

сти, где можно ожидать, что оба подхода применимы. Кроме того, как уже было сказано, появляется возможность количественно проанализировать насыщение.

8.10. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ БЕТЕ — ДЖОНСОНА

В качестве примера мы приведем результаты Бете и Джонсона [64], которые использовали «ограниченный вариационный метод» Пандхарипанде [443] в низшем порядке. Были найдены уравнения состояния как для чистой ядерной материи, так и для материи, содержащей гипероны с массами, не превышающими массу Δ -резонанса (1236 МэВ). Принятый потенциал ядерного взаимодействия был подобен потенциалу, использованному ранее Рейдом [478], т.е. представлялся в виде суммы функций Юкавы с различными силами и радиусами взаимодействия. Коэффициенты в этом потенциале подбирались в каждой парциальной волне по отдельности, чтобы описать экспериментальные данные о нуклон-нуклонном рассеянии.

Как мы видели ранее, обмен векторными мезонами приводит к появлению отталкивания между нуклонами, в то время как обмен скалярными мезонами приводит к притяжению. Три векторных мезона с наименьшей массой — это ρ (769 МэВ), ω (783 МэВ) и ϕ (1019 МэВ). Из них наиболее сильная связь с нуклонами у ω : как следует из экспериментальных данных при высоких энергиях, $g_{\omega}^2/\hbar c = 10 \pm 2$. Поэтому Бете и Джонсон включили только обмен ω -мезонами: радиус действия соответствующих сил $\sim \mu_{\omega}^{-1} = \hbar/m_{\omega}c = 0,25$ Фм. Поскольку ω — изоскаляр, то отталкивательный кор не зависит от полного изоспина T нуклон-нуклонной системы. Одно из основных различий между потенциалами Рейда и Бете — Джонсона обусловлено именно наличием в последнем случае отталкивания, связанного с обменом ω -мезоном.

Таким образом, потенциал Бете — Джонсона берется в виде

$$V_{\text{BJ}}(r) = \sum_j C_j \frac{e^{-jx}}{x} + V_T(r), \quad (8.10.1)$$

где

$$x \equiv \mu r, \quad \mu \equiv \frac{m_{\pi}c}{\hbar} = 0,7 \text{ Фм}^{-1}. \quad (8.10.2)$$

Коэффициенты C_j при $j \neq 1$ выбираются из сравнения с экспериментальными данными, а C_1 и тензорный потенциал (см. разд 8.3) берутся в соответствии с моделью однопионного обмена [см. [159], гл. 1, формула (3.5)]. Обмен (псевдо)скалярными пионами использован для получения в потенциале (8.10.1) дальнедействующего притяжения (радиус действия соответствующих сил равен $1/j\mu_{\pi}$, где $1/\mu_{\pi} = 5,5/\mu_{\omega}$, причем наиболее сильное притяжение связано с обменом двумя пионами, т.е. представляется членом с $j=2$).

Притяжению отвечают отрицательные коэффициенты при функциях Юкавы, C_j . Отталкивание связано, в основном, с членом

$$V_\omega \equiv g_\omega^2 \frac{e^{-\mu_\omega r}}{r}, \quad (8.10.3)$$

где $g_\omega^2/\hbar c = 29,6$. Поразительно большая величина g_ω^2 , примерно втрое превышающая значение, следующее из данных о рассеянии при высоких энергиях, получается в результате подгонки данных о рассеянии при низких энергиях и фиксированном радиусе потенциала отталкивания, который брался равным в точности $1/\mu_\omega$. Отметим, что в отличие от потенциала Рейда не во всех членах j — целое: например, потенциалу V_ω отвечает $j = 5,5$ в формуле (8.10.1).

Потенциалы Бете — Джонсона воспроизводят следующие из эксперимента фазы рассеяния, энергию связи ядерной материи и квадрупольный момент дейтрона столь же точно, как потенциал Рейда. Для простейшего случая чисто нейтронной материи вычисление этим методом (так называемая «Модель I») дает результаты, типичные для общего случая, хотя в указанной модели радиус потенциала отталкивания такой же, как в потенциале Рейда и соответствует $j = 7$ в (8.10.1). Уравнение состояния записывается в следующем виде (концентрация n выражена в $\Phi\text{м}^{-3}$):

$$\frac{\varepsilon}{n} \equiv W(k, 0) + m_n c^2,$$

$$W(k, 0) = 236n^a \text{ МэВ/частица} \quad (8.10.4)$$

$$P = n^2 \frac{d(\varepsilon/n)}{dn} = 364n^{a+1} \text{ МэВ/}\Phi\text{м}^3$$

$$= 5,83 \times 10^{35} n^{a+1} \text{ дин/см}^2, \quad (8.10.5)$$

$$c_s^2 = \frac{dP}{d\rho} = \frac{n^a}{1,01 + 0,648n^a} c^2, \quad (8.10.6)$$

где

$$a = 1,54, \quad 0,1 \leq n \leq 3 \Phi\text{м}^{-3} \quad \text{или} \quad 1,7 \times 10^{14} \leq \rho \leq 1,1 \times 10^{16} \text{ г/см}^3$$

Упражнение 8.12. Использовать потенциал (8.10.3) в методе Хартри — Фока с плоскими волнами (разд. 8.8) и получить уравнение состояния для чистой нейтронной «жидкости». Сравнить полученные таким образом результаты с уравнением состояния Бете — Джонсона в области $0,1 \leq n \leq 3 \Phi\text{м}^{-3}$.

Упражнение 8.13. Использовать выражение (8.10.6) для скорости звука c_s , чтобы найти предельную плотность, выше которой уравнение состояния Бете — Джонсона заведомо неприменимо.

Наиболее важная черта уравнения состояния Бете — Джонсона — это его сравнительно высокая жесткость, соответствующая адиабатическому показателю $\Gamma = 2,54$. При этом жесткость значительно выше, чем для уравнений состояния, получаемых с потенциалом Рейда, так как в данном случае отталкивание на малых расстояниях описывается более реалистически. Чем больше жесткость, тем выше максимальные массы нейтронных звезд (см. гл. 9).

Бете и Джонсон использовали свою многочастичную технику также для исследования гиперонной жидкости, состоящей из n , p , Λ , Σ и Δ -частиц. Оказалось, что легкие гипероны с массами < 1250 МэВ действительно появляются при типичных для нейтронных звезд плотностях ($n \leq 2 \Phi_{\text{M}}^{-3}$, точное значение зависит от модели). Однако, как и в более ранних работах, полученное уравнение состояния не очень отличается от уравнения состояния для чистой нейтронной материи. Из-за появления новых незанятых ячеек в фазовом пространстве и соответствующего понижения уровня моря Ферми — Дирака уравнение состояния становится несколько более мягким. С другой стороны, в этих расчетах присутствует большая неопределенность. Потенциал взаимодействия между гиперонами почти неизвестен и обычно считается равным потенциалу взаимодействия между нуклонами.

Чтобы показать, как появление новых частиц включается в уравнение состояния, рассмотрим прежде всего задачу о появлении мюонов в идеальном газе, состоящем из нейтронов, протонов и электронов. При нормальных условиях мюоны распадаются на электроны с испусканием нейтрино:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_{\mu} + \bar{\nu}_e. \quad (8.10.7)$$

Если энергия Ферми для электронов становится достаточно высокой, то переход электронов в мюоны становится энергетически выгодным, так что возникает равновесие между мюонами и электронами:

$$\mu^- \leftrightarrow e^-. \quad (8.10.8)$$

Здесь, как обычно, предполагается, что нейтрино излучаются из системы. Хотя для доказательства того, что за интересующее нас характерное время в мюон-электронных переходах успевает установиться равновесие, необходим детальный расчет скоростей реакций, коль скоро мы знаем, что равновесие достигнуто, термодинамика не требует от нас знания всех деталей процесса. Мы просто пишем уравнение химического равновесия

$$\mu_{\mu} = \mu_e, \quad (8.10.9)$$

и требуем сохранения некоторых величин (в данном случае — заряда). Равновесие между нейтронами, протонами и электронами приводит к уравнению

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad (8.10.10)$$

а из электрической нейтральности следует

$$n_p = n_e + n_{\mu}. \quad (8.10.11)$$

При известных выражениях для химических потенциалов и концентраций частиц через плотность материи формулы (8.10.9)—(8.10.11) вместе с уравнением для плотности представляют собой систему уравнений, достаточную для вычисления всех свойств газа. Например, для идеального газа получим

$$m_\mu c^2 (1 + x_\mu^2)^{1/2} = m_e c^2 (1 + x_e^2)^{1/2}, \quad (8.10.12)$$

$$m_n c^2 (1 + x_n^2)^{1/2} = m_p c^2 (1 + x_p^2)^{1/2} + m_e c^2 (1 + x_e^2)^{1/2}, \quad (8.10.13)$$

$$(m_p x_p)^3 = (m_e x_e)^3 + (m_\mu x_\mu)^3, \quad (8.10.14)$$

$$\rho = \frac{m_n}{\lambda_n^3} \chi(x_n) + \frac{m_p}{\lambda_p^3} \chi(x_p) + \frac{m_e}{\lambda_e^3} \chi(x_e) + \frac{m_\mu}{\lambda_\mu^3} \chi(x_\mu), \quad (8.10.15)$$

(ср. разд. 2.3). Здесь величины x — обычные безразмерные импульсы Ферми. Пороговое условие, соответствующее появлению мюонов, имеет вид $n_\mu = 0$, т.е. $x_\mu = 0$. Поскольку при этом электроны ультрарелятивистские, то можно считать, что $x_e \gg 1$. Формулы (8.10.12) — (8.10.14) принимают вид

$$m_\mu = m_e x_e, \quad (8.10.16)$$

$$m_n (1 + x_n^2)^{1/2} = m_p (1 + x_p^2)^{1/2} + m_e x_e, \quad (8.10.17)$$

$$m_p x_p = m_e x_e. \quad (8.10.18)$$

Таким образом,

$$x_n = \left\{ \left[\frac{(m_p^2 + m_\mu^2)^{1/2} + m_\mu}{m_n} \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} = 0,4986$$

и тогда $x_p = 0,1126$, $x_e = 206,8$ и $\rho = 8,21 \cdot 10^{14}$ г/см³.

Упражнение 8.14. Показать, что ниже плотности $8,21 \cdot 10^{14}$ г/см³ существует область значений плотности, при которых мюоны, впрыснутые в идеальный газ, состоящий из нейтронов, протонов и электронов, будут стабильными относительно распада (8.10.7), даже если газ не находится в равновесном состоянии.

Указание. Рассмотрите законы сохранения энергии и импульса для распада мюона.

Упражнение 8.15. Написать соотношения между химическими потенциалами в равновесном идеальном газе, состоящем из n , p , e , μ^- , Λ^0 , Σ^- , Σ^0 и Σ^+ . Объяснить, почему Σ^- -гипероны появляются при наиболее низкой плотности, хотя и имеют наибольшую массу. Чему равна эта плотность? Массы приведены в табл. Д. 1.

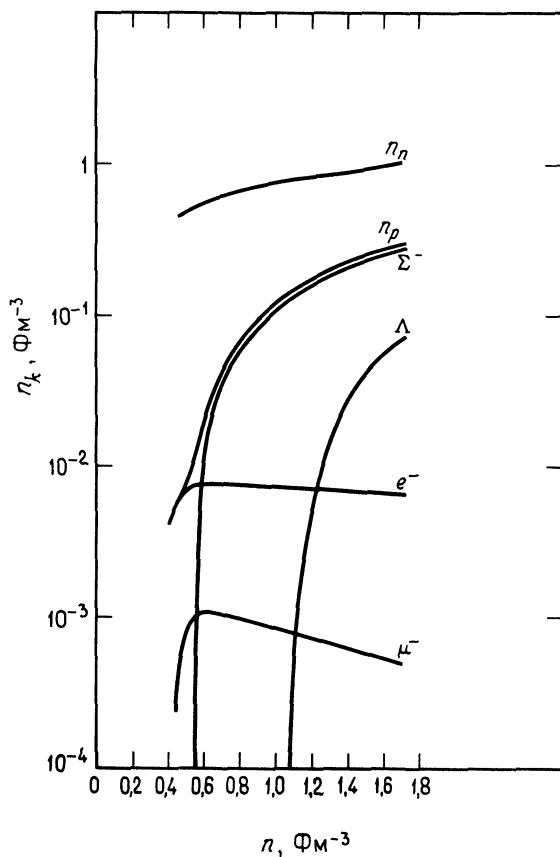


Рис. 8.4. Относительные концентрации n_k в газе свободных гиперонов в зависимости от полной концентрации барионов n . (По работе Кануто [105].)

Вычислительное упражнение 8.16. Построить уравнение состояния для газа, описанного в упражнении 8.15, и изобразить график зависимости от n концентраций всех частиц, содержащихся в газе, в интервале $0 \leq n \leq 10 \text{ ФМ}^{-3}$. Проверить таким образом результаты Амбарцумяна и Саакяна [12], представленные на рис. 8.4. Сравнить полученное уравнение состояния с уравнением для идеального газа, состоящего из нейтронов, протонов и электронов.

Результат упражнения 8.16, согласно которому нейтроны преобладают и в недрах нейтронных звезд, объясняет, почему уравнение состояния Бете — Джонсона при наличии гиперонов мало отличается от уравнения состояния для чисто нейтронного вещества.

Как и все многочастичные вычисления уравнения состояния, результаты Бете и Джонсона вовсе не являются окончательными. Укажем некоторые недостатки этого метода.

1. Использованная многочастичная техника не позволяет воспроизвести полученные методом Монте-Карло «точные» результаты [136] для гипотетического потенциала отталкивания типа Рейда.

2. Ни один из феноменологических нуклон-нуклонных потенциалов не дает насыщения даже при использовании улучшенного метода вычислений.

3. Константа связи для ω -мезонов, которая получается из подгонки данных об NN -рассеянии, $g_{\omega}^2/\hbar c \geq 20$, противоречит значению, которое получается из опыта, $g_{\omega}^2/\hbar c = 10 \pm 2$.

4. Силы взаимодействия гиперонов описаны простейшим и не совсем правильным образом; «массовые сдвиги» гиперонов, обусловленные плотной окружающей средой, не учитываются. Указанные массовые сдвиги могут, например, приводить к тому, что Δ -резонансы появляются лишь при плотностях, превышающих 10^{16} г/см³.

5. Нарушение причинности. $P > \rho c^2$, при высоких плотностях (ср. упражнение 8.13).

6. Δ -резонансы упрощенно описываются как независимые «голые» стабильные элементарные частицы. Пионная конденсация не принимается во внимание (см. разд. 8.11 и 8.12).

Несмотря на эти нетривиальные проблемы, уравнение состояния Бете — Джонсона остается одним из лучших, известных до настоящего времени. Учет отталкивания в ядерных силах на малых расстояниях приводит к ряду жестких уравнений состояния, которые, по-видимому, несколько лучше согласуются с существующими в настоящее время данными о наблюдаемых нейтронных звездах. (См. гл. 9.)

Интересно, что полученное недавно в работах Пандхарипанде и его сотрудников уравнение состояния, использующее как двух-, так и трехнуклонные взаимодействия и приводящее к хорошему согласию теории с экспериментом, весьма близко к уравнению состояния Бете — Джонсона. Оба этих уравнения более жесткие, чем то, которое получается с потенциалами типа Рейда, но менее жесткие, чем в модели с тензорными силами [444, 445] или в теории «релятивистского среднего поля» [595]. Сравнение различных моделей проводится в резюме 8.1, табл. 8.2, а также на рис. 8.5а и 8.5б.

РЕЗЮМЕ 8.1.

*Уравнение состояния холодного вещества
выше точки образования нейтронных капель*

1. Уравнение состояния холодного вещества выше точки образования нейтронных капель ($\rho_{\text{drip}} \approx 4 \cdot 10^{11}$ г/см³) удобно рассматривать для двух областей. Область $\rho_{\text{drip}} < \rho < \rho_{\text{ nuc}} \approx 2,8 \cdot 10^{14}$ г/см³ сравнительно хорошо изучена (см., например, работу [55]). Равновесная материя состоит из обогащенных нейтронами ядер, образующих кулоновскую решетку, электронов и свободных нейтронов. При возрастании плотности свободные нейтроны обеспечивают все большую долю полного давления. При $\rho \sim \rho_{\text{ nuc}}$ начинается деформация и разрушение ядер.

При более высоких плотностях, $\mu > \rho_{\text{ nuc}}$, ситуация менее ясная. В этой области давление определяется главным образом нуклонами (преимущественно нейтронами), вступающими в сильные взаимодействия. Помимо нейтронов и небольшой примеси протонов и электронов, возможно, появляются другие элементарные частицы и резонансные состояния.

2. Расчет уравнения состояния в нерелятивистской области от $\rho_{\text{ nuc}}$ до $\rho \sim 10^{15}$ г/см³ связан с двумя трудностями. а) определением ядерного потенциала для нуклон-нуклонного взаимодействия, б) построением метода, подходящего для решения многочастичной задачи. Выбор потенциала несколько ограничен данными о нуклон-нуклонном рассеянии и свойствах ядерной материи.

3. При сверхвысоких плотностях, $\rho > 10^{15}$ г/см³, в материи появляется заметное количество гиперонов, и взаимодействие между нуклонами должно рассматриваться с учетом релятивистских эффектов. К сожалению, техника решения релятивистской многочастичной задачи для сильно взаимодействующей материи недостаточно хорошо разработана.

4. Уравнения состояния ядерной материи, полученные до настоящего времени, содержат множество неопределенностей. Среди них возможность нейтронной и протонной сверхтекучести, пионной конденсации, отвердения нейтронной материи, фазовых переходов в состояние «кварковой материи», а также эффекты, связанные с образованием Δ -резонансов.

5. Свойства нейтронных звезд чувствительны к равновесному уравнению состояния при плотностях, превышающих ρ_{drip} (см. гл. 9).

6. Типичные модели для уравнения состояния выше точки образования нейтронных капель приводятся на рис. 8.5а и 8.5б и в табл. 8.2.

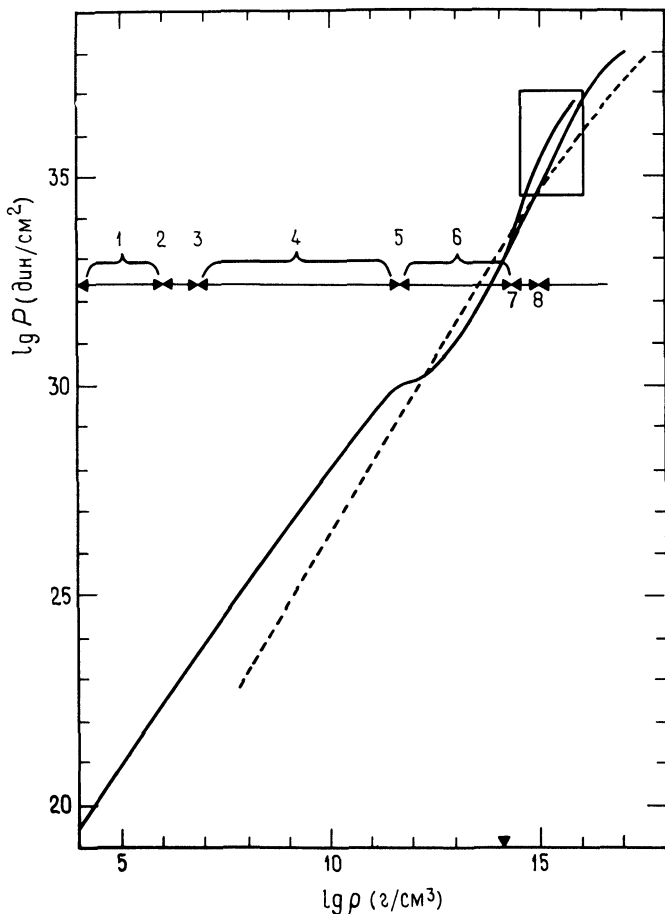


Рис. 8.5а. Равновесное уравнение состояния для холодного вырожденного вещества. Сплошная кривая показывает результат Бейма и др. [56] для области $\rho \leq \rho_{\text{drip}} \approx 4,3 \cdot 10^{11}$ г/см³, плавно переходящий в уравнение Бейма — Бете — Петика в области $\rho_{\text{drip}} \leq \rho \leq \rho_{\text{nuc}} \approx 2,8 \cdot 10^{14}$ г/см³. Для сравнения штриховой линией изображено уравнение Оппенгеймера — Волкова [427] для свободного нейтронного газа. Типичные уравнения состояния для области выше ρ_{nuc} расположены в прямоугольнике в правом верхнем углу графика и показаны в увеличенном виде на рис. 8.5б. (1 — свободные e^- , решетка из ядер ^{56}Fe ; 2 — релятивистские e^- ; 3 — нейтронизация; 4 — свободные e^- , решетка из ядер, обогащенных нейтронами; 5 — нейтронные капли; 6 — решетка из ядер, обогащенных нейтронами, свободные нейтроны; 7 — нейтроны, протоны, e^- ; 8 — гиперонизация.)

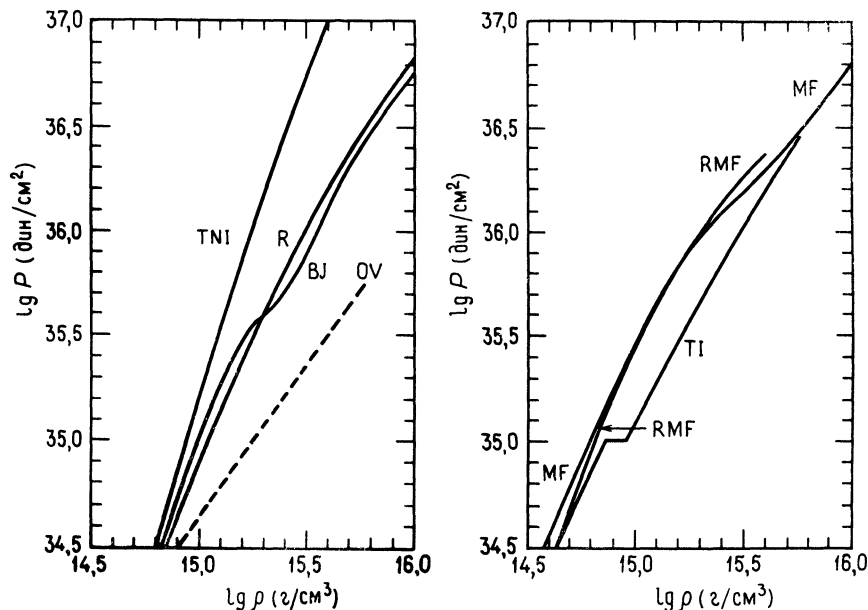


Рис. 8.56. Типичные уравнения состояния для холодного вырожденного вещества при плотностях выше $\rho_{\text{плос}} = 2,8 \cdot 10^{14}$ г/см³. Обозначения даны в табл. 8.2. (Пс работе Арнетта и Бауэrsa [20].)

8.11. НЕРЕШЕННЫЕ ВОПРОСЫ: Δ -РЕЗОНАНС

Существует целый ряд неприятных вопросов, требующих для своего ответа сложных вычислений, которые следовало бы решить, чтобы понять, каково уравнение состояния, например, при плотностях около $2\rho_{\text{плос}}$. Некоторые из них (например, схемы многочастичных вычислений) уже были упомянуты выше. Хотя в данной книге едва ли уместно входить в детали этой проблемы, мы хотели бы все же сформулировать некоторые вопросы и указать, в какую сторону могут изменить уравнение состояния различные неучтенные эффекты.

Один из нерешенных вопросов относится к Δ -резонансу, возбужденному состоянию нуклона, которое имеет массу 1236 МэВ и квантовые числа $t = 3/2$, $J = 3/2$. В результате пионного обмена между двумя нуклонами могут возникнуть виртуальные промежуточные состояния, такие, как NN , $N\Delta$