нее может показаться странным, что из полдюжины (или около того) галактических сверхновых, зарегистрированных за последние 2000 лет, только в Крабовидной туманности содержится пульсар. Возможно, механизм излучения является сильно направленным или может оказаться, что не все сверхновые образуют пульсары (см. гл. 1 и 11).

10.4. МЕРА ДИСПЕРСИИ

Оценка расстояния до каждого из пульсаров получается на основании его *меры дисперсии DM,* определяемой как

$$DM \equiv \int_0^L n_e \, dl \equiv \langle n_e \rangle L, \tag{10.4.1}$$

где L—расстояние до пульсара, m_e—электронная концентрация, а l—длина пути вдоль луча зрения. Мера дисперсии обычно выражается в пс/см^3. Само название «мера дисперсии» возникло по той причине, что электромагнитные волны претерпевают дисперсию под действием проводящей межзвездной среды. При этом широкополосный импульс на более низких частотах достигает Земли позднее, чем на более высоких.

Для количественного рассмотрения вспомним, что ускорение электрона с зарядом $-e$ в разреженной плазме под действием распространяющейся электромагнитной волны с частотой ω определяется выражением

$$m\ddot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E}, \tag{10.4.2}$$

где электрическое поле можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}. \tag{10.4.3}$$

Таким образом,

$$\mathbf{x} = \frac{e}{m\omega^2}\mathbf{E}, \tag{10.4.4}$$

так что поляризация среды равна

$$\mathbf{P} = n_e(-e)\mathbf{x} = -\frac{n_e e^2}{m\omega^2}\mathbf{E}. \tag{10.4.5}$$

Однако

$$\mathbf{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\mathbf{E}, \tag{10.4.6}$$

где ε — диэлектрическая постоянная. Следовательно,

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \tag{10.4.7}$$

где

$$\omega_p^2 \equiv \frac{4\pi n_e e^2}{m} \tag{10.4.8}$$

— плазменная частота.

Для распространения электромагнитной волны с волновым числом k фазовая скорость равна

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\varepsilon^{1/2}}. \tag{10.4.9}$$

Подставив выражение (10.4.7) в (10.4.9), получим дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2c^2. \tag{10.4.10}$$

Отметим, что для распространения волны величина ω должна быть больше, чем ω_p.

Групповая скорость равна

$$v_g = \frac{d\omega(k)}{dk} = c\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2} \simeq c\left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right), \qquad \omega \gg \omega_p. \tag{10.4.11}$$

Время прихода импульса, прошедшего расстояние L и обладающего полосой частот с центром на частоте ω, равно

$$t_a(\omega) = \int_0^L \frac{dl}{v_g} \simeq \frac{1}{c}\int_0^L \left(1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right) dl = \frac{L}{c} + \frac{2\pi e^2}{mc\omega^2} DM, \tag{10.4.12}$$

где мы использовали определение (10.4.1). Измеряемой величиной является $\Delta t_a(\omega)$ — временнáя задержка компонентов импульса с разной частотой, а соотношение

$$\frac{\Delta t_a}{\Delta\omega} = -\frac{4\pi e^2}{mc\omega^3} DM \tag{10.4.13}$$

дает меру дисперсии DM.

Если известна величина $\langle n_e \rangle$ (например, мера дисперсии источников, расположенных на *известных* расстояниях, дает $\langle n_e \rangle = 0{,}03$ см$^{-3}$ для межзвездной среды в окрестностях Солнечной системы [549]), то можно получить расстояние L до отдельных пульсаров на основании меры дисперсии. Полученные таким путем расстояния лежат в диапазоне от ~ 100 пс (PSR 0950 + 08) до 18 кпс (PSR 1648 − 42). Неопределенности, обусловленные отличием средней электронной концентрации $\langle n_e \rangle$ от фактической в разных местах Галактики, приводят к тому, что оценки расстояний до отдельных пульсаров могут быть ошибочными примерно в два раза, но статистически эти оценки являются, вероятно, достаточно точными.

Один из пульсаров — PSR 1929+10 — расположен достаточно близко для того, чтобы на основе измерений в течение года его параллакса определить расстояние до него с приемлемой точностью. Полученное таким образом значение составляет около 50 пс [501].

Упражнение 10.1. Покажите, что предположение о ненулевой массе фотона $m_\gamma \neq 0$ приводит в низшем приближении к дисперсионному закону с той же зависимостью от частоты, что и в уравнении (10.4.13)[1].

10.5. МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ ДЛЯ ПУЛЬСАРОВ

В этом разделе мы обсудим очень простую модель пульсара, которая объясняет многие из наблюдаемых свойств этих объектов. Модель *магнитного диполя* [251, 437, 438] ясно показывает, как кинетическая энергия вращающейся нейтронной звезды преобразуется в излучение пульсара. В этом модельном варианте *наклонного ротатора* предполагается, что нейтронная звезда равномерно вращается с частотой Ω *в вакууме* и обладает магнитным моментом $\mathbf{m}$, ориентированным под углом α к оси вращения. Ниже этой модели будут противопоставлены невакуумные модели (например, соосный ротатор)[2]. Предполагается, что вращение является достаточно медленным, чтобы в первом приближении можно было пренебречь отклонениями от сферичности, связанными с вращением.

Упражнение 10.2. Оцените отношение центробежного и гравитационного ускорений на экваторе пульсара в Крабовидной туманности.

Независимо от геометрии внутреннего поля чисто дипольное магнитное поле на магнитном полюсе звезды B_p связано с $\mathbf{m}$ соотношением

$$|\mathbf{m}| = \frac{B_p R^3}{2}, \tag{10.5.1}$$

где R — радиус звезды. (Сравните с уравнением (5.56) работы [297].) Такая конфигурация обладает переменным во времени дипольным моментом, если смотреть из бесконечности, и поэтому она излучает энергию со скоростью

$$\dot{E} = -\frac{2}{3c^3}|\ddot{\mathbf{m}}|^2. \tag{10.5.2}$$

Если записать

$$\mathbf{m} = \tfrac{1}{2}B_p R^3\left(\mathbf{e}_{\|}\cos\alpha + \mathbf{e}_{\perp}\sin\alpha\cos\Omega t + \mathbf{e}'_{\perp}\sin\alpha\sin\Omega t\right), \tag{10.5.3}$$

---

[1] Допустив, что вся дисперсия пульсара в Крабовидной туманности вызвана тем, что фотоны обладают ненулевой массой, Фейнберг [193] наложил предел $m_\gamma < 10^{-44}$ г на массу фотона!

[2] У такого ротатора магнитная ось параллельна оси вращения. — *Прим. перев.*