Положение резко изменилось, когда в конце 1967 г. были открыты пульсары [274]. Голд высказал предположение [227], что они представляют собой вращающиеся нейтронные звезды, и сейчас эта интерпретация общепринята (см. гл. 10).

С 1968 г. было опубликовано много теоретических работ по свойствам нейтронных звезд. Еще больше стимулировало исследования открытие спутником «Ухуру» в 1971 г. пульсирующих компактных рентгеновских источников («рентгеновских пульсаров»). Как полагают, эти источники представляют собой нейтронные звезды, входящие в тесную двойную систему и аккрецирующие газ от своего нормального звездного компаньона. Хотя идея двойных систем с аккрецией предлагалась и ранее для объяснения природы рентгеновских источников, первое убедительное доказательство периодичности было найдено в источниках Центавр X-3 и Геркулес X-1 [312, 537].

Почти одновременное открытие поздней осенью 1968 г. пульсаров в Крабовидной туманности [137, 481, 550] и в созвездии Парусов [345], которые оба расположены в остатках сверхновых, послужило свидетельством образования нейтронных звезд при взрывах сверхновых. Крабовидная туманность, например, является остатком сверхновой, наблюдавшейся китайскими астрономами в 1054 г. н.э.[1)].

Оптические и рентгеновские наблюдения рентгеновских источников, входящих в двойные системы, позволили определить массы нейтронных звезд в некоторых из этих систем. Открытие Халсом и Тейлором [287] первого пульсара в двойной системе также дает возможность измерения массы нейтронной звезды и, как мы увидим позднее, проверки существования гравитационного излучения.

Когда писалась эта книга, было известно около 350 пульсаров, три из которых входят в двойные системы. Известно свыше 300 компактных рентгеновских источников, примерно 19 из которых показывают периодичность и, по-видимому, входят в двойные системы.

9.2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ЯДЕРНОЙ ОБЛАСТИ

Первое приближение в исследовании внутреннего строения нейтронной звезды обеспечивается предположением, что вырожденный газ состоит из невзаимодействующих частиц. В самом деле, аргументация Ландау, приведенная в разд. 3.4, предполагает идеальный вырожденный газ нейтронов и дает значение $M_{\max} \sim 1{,}5\, M_0$ при $R \sim 3$ км для максимальной массы нейтронной звезды и соответствующего радиуса. В этом разделе мы рассмотрим свойства нейтронного газа, основанные на последовательно усложняе-

---

[1)] Бааде [30], Минковский [410] и другие [174, 391] отождествили «южную звезду» вблизи центра Крабовидной туманности как вероятный (сколлапсировавший) остаток звезды, взорвавшейся в 1054 г.

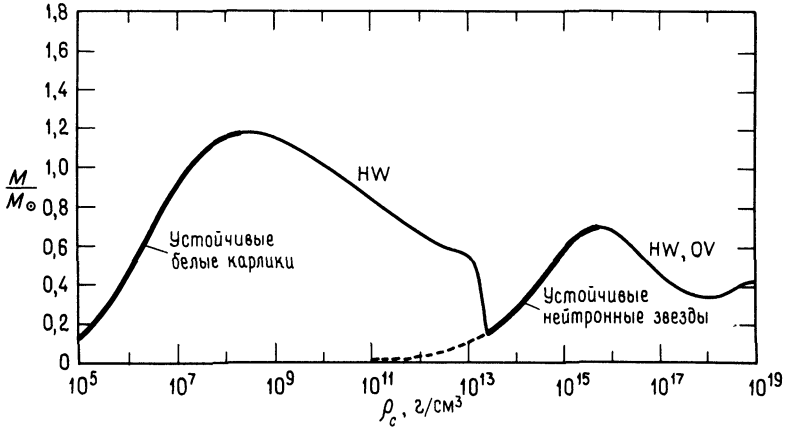

Рис. 9.1. Гравитационная масса как функция плотности в центре для уравнений состояния Гаррисона — Уилера (HW) [259] и Оппенгеймера — Волкова (OV) [427]. Устойчивые ветви графика уравнения HW для белых карликов и нейтронных звезд выделены сплошной жирной линией.

мых уравнениях состояния *идеального газа.* В следующем разделе мы обсудим модели, основанные на более реалистических уравнениях состояния.

Сначала можно рассмотреть случай чистого идеального нейтронного газа. Уравнение состояния для этого случая было выведено в гл. 2. При первом численном рассмотрении структуры нейтронной звезды Оппенгеймер и Волков принимали это уравнение состояния в сочетании с общерелятивистским уравнением гидростатического равновесия [уравнение Оппенгеймера—Волкова, или уравнение (5.7.6)]. Они получили равновесные конфигурации, показанные на рис. 9.1. Отметим, что

$$M_{\max} = 0{,}7\, M_{\odot}\ ;\ R = 9{,}6 \text{ км};\ \rho_c = 5 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3 \tag{9.2.1}$$

являются параметрами конфигурации с максимальной массой. Как обсуждалось в разд. 6.8, конфигурации с $\rho_c > 5 \cdot 10^{15}$ г/см^3 неустойчивы по отношению к гравитационному коллапсу. Предел Чандрасекара для массы нейтронной звезды (т.е. ньютоновская политропа с $n = 3$ при бесконечной плотности) равен 5,73 $M_{\odot}$. Теория относительности снижает эту величину по двум основным причинам: а) максимальная масса приходится на *конечное* значение ρ_c, когда нейтроны становятся уже релятивистскими, но еще не предельно релятивистскими; б) 5,73 $M_{\odot}$ — это масса покоя нейтронов, а полная масса меньше этой величины из-за энергии гравитационной связи звезды.

Упражнение 9.1. Используя уравнение (5.5.3), покажите, что максимальное красное смещение z спектральной линии, излучаемой с поверхности устойчивой нейтронной звезды, равно

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{,}13 \tag{9.2.2}$$

в предположении уравнения состояния идеального нейтронного газа. Используйте результаты Оппенгеймера и Волкова для M и R.

Нейтронные звезды низкой плотности с уравнением состояния идеального нейтронного газа можно аппроксимировать ньютоновскими политропами с $n = 3/2$ [уравнение (2.3.27)]. Используя формулы для политроп, приведенные в разд. 3.3, находим

$$R = 14{,}64 \left(\frac{\rho_c}{10^{15}\ \text{г/см}^3} \right)^{-1/6} \text{км}, \tag{9.2.3}$$

$$M = 1{,}102 \left(\frac{\rho_c}{10^{15}\ \text{г/см}^3} \right)^{1/2} M_\odot, \tag{9.2.4}$$

$$= \left(\frac{15{,}12\ \text{км}}{R} \right)^3 M_\odot. \tag{9.2.5}$$

Таким образом, в расчетах Оппенгеймера и Волкова нет минимальной массы для нейтронной звезды: $M \to 0$ и $R \to \infty$, когда $\rho_c \to 0$. В действительности, конечно, нейтроны становятся неустойчивыми по отношению к бета-распаду при достаточно низкой плотности.

Можно дать приближенный вывод результатов Оппенгеймера и Волкова с использованием вариационного энергетического принципа, изложенного в гл. 6. Поскольку ρ_c при $M_{\max}$ находится в переходной области от нерелятивистских к релятивистским нейтронам, неясно, какой тип политропы является наилучшим приближением нейтронной звезды вблизи $M_{\max}$. Упражнение 9.2 покажет, что использование значения $n = 3$ несовместимо с вариационным принципом, поэтому примем $n = 3/2$. Результаты точно описывают нейтронные звезды с низкой плотностью и дают оценку $M_{\max}$.

Из уравнений (6.10.9) и (6.10.11) имеем

$$E_{\text{int}} = k_1 K \rho_c^{2/3} M, \qquad k_1 = 0{,}795873. \tag{9.2.6}$$

Значение K определяется соотношением (2.3.27). Уравнения (6.10.10) и (6.10.12) дают

$$E_{\text{grav}} = -k_2 G \rho_c^{1/3} M^{5/3}, \qquad k_2 = 0{,}760777. \tag{9.2.7}$$

Чтобы вычислить ΔE_{int}, вычислим сначала

$$u = \frac{\varepsilon_n - m_n c^2 n_n}{\rho_0}, \tag{9.2.8}$$

где

$$\rho_0 = m_n n_n = \frac{m_n x^3}{3\pi^2 \lambda_n^3}, \tag{9.2.9}$$

а $x \ll 1$ — релятивистский параметр. Используя уравнение (2.3.19), находим

$$u = c^2\left(\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{56}x^4\right). \tag{9.2.10}$$

Первый член в уравнении (9.2.10) дает E_{int}, а второй член дает ΔE_{int}

$$\Delta E_{\text{int}} = -\frac{3}{56}c^2\int x^4\,dm. \tag{9.2.11}$$

Заменив x на ρ_0 из выражения (9.2.9) и сделав затем обычную подстановку политропной зависимости в подынтегральное выражение, получим

$$\Delta E_{\text{int}} = -k_3\frac{\hbar^4}{m_n^{16/3}c^2}M\rho_c^{4/3}, \tag{9.2.12}$$

где

$$k_3 = \frac{3}{56}(3\pi^2)^{4/3}\frac{1}{|\xi_1^2\theta'(\xi_1)|}\int_0^{\xi_1}\theta^{3.5}\xi^2\,d\xi$$

$$= 1{,}1651. \tag{9.2.13}$$

Наконец, уравнения (6.9.30) и (6.9.31) дают общерелятивистскую поправку

$$\Delta E_{\text{GTR}} = -k_4\frac{G^2}{c^2}M^{7/3}\rho_c^{2/3}, \tag{9.2.14}$$

где

$$k_4 = 0{,}6807. \tag{9.2.15}$$

Тогда полная энергия звезды равна

$$E = AM\rho_c^{2/3} - BM^{5/3}\rho_c^{1/3} - CM\rho_c^{4/3} - DM^{7/3}\rho_c^{2/3}, \tag{9.2.16}$$

где

$$A = k_1K, \qquad B = k_2G, \qquad C = \frac{k_3\hbar^4}{m_n^{16/3}c^2}, \quad D = k_4\frac{G^2}{c^2}. \tag{9.2.17}$$

Равновесие достигается при условии $\partial E/\partial\rho_c = 0$, которое упрощается, приобретая вид

$$2A\rho_c^{-1/3} - BM^{2/3}\rho_c^{-2/3} - 4C\rho_c^{1/3} - 2DM^{4/3}\rho_c^{-1/3} = 0. \tag{9.2.18}$$

Оставляя только первые два члена, получаем результат (9.2.4) для политропы с $n = 3/2$. Учет всех членов дает лучшее приближение к зависимо-

сти M от ρ_c, полученной Оппенгеймером и Волковым. Неустойчивость начинается, когда $\partial^2 E/\partial\rho_c^2 = 0$. Это условие после упрощения принимает вид

$$-2A\rho_c^{-1/3} + 2BM^{2/3}\rho_c^{-2/3} - 4C\rho_c^{1/3} + 2DM^{4/3}\rho_c^{-1/3} = 0. \quad (9.2.19)$$

Сложив уравнения (9.2.18) и (9.2.19), получим

$$\rho_c = \frac{BM^{2/3}}{8C}. \quad (9.2.20)$$

Подставим это выражение в уравнение (9.2.18) и произведем замену

$$y = M^{4/9}. \quad (9.2.21)$$

Получается кубическое уравнение для y:

$$2A - 3B^{2/3}C^{1/3}y - 2Dy^3 = 0. \quad (9.2.22)$$

Положительный корень этого уравнения равен $y = 6{,}605 \cdot 10^{13}$ единиц СГС, так что

$$M = 1{,}11\, M_\odot \ ; \rho_c = 7{,}43 \cdot 10^{15}\ \text{г/см}^3. \quad (9.2.23)$$

Отметим, что масса M, определяемая соотношением (9.2.23), — это в действительности масса покоя нейтронов (в политропных формулах используется соотношение $dm = 4\pi r^2\rho_0 dm$). Если подставить значения M и ρ_c из соотношений (9.2.23) в (9.2.16), то находим

$$\frac{E}{c^2} = -0{,}08M_\odot, \quad (9.2.24)$$

так что максимальная *полная* масса нейтронной звезды, как предсказывается, должна быть равной 1,03 $M_\odot$, т.е. почти на 40% выше, чем при численном расчете.

Упражнение 9.2. а) Повторите вычисление $M_{\max}$, используя политропные соотношения с $n=3$, как в разд. 6.10. В результате должно получиться $M = 0{,}741\, M_\odot$ и $\rho_c = 3{,}46 \cdot 10^{17}$ г/см^3.

б) Вспомните, что в этом случае при вычислении ΔE_{int} постоянный член опускался [сравнить с уравнением (6.10.15)]. Опущенный член равен как раз $-m_n c^2 N$, т.е. отрицательной массе покоя звезды. Следовательно, E/c^2 представляет теперь полную массу звезды. Вычислите эту величину, используя результаты части а), и покажите, что она больше, чем 0,741 $M_\odot$. Это означает, что звезда не связана и схема приближения привела к неудаче. Чтобы получить какое-то представление, почему так могло оказаться, вычислите отношение $\Delta E_{\text{GTR}}/E_{\text{grav}}$ при значениях M и ρ_c, найденных в части б).

Упражнение 9.3. Рассмотрите нейтронную звезду, удерживаемую в равновесии идеальным вырожденным нейтронным газом, который предполагается *нерелятивистским при всех плотностях*, т.е. $P \equiv K\rho_0^{5/3}$ для всех ρ_0.

а) Используйте постньютоновский вариационный метод, чтобы вывести зависимость M от ρ_c для равновесных конфигураций, и покажите, что она согласуется с уравнением (9.2.4) в ньютоновской области низкой плотности.

б) Покажите, что в постньютоновском приближении *все* равновесные конфигурации радиально устойчивы и что $M \to 3{,}38\ M_\odot$ при $\rho_c \to \infty$.

в) Численное интегрирование уравнения Оппенгеймера—Волкова при этом уравнении состояния дает значение $M_{\max} = 0{,}84\ M_\odot$ для максимальной полной массы при плотности в центре $\rho_{c\ \max} = 5{,}4 \cdot 10^{15}$ г/см^3 и при $dM/d\rho_c < 0$ для всех $\rho_c > \rho_{c,\ \max}$. Обсудите происхождение этого противоречия.

Указание: Рассмотрите E/c^2 и M/R для больших ρ_c в постньютоновском приближении.

Более реалистическое уравнение состояния идеального газа учитывает равновесную смесь невзаимодействующих нейтронов, протонов и электронов. Это уравнение состояния анализировалось в разд. 2.5. Напомним, что нейтроны присутствуют только при плотностях, превышающих $1{,}2 \cdot 10^7$ г/см^3. Отношение числа нейтронов к числу протонов достигает максимума примерно при $7{,}8 \cdot 10^{11}$ г/см^3, а затем уменьшается до 8, когда $\rho \to \infty$. Как и всегда для идеального газа, $P \to \rho/3$, когда $\rho \to \infty$.

Звездные модели, построенные с использованием этого уравнения состояния, ненамного отличаются от полученных Оппенгеймером и Волковым, поскольку зависимость $P(\rho)$ почти такая же, как в случае чистых нейтронов. Например,

$$M_{\max} = 0{,}72\ M_\odot\ ;\ R = 8{,}8 \text{ км};\ \rho_c = 5{,}8 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3. \tag{9.2.25}$$

Звезды с $\rho_c \leqslant 7{,}8 \cdot 10^{11}$ г/см^3 фактически принадлежат к ветви белых карликов с высокой плотностью и потому они неустойчивы. Таким образом, вблизи этого значения ρ_c можно ожидать локального минимума на графике зависимости M от ρ_c. Соответствующая минимальная масса нейтронной звезды, согласно уравнению (9.2.4), равна

$$M_{\min} \simeq 0{,}03\ M_\odot\ ;\ R \simeq 48 \text{ км}. \tag{9.2.26}$$

Напомним, что уравнение состояния Гаррисона — Уилера (разд. 2.6) хорошо передает уравнение состояния для белого карлика (включая режим образования нейтронных капель) с зависимостью для идеального *n-p-e* — газа при $\rho = 4{,}5 \cdot 10^{12}$ г/см^3. Получившийся график зависимости M от ρ_c показан на рис. 9.1. Минимальная масса нейтронной звезды в соответствии с уравнением Гаррисона—Уилера равна

$$M_{\min} = 0{,}18\ M_\odot\ ;\ R = 300 \text{ км};\ \rho_c = 2{,}6 \cdot 10^{13} \text{ г/см}^2.$$

Аналогичные результаты были бы применимы и для уравнения состояния Бейма — Петика — Сазерленда (разд. 2.7), подогнанному под идеальный *n-p-e* — газ. В разд. 9.3 и 9.4 будут даны уточненные оценки минимальной и максимальной масс нейтронной звезды, основанные на более реалистичных уравнениях состояния.

Упражнение 9.4. Предположим, что при плотностях выше ядерной плотности ($> 10^{14}$ г/см^3) нейтроны объединяются в капельки, содержащие N нейтронов на

каплю. Допуская, что все капельки подчиняются статистике Ферми — Дирака для идеального газа, и используя аргументацию Ландау из разд. 3.4, сделайте следующее:

а) Оцените максимальную массу нейтронной звезды, поддерживаемой в равновесии холодными нуклонными капельками, и сравните эту массу с соответствующей величиной для звезды, состоящей из свободных нейтронов.

б) Оцените радиус конфигурации с максимальной массой, состоящей из нуклонных капелек, и сравните этот радиус с соответствующей величиной для звезды, состоящей из свободных нейтронов.

в) Определите отношение поверхностных потенциалов для рассматриваемых двух моделей нейтронной звезды.

г) Предположите теперь, что вместо слияния в капельки нейтроны при высоких плотностях разделяются на N «фундаментальных» частиц равной массы. Как изменятся ответы на вопросы, поставленные в пп. а), б) и в)? Может ли масса нейтронной звезды увеличиваться бесконечно при бесконечной последовательности делений?

9.3. РЕАЛИСТИЧЕСКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Обрисовав в гл. 8 некоторые составные части реалистического уравнения состояния холодного плотного вещества, мы можем теперь сравнивать модели нейтронной звезды, которые получаются при использовании в уравнении Оппенгеймера—Волкова разных уравнений состояния. На рис. 9.2 по-

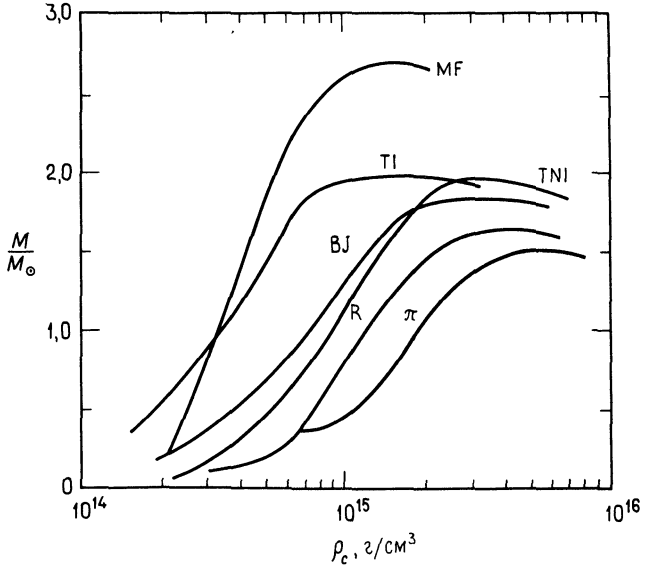

Рис. 9.2. Гравитационная масса как функция плотности в центре для разных уравнений состояния. Буквы около различных кривых расшифровываются в табл. 8.2, за исключением π, которая обозначает уравнение состояния Рейда, видоизмененное с учетом конденсации заряженных пионов. Восходящие части кривых соответствуют устойчивым нейтронным звездам [52].