

Из уравнений (10.9.1), (10.9.2) и теоремы Стокса находим, что число квантованных вихревых линий на единицу площади для пульсара в Крабовидной туманности равно

$$n_v = \frac{4\Omega m_n}{h} = 1,9 \times 10^5 \text{ см}^{-2}. \quad (10.9.3)$$

Среднее расстояние между вихревыми линиями составляет $n_v^{-1/2} \sim 10^{-2}$ см, что много меньше радиуса звезды. Это оправдывает макроскопический подход: если рассматривать $\langle \mathbf{v} \rangle$, то со сверхтекучей жидкостью можно обращаться как с вращающимся твердым телом. Момент инерции звезды также имеет свое классическое значение.

Вопрос о том, «приколоты» ли сердцевины вихревых линий к ядрам в коре или же они проникают в пространство между ядрами, пока является предметом исследований и споров. Ответ на этот вопрос важен для некоторых моделей сбоев пульсаров.

10.10. СБОИ ПУЛЬСАРОВ И АДРОННАЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

Примечательно, что данные наблюдений моментов прихода импульсов от пульсаров в Крабовидной туманности и в созвездии Парусов после внезапных скачков частоты у них могут послужить свидетельством существования сверхтекучести в нейтронных звездах.

При первом сбое пульсара в созвездии Парусов, для которого было характерным резкое изменение $\dot{\Omega}$ ($\Delta\dot{\Omega}/\dot{\Omega} \sim 10^{-2}$) наряду с более слабым возрастанием Ω ($\Delta\Omega/\Omega \sim 2 \cdot 10^{-6}$), Бейм, Пайнс, Петик и Рудерман [54] предложили простую «двухкомпонентную» модель нейтронной звезды для объяснения скачка частоты. Мы рассмотрим эту модель, которая в основном является феноменологической, в качестве образца, чтобы показать, как в принципе данные по наблюдениям сбоев могут быть включены в теоретическую картину. Ниже мы сравним некоторые конкретные предсказания модели с наблюдениями.

Согласно этой модели, нейтронная звезда состоит из нормального компонента — коры и заряженных частиц — с моментом инерции I_c и слабо связанной с ним сверхтекучей нейтронной жидкости, обладающей моментом инерции I_n . Предполагается, что заряженный компонент вращается с наблюдаемой частотой пульсара $\Omega(t)$, поскольку считается, что все заряженные частицы сильно связаны с магнитным полем. Вращение сверхтекучей нейтронной жидкости, как предполагается, должно быть квазиоднородным в том смысле, как об этом говорилось в разд. 10.9, со средней угловой частотой $\Omega_n(t)$. Связь между двумя компонентами описывается одним параметром τ_c — временем релаксации для диссипации энергии вследствие трения.

В модели предполагается, что возрастание частоты вращения вызывается «звездотрясением», происходящим в коре. Детали механизма звездотрясения сейчас несущественны (см. следующий раздел, где дано описание

модели). Достаточно исходить из следующих предположений: а) увеличение скорости вращения коры *быстро* передается *заряженным* частицам в недрах звезды посредством сильного магнитного поля (характерное время ~ 100 с); б) реакция нейтронной сверхтекучей жидкости на увеличение скорости вращения системы кора — заряженные частицы является значительно более медленной (годы) из-за гораздо более слабой фрикционной связи между нормальным и сверхтекучим компонентами.

Упражнение 10.9. Скачок частоты вращения коры передается заряженным частицам в недрах звезды магнитным полем, на которое они «нанизаны». Любое возмущение магнитного поля, вызванное, например, дифференциальным вращением, генерирует магнитные «звуковые волны», или альвеновские волны, распространяющиеся со скоростью

$$v_A \sim \left(\frac{P_B}{\rho} \right)^{1/2}, \quad P_B \sim \frac{B^2}{8\pi}. \quad (10.10.1)$$

Пусть дифференциальное вращение компонента коры — заряженные частицы сглаживается за время τ_A , которое требуется альвеновским волнам, чтобы пересечь нейтронную звезду. Оцените τ_A для типичного пульсара.

Ответ: $\tau_A \sim 50$ с.

В отсутствие сбоев взаимодействие между двумя компонентами после звездотрясения регулируется двумя линейными уравнениями

$$I_c \dot{\Omega} = -\alpha - \frac{I_c(\Omega - \Omega_n)}{\tau_c}, \quad (10.10.2)$$

$$I_n \dot{\Omega}_n = \frac{I_c(\Omega - \Omega_n)}{\tau_c}. \quad (10.10.3)$$

Здесь α — внешний тормозящий момент, действующий на кору в связи, например, с реакцией излучения магнитного диполя. Если считать, что α и τ_c постоянны на интересующих нас интервалах времени, то уравнения (10.10.2) и (10.10.3) могут быть решены, что дает

$$\Omega = -\frac{\alpha}{I}t + \frac{I_n}{I}\Omega_1 e^{-t/\tau} + \Omega_2, \quad (10.10.4)$$

$$\Omega_n = \Omega - \Omega_1 e^{-t/\tau} + \frac{\alpha\tau}{I_c}, \quad (10.10.5)$$

где

$$I \equiv I_c + I_n, \quad \tau \equiv \tau_c I_n / I, \quad (10.10.6)$$

а Ω_1 и Ω_2 — произвольные константы, зависящие от начальных условий.

Обратите внимание, что стационарное решение ($t/\tau \rightarrow \infty$) имеет вид

$$\Omega_n - \Omega = \frac{\alpha\tau}{I_c} = \frac{\alpha}{I} \frac{I_n}{I_c} \tau_c = \frac{I_n}{I_c} \frac{\tau_c}{T} \Omega, \quad (10.10.7)$$

где соотношение

$$\frac{1}{T} = -\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = \frac{\alpha}{I\Omega} \quad (10.10.8)$$

дает характеристическое время, определенное выражением (10.5.7).

Проводимые после сбоев наблюдения показывают, что для пульсара в созвездии Парусов τ имеет значение порядка нескольких месяцев, а для пульсара в Крабовидной туманности τ порядка нескольких недель (см. приводимое ниже обсуждение). Итак, если грубо предположить $I_n \sim I_c$, что справедливо для массивной ($1,4 M_\odot$) звезды, построенной на основе жесткого уравнения состояния типа T1 или TN1 (см. рис. 9.4), то уравнения (10.10.6) и (10.10.7) предсказывают $(\Omega_n - \Omega)/\Omega$ порядка 10^{-5} для пульсаров в созвездии Парусов и в Крабовидной туманности.

Уравнение (10.10.4) использовалось для согласования данных о моментах прихода импульсов от пульсаров в Крабовидной туманности и в созвездии Парусов, поступивших уже после сбоев. Допустим, что сбой наблюдаемой угловой скорости (коры) произошел мгновенно в момент времени $t = 0$: $\Omega(t) = \Omega_0(t) + \Delta\Omega_0$. Заменим Ω и Ω_2 в уравнении (10.10.4) постоянными величинами $\Delta\Omega_0$ и «параметром восстановления» Q , так что уравнение примет вид

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + \Delta\Omega_0 [Qe^{-t/\tau} + 1 - Q]. \quad (10.10.9)$$

Параметр восстановления Q определяет степень релаксации угловой скорости к ее экстраполированной величине: если $Q = 1$, то $\Omega(t) = \Omega_0(t)$ при $t \rightarrow \infty$. В данном случае $\Omega_0(t) = \Omega_0 - \alpha t/I$ — это частота пульсара в отсутствие сбоя и Ω_0 — постоянная.

Предсказываемое уравнением (10.10.9) поведение пульсара иллюстрируется на рис. 10.7. Это описание удовлетворительно согласуется со всеми крупными сбоями, наблюдавшимися до настоящего времени. На рис. 10.3 показаны имеющиеся данные для пульсара в созвездии Парусов, которые ясно демонстрируют наличие сбоев. В табл. 10.1 приведены результаты исследования девяти сбоев пульсаров, для которых был выполнен детальный анализ.

Несомненно, решающая проверка этой феноменологической двухкомпонентной модели сводится к выяснению того, дают ли аппроксимирующие функции, которые характеризуют поведение пульсара после сбоя, *одинаковые* значения Q и τ для всех сбоев одного и того же пульсара. Хотя данные наблюдений приводят к очевидным расхождениям, примечательно, что в самом низшем приближении указанные значения постоянны с приемлемой точностью. Причиной видимых расхождений могут быть как трудности

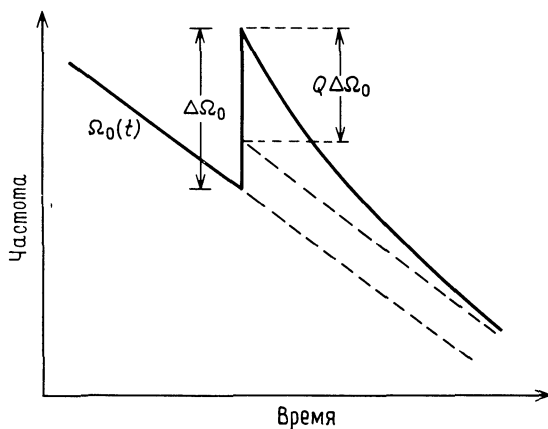


Рис. 10.7. Зависимость угловой частоты вращения пульсара от времени после скачкообразного увеличения скорости вращения [см. уравнение (10.10.9)] [380].

анализа данных о моментах прихода импульсов, так и слишком большое упрощение, свойственное двухкомпонентной модели. Однако предположение о наличии по крайней мере двух различных компонентов, которые имеют характерные времена релаксации, сравнимые с предсказаниями теории,

Таблица 10.1

НАБЛЮДЕНИЯ СБОЕВ И ПОВЕДЕНИЯ ПОСЛЕ СБОЕВ
ДЛЯ ТРЕХ ПУЛЬСАРОВ

Дата	Пульсар	Ссылка	$\Delta\Omega_0/\Omega_0$	$Q(\times 100)$	τ , сут
III/69	0833-45 ¹⁾	[168]	$2,34 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \pm 1,0$	75 ± 20
VIII/71	0833-45	[168]	$1,96 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \pm 0,1$	60 ± 10
XII/71	0833-45	[168]	$1,17 \cdot 10^{-8}$	55^{+21}_{-12}	80 ± 20
X/75	0833-45	[168]	$2,01 \cdot 10^{-6}$	$8,8 \pm 0,8$	40 ± 5
VII/78	0833-45	[168]	$3,05 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \pm 0,5$	55 ± 5
X/81	0833-45	[397]	$1,14 \cdot 10^{-6}$?	?
IX/69	0531+21 ²⁾	[83]	$\sim 10^{-8}$	~ 93	$\sim 4,1$
X/71	0531+21	[371]	$2 \cdot 10^{-9}$	~ 96	15
II/75	0531+21	[371]	$3,7 \cdot 10^{-8}$	~ 96	15
\sim IX/77	1641-45	[381]	$1,9 \cdot 10^{-7}$?	31 000

¹⁾ Пульсар в созвездии Парусов.

²⁾ Пульсар в Крабовидной туманности.

рассматривающей связь между корой и сверхтекучей жидкостью, вообще говоря, поддерживается этими данными.

Могут ли указанные данные обеспечить улучшение нашего понимания физической природы нейтронной звезды, если допустить, что используемая модель корректна? Как утверждают многие исследователи, на этот вопрос, несомненно, можно ответить положительно.¹⁾

Рассмотрим параметры Q и τ . Определив

$$\Delta\Omega(t) \equiv \Omega(t) - \Omega_0(t), \quad (10.10.10)$$

найдем из уравнения (10.10.9), что

$$Q = - \frac{\Delta\dot{\Omega}(t=0)}{\Delta\Omega_0} \tau \quad (10.10.11)$$

и

$$\tau = - \frac{\Delta\dot{\Omega}(t=0)}{\Delta\ddot{\Omega}(t=0)}. \quad (10.10.12)$$

Таким образом, Q и τ могут быть в принципе определены непосредственно из данных наблюдений после сбоя.

Параметр Q может быть связан с моментами инерции разных компонентов. Предположим, что ответственное за сбой «звездотрясение» приводит к изменениям ΔI_c , $\Delta\Omega$, ΔI_n , $\Delta\Omega_n$ и т.д., но оставляет τ_c и α примерно постоянными. Тогда во временных масштабах звездотрясения момент количества движения каждого компонента по отдельности сохраняется, откуда следует

$$\frac{\Delta I_c}{I_c} = - \frac{\Delta\Omega}{\Omega}, \quad (10.10.13)$$

$$\frac{\Delta I_n}{I_n} = - \frac{\Delta\Omega_n}{\Omega_n}. \quad (10.10.14)$$

Дифференцирование уравнения (10.10.2) дает

$$\Delta\dot{\Omega} = \frac{\alpha \Delta I_c}{I_c^2} - \frac{\Delta\Omega - \Delta\Omega_n}{\tau_c}. \quad (10.10.15)$$

Но уравнения (10.10.13) и (10.10.8) приводят к

$$\frac{\alpha \Delta I_c}{I_c^2} = - \frac{\alpha \Delta\Omega}{I_c \Omega} = - \frac{I}{I_c} \frac{\Delta\Omega}{T}. \quad (10.10.16)$$

Типичным является соотношение

$$\frac{I_c}{I} \frac{T}{\tau_c} \gg 1, \quad (10.10.17)$$

¹⁾ См., например, [11], где приведены ссылки на более ранние работы.

так что первым членом в уравнении (10.10.15) можно пренебречь по сравнению со вторым.

Упражнение 10.10. Проверьте, что для пульсара в созвездии Парусов неравенство (10.10.17) удовлетворяется при разумных оценках I_c/I (например, $\geq 0,01$).

Таким образом, уравнение (10.10.15) с учетом (10.10.8) принимает вид

$$\frac{\Delta\dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} = \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \frac{T}{\tau_c} \left(1 - \frac{\Delta\Omega_n}{\Delta\Omega} \right). \quad (10.10.18)$$

Упражнение 10.11. Покажите, что двухкомпонентная модель предсказывает для $\dot{\Omega}$ большее относительное изменение вслед за сбоем, чем для Ω .

Уравнение (10.10.11) с учетом (10.10.18) и (10.10.8) дает при $\Delta\Omega = \Delta\Omega_0$

$$Q = \frac{\tau}{\tau_c} \left(1 - \frac{\Delta\Omega_n}{\Delta\Omega} \right). \quad (10.10.19)$$

Вспомнив соотношения (10.10.6), (10.10.13) и (10.10.14), получим

$$Q = \frac{I_n}{I} \left(1 - \frac{\Delta I_n / I_n}{\Delta I_c / I_c} \frac{\Omega_n}{\Omega} \right). \quad (10.10.20)$$

Поскольку $\Omega_n - \Omega \ll \Omega$, в типичных случаях можно ожидать

$$Q \approx \frac{I_n}{I}. \quad (10.10.21)$$

Таким образом, табл. 10.1 дает определенные значения моментов инерции нормального и сверхтекучего компонентов нейтронной звезды.

Всякое сравнение между наблюдаемыми значениями Q и теоретическими значениями I_n/I усложняется тем, что, даже если двухкомпонентная модель верна, отношение I_n/I зависит как от принятого уравнения состояния, так и от массы нейтронной звезды. Значения I_n/I приведены в табл. 10.2 для разных уравнений состояния, рассмотренных ранее в разд. 9.3: мягкого уравнения Рейда, умеренно жесткого уравнения Бете — Джонсона и очень жестких уравнений в приближениях среднего поля и тензорного взаимодействия¹⁾. В типичных случаях более жесткие уравнения состояния и меньшие массы означают относительно более толстую кору и, следовательно, меньшие значения I_n/I . Одна из возможных интерпретаций данных, полученных после сбоя, заключается в том (если допустить правильность модели взаимодействия Рейда), что пульсар в Крабовидной туманно-

¹⁾ Вспомните, что уравнение состояния TNI (приближение трехнуклонного взаимодействия) сравнимо с уравнением Бете—Джонсона.

дежного объяснения связи между корой и сверхтекучими нейтронными недрами. Действительно, Даунс [168] показал, что поведение пульсара в созвездии Парусов после сбоя значительно отличается от предсказанного на основе простой двухкомпонентной модели, описывающей слабо связанные кору и сверхтекучее ядро. Очевидно, необходим дальнейший анализ (см., например, [11]). Тем не менее указанная модель иллюстрирует, как данные о моментах прихода импульсов пульсаров можно использовать в качестве мощного инструмента для исследования структуры нейтронной звезды и физики адронов.

10.11. ПРОИСХОЖДЕНИЕ СБОЕВ ПУЛЬСАРОВ: ЗВЕЗДОТЯСЕНИЯ

Было предложено много моделей для объяснения внезапных скачков частоты у пульсаров с тех пор, как они впервые наблюдались в 1969 г. (см. обзоры [380, 462]). В их числе модели звездотрясения (происходящего в коре и/или в ядре), «прикалывания» вихрей, магнитосферной неустойчивости и неустойчивости в движении сверхтекучей нейтронной жидкости. В качестве примера вычисления взаимосвязи между микроскопическими свойствами вещества нейтронных звезд и наблюдаемыми макроскопическими характеристиками изучим подробно модель звездотрясения [53, 489]. Согласно этой модели, внезапное растрескивание коры нейтронной звезды уменьшает момент инерции и, следовательно, увеличивает Ω . Мы увидим, что эта модель «коротрясения» удовлетворительно объясняет скачки частоты пульсара в Крабовидной туманности, но не может быть применена без модификации к пульсару в созвездии Парусов.

Упражнение 10.12 (основано на [482, 507]). Создание моделей скачков частоты, основанных на магнитосферных неустойчивостях, стимулировалось бросающейся в глаза корреляцией между некоторыми случаями сбоя пульсара в Крабовидной туманности и вспышки активности «жгутов» Крабовидной туманности. Предположите, что магнитное поле в области замкнутых силовых линий вокруг пульсара может удерживать заряженные частицы, пока момент инерции плазмы не достигнет максимальной величины

$$I_p \sim \frac{B_p^2 R^3}{6\Omega^2}. \quad (10.11.1)$$

([490]; попробуйте вывести соотношение (10.11.1) на энергетической основе). Рассчитайте $\Delta\Omega/\Omega$, если вся плазма внезапно освободилась без создания момента, тормозящего звезду. Получите оценки для пульсаров в Крабовидной туманности и в созвездии Парусов, предположив разумные значения для B_p , M и R .

Ответ: $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \sim \begin{cases} 10^{-6} & \text{для пульсара в созвездии Парусов,} \\ 10^{-7} & \text{для пульсара в Крабовидной туманности.} \end{cases}$

Картина звездотрясения основана на идее, что ядра коры нейтронной звезды [$\rho < (2 \div 2,4) \cdot 10^{14}$ г/см³] образуют твердую кулоновскую решетку