Зельдовича [632]. Классическая энергия системы частиц вычисляется путем суммирования всех парных межчастичных взаимодействий. Чтобы упростить вычисление, предположим, что макроскопическое распределение *однородно*, пренебрегая, таким образом, влиянием взаимодействия на среднее расстояние между частицами. Иными словами, мы не учитываем «корреляций» между положениями частиц, связанных с их взаимодействием. Кроме того, мы будем считать, что число частиц достаточно велико, и потому суммы можно заменить интегралами, а также что размер системы R удовлетворяет условию $R \gg 1/\mu$.

При указанных условиях энергия взаимодействия в объеме $\mathcal{V}$ равна

$$E_{\mathcal{V}} = \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} V_{ij} = \pm\frac{1}{2} n^2 g^2 \int\int \frac{e^{-\mu r_{ij}}}{r_{ij}} d\mathcal{V}_i\, d\mathcal{V}_j. \tag{8.6.3}$$

Вычислим этот интеграл, считая, что частица, расположенная в точке r_j, соответствует началу координат, и интегрируя по сферам радиуса $r = r_{ij}$. Так как $R \gg 1/\mu$, с хорошей точностью можно пренебречь поверхностными эффектами и продолжить интеграл до бесконечности:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-\mu r}}{r} 4\pi r^2\, dr = \frac{4\pi}{\mu^2}\,. \tag{8.6.4}$$

Интегрируя затем по r_j, получаем

$$E_{\mathcal{V}} = \pm\frac{1}{2} n^2 g^2 \frac{4\pi}{\mu^2}\mathcal{V}. \tag{8.6.5}$$

Таким образом, полная плотность энергии равна

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{kin}} \pm \frac{2\pi n^2 g^2}{\mu^2}. \tag{8.6.6}$$

Для плотности кинетической энергии можно использовать приближение идеального ферми-газа в пределе нерелятивистского (первая строка формулы) и ультрарелятивистского вырождения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{kin}} &= nmc^2 + \tfrac{3}{10}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{m} n^{5/3} \\ &= \frac{(9\pi)^{2/3}}{4}\hbar c n^{4/3} \end{aligned} \tag{8.6.7}$$

(см. разд. 2.3). Эта модель дает грубую оценку объемной энергии ядерной материи, $W = \varepsilon/n - mc^2$, где мы использовали обозначения разд. 8.2 и 8.4. Уравнение состояния вычисляется по формуле

$$P = n^2 \frac{d}{dn}\left(\frac{\varepsilon}{n}\right). \tag{8.6.8}$$

В результате

$$P = P_{\text{kin}} \pm \frac{2\pi n^2 g^2}{\mu^2}, \tag{8.6.9}$$

где

$$P_{\text{kin}} = Kn^{\Gamma} \tag{8.6.10}$$

причем

$$\Gamma = \tfrac{5}{3} \quad \text{(нерелятивистский)}$$

$$= \tfrac{4}{3} \quad \text{(ультрарелятивистский)} \tag{8.6.11}$$

соответственно в нерелятивистском и ультрарелятивистском случаях [см. формулу (2.3.26)].

Таким образом, мы видим, что при низких плотностях ($\rho \lesssim \rho_{\text{nuc}}$), когда можно ожидать, что ядерная сила дает притяжение, взаимодействие несколько уменьшает давление. Однако при высоких плотностях преобладает отталкивание, также описываемое потенциалом Юкавы, отвечающим обменом векторными частицами, и уравнение состояния в присутствии взаимодействия становится более «жестким». В пределе $\rho \equiv \varepsilon/c^2 \to \infty$ (т.е. при $n \to \infty$) уравнение состояния имеет вид

$$P \to \rho c^2. \tag{8.6.12}$$

При этом скорость звука стремится к скорости света,

$$c_s = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)^{1/2} \to c, \tag{8.6.13}$$

в отличие от идеального релятивистского газа, для которого

$$P \to \frac{1}{3}\rho c^2, \qquad c_s \to \frac{1}{\sqrt{3}} c. \tag{8.6.14}$$

Мы вернемся к обсуждению этих результатов в гл. 9.

8.7. МЕТОД ХАРТРИ

Простейшее квантовое обобщение описанного в предыдущем разделе классического вычисления в нерелятивистском пределе получается с помощью