дежного объяснения связи между корой и сверхтекучими нейтронными недрами. Действительно, Даунс [168] показал, что поведение пульсара в созвездии Парусов после сбоя значительно отличается от предсказанного на основе простой двухкомпонентной модели, описывающей слабо связанные кору и сверхтекучее ядро. Очевидно, необходим дальнейший анализ (см., например, [11]). Тем не менее указанная модель иллюстрирует, как данные о моментах прихода импульсов пульсаров можно использовать в качестве мощного инструмента для исследования структуры нейтронной звезды и физики адронов.

10.11. ПРОИСХОЖДЕНИЕ СБОЕВ ПУЛЬСАРОВ: ЗВЕЗДОТРЯСЕНИЯ

Было предложено много моделей для объяснения внезапных скачков частоты у пульсаров с тех пор, как они впервые наблюдались в 1969 г. (см. обзоры [380, 462]). В их числе модели звездотрясения (происходящего в коре и/или в ядре), «прикалывания» вихрей, магнитосферной неустойчивости и неустойчивости в движении сверхтекучей нейтронной жидкости. В качестве примера вычисления взаимосвязи между микроскопическими свойствами вещества нейтронных звезд и наблюдаемыми макроскопическими характеристиками изучим подробно модель звездотрясения [53, 489]. Согласно этой модели, внезапное растрескивание коры нейтронной звезды уменьшает момент инерции и, следовательно, увеличивает Ω. Мы увидим, что эта модель «коротрясения» удовлетворительно объясняет скачки частоты пульсара в Крабовидной туманности, но не может быть применена без модификации к пульсару в созвездии Парусов.

Упражнение 10.12 (основано на [482, 507]). Создание моделей скачков частоты, основанных на магнитосферных неустойчивостях, стимулировалось бросающейся в глаза корреляцией между некоторыми случаями сбоя пульсара в Крабовидной туманности и вспышки активности «жгутов» Крабовидной туманности. Предположите, что магнитное поле в области замкнутых силовых линий вокруг пульсара может удерживать заряженные частицы, пока момент инерции плазмы не достигнет максимальной величины

$$I_p \sim \frac{B_p^2 R^3}{6\Omega^2}. \tag{10.11.1}$$

([490]; попробуйте вывести соотношение (10.11.1) на энергетической основе). Рассчитайте $\Delta\Omega/\Omega$, если вся плазма внезапно освободилась без создания момента, тормозящего звезду. Получите оценки для пульсаров в Крабовидной туманности и в созвездии Парусов, предположив разумные значения для B_p, M и R.

Ответ: $$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \sim \begin{cases} 10^{-6} \text{ для пульсара в созвездии Парусов,} \\ 10^{-7} \text{ для пульсара в Крабовидной туманности.} \end{cases}$$

Картина звездотрясения основана на идее, что ядра коры нейтронной звезды [$\rho < (2 \div 2{,}4) \cdot 10^{14}$ г/см^3] образуют твердую кулоновскую решетку (сравните с разд. 8.2). Из-за вращения звезды кора имеет сплюснутую форму (сравните с разд. 9.6). При замедлении вращения звезды действующие на кору центробежные силы уменьшаются и возникает напряжение, стремящееся перевести кору в равновесное состояние с меньшей сплюснутостью. Однако жесткая кора сопротивляется этому напряжению и остается более сплюснутой по форме, нежели в равновесном состоянии. Наконец, когда напряжения в коре достигнут критической величины, кора трескается. Часть напряжения снимается, и избыток сплюснутости сокращается. В результате резко уменьшается момент инерции коры и благодаря сохранению момента количества движения внезапно увеличивается частота. Это и приводит к наблюдаемому скачку частоты пульсара.

Для получения количественных оценок определим зависящий от времени параметр сплюснутости ε в соответствии с выражением

$$I = I_0(1 + \varepsilon), \tag{10.11.2}$$

где I — момент инерции, а I_0 — значение момента инерции для невращающейся сферической звезды. Параметр ε связан с параметром деформации λ и эксцентричностью e, определенными в уравнениях (7.4.28) и (7.4.32), следующим образом:

$$1 + \varepsilon = \lambda^{-1} = (1 - e^2)^{-1/3}. \tag{10.11.3}$$

Для малых отклонений от сферичности имеем

$$\varepsilon \simeq \frac{e^2}{3}. \tag{10.11.4}$$

Рассмотрим теперь полную энергию вращающейся ньютоновской нейтронной звезды

$$E = E_{\text{int}} + W + T + E_{\text{strain}}. \tag{10.11.5}$$

Здесь в дополнение к обычным членам [сравните с уравнением (7.4.35) мы ввели новый член E_{strain} для учета энергии упругой деформации коры.

Разлагая выражение (7.4.29) с учетом того, что λ близко к единице, найдем

$$g(\lambda) \simeq 1 - \frac{(1-\lambda)^2}{5} \simeq 1 - \frac{\varepsilon^2}{5}. \tag{10.11.6}$$

Таким образом

$$E_{\text{int}} + W + T \simeq E_{\text{int}} + W_0 + A\varepsilon^2 + J^2\frac{(1-\varepsilon)}{2I_0}, \tag{10.11.7}$$

где W_0 — гравитационная потенциальная энергия невращающейся нейтронной звезды, $A \equiv |W_0|/5$, а E_{int}, как мы предположили ранее, не зависит от ε.

Энергия упругой деформации появляется при сжатии твердой объемноцентрированной кубической кулоновской решетки. Согласно расчетам

Бейма—Бете—Петика (см. разд. 8.2), кора нейтронной звезды состоит из обогащенных нейтронами ядер, образующих такую решетчатую структуру. Энергию деформации можно грубо оценить следующим образом. Представим, что у звезды есть некая начальная несферичность ε_0. При этой «опорной» сплюснутости звезда свободна от напряжений. При уменьшении Ω сплюснутость ε становится меньше ε_0, что вызывает деформацию коры. Рассмотрим одномерную кулоновскую решетку, обсуждавшуюся в разд. 3.7. Сжатие решетки по мере того, как звезда изменяет свою форму, приводит к появлению энергии упругой деформации

$$E_{\text{strain}} \sim N\left(\tfrac{1}{2}Kx^2\right), \tag{10.11.8}$$

где

$$N \sim n_{\text{A}}R^3 \tag{10.11.9}$$

— это полное число узлов решетки (ядер) в коре; $n_{\text{A}} \sim 1/R_0^3$ — средняя концентрация ионов; $R_0 \sim R/N^{1/3}$ — расстояние между ионами; K — «постоянная жесткости» решетки [уравнение (3.7.19)] и

$$x \sim \delta R_0 \sim \frac{\delta R}{N^{1/3}} \sim \frac{R\,\delta\varepsilon}{N^{1/3}} \sim \frac{R}{N^{1/3}}|\varepsilon - \varepsilon_0| \tag{10.11.10}$$

— среднеквадратичное отклонение иона от его равновесного положения вследствие сжатия. Таким образом, соотношение (10.11.8) принимает вид

$$E_{\text{strain}} \sim \frac{Z^2e^2}{R_0}n_{\text{A}}R^3(\varepsilon - \varepsilon_0)^2. \tag{10.11.11}$$

Более точное рассмотрение Бейма и Пайнса [53] дает для неэкранированной объемноцентрированной кубической кулоновской решетки

$$E_{\text{strain}} = B(\varepsilon - \varepsilon_0)^2, \tag{10.11.12}$$

где

$$B = 0{,}42\left(\frac{4\pi}{3}R^3\right)n_{\text{A}}\frac{Z^2e^2}{a},$$

$$a \equiv \left(\frac{2}{n_{\text{A}}}\right)^{1/3}. \tag{10.11.13}$$

Упражнение 10.13. Покажите, что для типичных параметров пульсара $B \ll A$ в коре. Предположите, что в коре $\rho \lesssim 2 \cdot 10^{14}$ г/см^3, $Z \sim 10$ и $n_{\text{A}} \lesssim 5 \times 10^{34}$ см$^{-3}$.

Среднее напряжение σ в коре определяется соотношением

$$\sigma \equiv \left|\frac{1}{V_c}\frac{\partial E_{\text{strain}}}{\partial \varepsilon}\right| = \mu(\varepsilon_0 - \varepsilon), \tag{10.11.14}$$

где V_c — объем коры, а

$$\mu = \frac{2B}{V_c} \qquad (10.11.15)$$

— средний модуль сдвига.

Уравнение (10.11.5) с учетом (10.11.12) и (10.11.7) принимает вид

$$E = E_0 + A\varepsilon^2 + J^2\frac{(1-\varepsilon)}{2I_0} + B(\varepsilon - \varepsilon_0)^2, \qquad (10.11.16)$$

где E_0 — энергия невращающейся звезды, не зависящая от ε. Минимизируя уравнение (10.11.16) по отношению к ε при фиксированных значениях M, J и ρ_c, мы получим выражение для равновесной деформации

$$\varepsilon = \frac{I_0\Omega^2}{4(A+B)} + \frac{B\varepsilon_0}{A+B}. \qquad (10.11.17)$$

Поскольку $\Omega^2 \sim G\rho\varepsilon$ и $A \gg B$, в уравнении (10.11.17) главную роль играет первый член, а жесткость коры проявляется только в небольшом отклонении ε от того значения, которое она имела бы, если бы звезда была идеальным жидким телом. Таким образом,

$$\varepsilon \simeq \frac{I_0\Omega^2}{4A}. \qquad (10.11.18)$$

Упражнение 10.14. Выведите уравнение (10.10.18) для несжимаемого сфероида прямо из уравнения (7.3.18) в предельном случае малого J.

Когда среднее напряжение в коре достигает некоторого критического значения σ_c, кора трескается и результирующие напряжение, деформация и сплюснутость внезапно уменьшаются. Коротрясение поэтому приводит к резкому уменьшению $\Delta\varepsilon_0$ «опорной» сплюснутости и к соответствующему уменьшению $\Delta\varepsilon$ фактической сплюснутости. Уравнение (10.11.17) дает

$$\Delta\varepsilon = \frac{B}{A+B}\Delta\varepsilon_0 \simeq \frac{B}{A}\Delta\varepsilon_0 \ll \Delta\varepsilon_0. \qquad (10.11.19)$$

Это изменение может наблюдаться непосредственно, так как, согласно уравнению (10.11.12),

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} = -\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = -(1-Q)\left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega}\right)_0. \qquad (10.11.20)$$

Здесь мы использовали определение «параметра восстановления» Q: $\Delta\Omega$ во втором равенстве — это разность между стабильной угловой частотой перед сбоем и установившейся после полной релаксации частотой после сбоя.

Для пульсара в созвездии Парусов из уравнения (10.11.18) следует, что равновесная сплюснутость $\varepsilon \sim 10^{-4}$, а уравнение (10.11.20) дает $\Delta\varepsilon \sim 10^{-6}$ при скачке частоты. Соответствующие значения для пульсара в Крабовидной туманности составляют: $\varepsilon \sim 10^{-3}$, $\Delta\varepsilon \sim 10^{-8} - 10^{-9}$. Доступный наблюдению эффект возникает от сжатия коры пульсара всего лишь на долю миллиметра!

После звездотрясения пульсар продолжает замедляться обычным образом, пока напряжение не возрастает опять до критической величины. Промежуток времени t_q между звездотрясениями определяется в этом случае выражением

$$t_q \simeq \frac{|\Delta\sigma|}{\dot{\sigma}}. \tag{10.11.21}$$

Снимаемое при звездотрясении напряжение с учетом уравнений (10.11.14) и (10.11.19) описывается выражением

$$\Delta\sigma = \mu(\Delta\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon) \simeq \mu A \frac{\Delta\varepsilon}{B}. \tag{10.11.22}$$

Последующее нарастание напряжения происходит с постоянной скоростью

$$\dot{\sigma} = -\mu\dot{\varepsilon} = -\frac{\mu}{2A} I_0 \Omega\dot{\Omega} = \frac{\mu}{2A}\frac{I_0\Omega^2}{T}, \tag{10.11.23}$$

где для ε использовано выражение (10.11.18). Тогда уравнение (10.11.21) принимает вид

$$t_q \simeq T\frac{\omega_q^2}{\Omega^2}|\Delta\varepsilon|, \tag{10.11.24}$$

где

$$\omega_q^2 \equiv \frac{2A^2}{BI_0}. \tag{10.11.25}$$

В нашем случае параметр ω_q^2 и, следовательно, t_q, является чувствительной функцией массы звезды и адронного уравнения состояния (среди прочих причин величина B пропорциональна объему коры V_c). Эта зависимость иллюстрируется в табл. 10.2, где приведены значения t_q для нескольких различных уравнений состояния. В соответствии с этой таблицей предположение о том, что пульсар в Крабовидной туманности — это звезда с массой 1,3 $M_\odot$ (структура определяется уравнением состояния TI) приводит к предсказанию примерно десятилетнего интервала между звездотрясениями. Это удовлетворительно согласуется с наблюдавшимися скачками частоты (сравните с табл. 10.1) при учете неопределенностей в вычислениях A и B. В то же время при десятилетнем интервале между звездотрясениями для пульсара в Крабовидной туманности требуется масса не более 0,5 $M_\odot$ при потенциале Бете—Джонсона и много меньшая масса при потенциале Рейда.

Тем не менее модель коротрясения неспособна объяснить относительно кратковременные интервалы между скачками частоты пульсара в созвездии Парусов. Даже при самом благоприятном выборе параметров (например, пульсар в виде легкой нейтронной звезды с массой 0,3 $M_\odot$, построенной на основе уравнения состояния с тензорным взаимодействием) $t_q \sim 10^5$ лет по сравнению с наблюдаемым характерным временем порядка нескольких лет. Вопрос о том, способны ли *ядротрясения,* которые могли бы происходить, если у нейтронной звезды есть твердое ядро, объяснить относительно большие и частые скачки частоты пульсара в созвездии Парусов, в настоящее время остается открытым [46, 461]. В числе основных трудностей, сопряженных с этой моделью, можно отметить а) недостаток свидетельств в пользу существования твердых ядер у нейтронных звезд, б) отсутствие наблюдений рентгеновского излучения, связанного с выделяющейся энергией упругих деформаций.

Были предприняты также попытки понять сбои пульсара в созвездии Парусов на основе детализированной модели системы «приколотых» вихрей [11]. В этой модели гигантские сбои пульсара в созвездии Парусов и других пульсаров представляют собой скачки в системе вихрей, которые следуют за катастрофическим «откалыванием» вихревых линий «приколотой» нейтронной сверхтекучей жидкости в коре. Особенности поведения пульсара после сбоя приписываются более слабому «сползанию» вихрей, вызванному сбоем. Хотя на основе этой модели не удалось правильно предсказать время сбоя пульсара в созвездии Парусов в октябре 1981 г., модель системы «приколотых» вихрей может содержать основные составные части более реалистичного теоретического описания гигантских сбоев.

Упражнение 10.15. а) Начав с уравнения (10.11.16), подсчитайте выделение энергии упругих деформаций ΔE при звездотрясении. Используйте соотношения (10.11.17) и (10.11.19), чтобы записать ΔE в виде

$$\Delta E = 2(A + B)(\varepsilon_0 - \varepsilon)\,\Delta\varepsilon. \tag{10.11.26}$$

Не предполагайте, что $B \ll A$.

б) Величина ΔE чувствительна к значению $(\varepsilon_0 - \varepsilon)$ во время звездотрясения. Оцените $\Delta\varepsilon$ для *ядротрясения* пульсара в созвездии Парусов в предположении $(\varepsilon_0 - \varepsilon) \sim 2 \cdot 10^{-3}$. Для звезды с массой 1,93 $M_\odot$ (уравнение состояния с тензорным взаимодействием) и твердым ядром в работе [446] даются значения $A = 17{,}8 \cdot 10^{52}$ эрг и $B_{\text{ядро}} = 14{,}4 \cdot 10^{52}$ эрг.

Ответ: $\Delta E \sim 1 \cdot 10^{45}$ эрг.