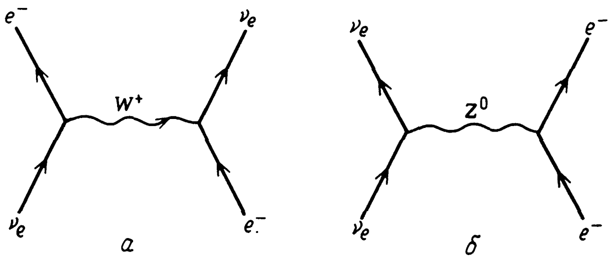

Рис. 11.1 Диаграммы Фейнмана для рассеяния $e^- - \nu_e$: *а* — реакция с заряженным током; *б* — реакция с нейтральным током.

где $n \leqslant 2$. Модель ВСГ, как и квантовая электродинамика, допускает перенормировки: расходящиеся интегралы, которые возникают в членах высокого порядка при разложении возмущений по константе взаимодействия, можно удалить хорошо известными методами [350, 564, 565, 566].

Наконец, отметим, что модель ВСГ объединяет в одном гамильтониане как слабое, так и электромагнитное взаимодействия. Точнее, полученные из лагранжиана уравнения поля устанавливают такую же связь между электромагнитными и слабыми полями, как уравнения Максвелла соотносят между собой поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. Этот успех привел к новым попыткам «великого объединения» описаний всех известных взаимодействий в единую теорию. Однако здесь нам следует остановиться, поскольку обсуждение этого вопроса завело бы нас слишком далеко.

11.4. РАСПАД СВОБОДНОГО НЕЙТРОНА

Модифицированные урка-реакции включают в себя как сильные, так и слабые взаимодействия. Например, в реакции (11.2.10) сталкивающиеся нейтроны обмениваются пионами, пока один из нейтронов не распадется, превращаясь в протон. Поэтому до вычисления скоростей этих процессов рассмотрим более простую реакцию — чистый нейтронный распад в вакууме, т.е. реакцию (11.2.1), где эффекты сильного взаимодействия малы. Приведенное в данном разделе обсуждение в значительной степени применимо также к бета-распаду в ядрах.

Выделяемая при типичном бета-распаде энергия мала ($Q \sim$ МэВ) по сравнению с энергией покоя нуклонов. Следовательно, можно воспользоваться «золотым правилом» теории возмущений, зависящих от времени, в нерелятивистском приближении и получить скорость распада

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar}\left(\frac{1}{2}\sum_{\text{spins}}|H_{fi}|^2\right)\rho_e\rho_{\bar\nu}\,dE_e\,dE_{\bar\nu}\,\delta(E_{\bar\nu}+E_e-Q). \qquad (11.4.1)$$

Здесь ρ_e и $\rho_{\bar\nu}$ — плотности конечных состояний e^- и $\bar\nu_e$ соответственно, приходящиеся на единичный интервал значений энергии, а E_e — энергия электрона. Величина H_{fi} является матричным элементом слабого взаимодействия в нерелятивистском пределе

$$H_{fi} = G_{\mathrm{F}} \int \Psi_f^* \Psi_i \, d\mathcal{V} = G_{\mathrm{F}} \int \psi_p^* \psi_e^* \psi_{\bar\nu}^* \psi_n \, d\mathcal{V}, \tag{11.4.2}$$

где ψ_p, ψ_e, $\psi_{\bar\nu}$ и ψ_n — волновые функции протона, электрона, антинейтрино и нейтрона соответственно. Представим, что распадающийся нейтрон заключен в ящик единичного объема и соответственно пронормируем все волновые функции.

Отметим, что интеграл в уравнении (11.4.2) — это амплитуда вероятности найти все четыре частицы в одной и той же точке пространства. Соответственно, слабое взаимодействие в этой области низких энергий можно описать с помощью «контактного потенциала»

$$H_{fi} = \int \Psi_f^*(\mathbf{r}) V_w(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi_i(\mathbf{r}') \, d\mathcal{V} d\mathcal{V}', \tag{11.4.3}$$

где

$$V_w(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{\mathrm{F}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{11.4.4}$$

Если пренебречь кулоновским возмущением электрона со стороны протона, можно записать ψ_e и ψ_ν в виде плоских волн.Заметим, кроме того, что длины волн этих состояний гораздо больше радиуса ядра

$$\lambda = \frac{1}{k} = \frac{\hbar}{p} \sim \frac{\hbar c}{E} \sim 10^{-11} \text{ см}$$

для энергий порядка МэВ. Поэтому можно разложить пространственную часть волновой функции лептонов

$$\psi_e^* \psi_{\bar\nu}^* = \exp\left[-i(\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{\bar\nu}) \cdot \mathbf{r}\right] = 1 - i(\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{\bar\nu}) \cdot \mathbf{r} + \cdots \tag{11.4.5}$$

и оставить в интеграле (11.4.2) только первый член разложения (11.4.5). Если оставшийся интеграл перекрытия нуклонов отличен от нуля, то говорят, что он описывает *разрешенный переход;* члены высшего порядка в разложении (11.4.5) приводят к запрещенным переходам. Ясно, что при разрешенных переходах орбитальный угловой момент не уносится.

Спиновая часть комбинированной лептонной волновой функции может быть либо в синглетном (полный спин нуль), либо в триплетном (полный спин единица) состояниях. При синглетных переходах волновая функция ядра не изменяет спин или полный момент количества движения J, так что $\Delta J = 0$. Триплетные переходы требуют изменения ориентации спина, и полный момент количества движения может сохраниться, если $\Delta J = \pm 1$ или 0. Правило отбора для синглетного перехода ($\Delta J = 0$) называется *правилом отбора Ферми,* а триплетные переходы подчиняются *правилу отбора Гамова—Теллера*[1]. Изменение ориентации спина осуществляется псевдо-

[1] В ядрах, испытывающих бета-распад, переходы с бесспиновыми начальными и конечными состояниями ($J = 0 \to J = 0$) могут протекать только как переходы Ферми, поскольку переходы Гамова — Теллера типа $0 \to 0$ строго запрещены.

векторной, или аксиальной, частью слабого взаимодействия, а синглетные переходы — чисто векторной частью.

Теперь можно написать

$$\frac{1}{2}\sum_{\text{spins}}|H_{fi}|^2 = G_F^2\left[C_V^2|M_V|^2 + 3C_A^2|M_A|^2\right]. \tag{11.4.6}$$

Здесь M_V и M_A — соответственно векторный и аксиально-векторный матричные элементы нуклона, которые определяются интегралом перекрытия начального и конечного ядерных состояний; C_V и C_A — константы связи, каждая из которых будет равна единице, если сильные взаимодействия не влияют на процесс, а множитель 3 появляется благодаря статистическому весу триплетного состояния. Экспериментально найдено, что

$$|C_V| = 0{,}9737 \pm 0{,}0025$$

$$\left|\frac{C_A}{C_V}\right| \equiv a = 1{,}253 \pm 0{,}007. \tag{11.4.7}$$

Для распада нейтрона возьмем в качестве хорошего приближения

$$M_V \simeq M_A \simeq 1, \tag{11.4.8}$$

поскольку волновые функции нейтрона и протона очень похожи (изоспиновая симметрия). Тогда уравнение (11.4.6) примет вид

$$\frac{1}{2}\sum_{\text{spins}}|H_{fi}|^2 = G_F^2 C_V^2(1 + 3a^2). \tag{11.4.9}$$

При интегрировании по $dE_{\bar\nu}$ с использованием δ-функции уравнение (11.4.1) принимает вид

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} G_F^2 C_V^2 (1 + 3a^2)\rho_e\rho_{\bar\nu}\, dE_e. \tag{11.4.10}$$

Для электрона с определенной ориентацией спина имеем

$$\rho_e = \frac{4\pi p^2}{h^3}\frac{dp}{dE_e} = \frac{4\pi p E_e}{c^2 h^3}, \tag{11.4.11}$$

где

$$p = \frac{\left(E_e^2 - m_e^2 c^4\right)^{1/2}}{c}. \tag{11.4.12}$$

Поскольку у нейтрино нет массы покоя[1)], с учетом сохранения энергии получим

$$E_{\bar\nu} = Q - E_e = p_{\bar\nu} c, \tag{11.4.13}$$

[1)] Даже если у нейтрино будет найдена небольшая масса покоя, не превышающая несколько эВ, выведенные в этой главе скорости процессов существенно не изменятся.

так что

$$\rho_{\bar{\nu}} = \frac{(Q - E_e)^2}{2\pi^2\hbar^3c^3}. \qquad (11.4.14)$$

Таким образом,

$$d\Gamma = \frac{G_F^2 C_V^2 (1 + 3a^2)}{2\pi^3\hbar^7c^6} \left(E_e^2 - m_e^2c^4\right)^{1/2} E_e (Q - E_e)^2 \, dE_e. \qquad (11.4.15)$$

Определив безразмерные энергии

$$\varepsilon \equiv \frac{E_e}{m_e c^2}, \qquad \varepsilon_0 \equiv \frac{Q}{m_e c^2} = 2{,}5312, \qquad (11.4.16)$$

получим

$$d\Gamma = \frac{m_e^5 c^4 G_F^2 C_V^2 (1 + 3a^2)}{2\pi^3\hbar^7} df, \qquad (11.4.17)$$

где энергетический спектр электронов распада возникает из-за фазового множителя

$$df = \left(\varepsilon^2 - 1\right)^{1/2} \varepsilon (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 \, d\varepsilon. \qquad (11.4.18)$$

Интегрирование по всему разрешенному диапазону ε от 1 до ε_0 дает

$$f = \frac{1}{60}\left(\varepsilon_0^2 - 1\right)^{1/2}\left(2\varepsilon_0^4 - 9\varepsilon_0^2 - 8\right) + \frac{1}{4}\varepsilon_0 \ln\left[\varepsilon_0 + \left(\varepsilon_0^2 - 1\right)^{1/2}\right] =$$

$$= 1{,}6369, \qquad (11.4.19)$$

а отсюда скорость распада нейтрона составляет

$$\Gamma = \frac{m_e^5 c^4 G_F^2 C_V^2 (1 + 3a^2) f}{2\pi^3\hbar^7} = \frac{1}{972} \text{ c}. \qquad (11.4.20)$$

Наблюдаемая скорость равна 1/(925 ± 11) с; расхождение возникает из-за того, что не были учтены кулоновские эффекты при вычислении f (значение f увеличивается примерно до 1,70) и, кроме того, существуют эффекты квантовой электродинамики («радиационные поправки»), дающие еще 2%.

11.5. СКОРОСТЬ МОДИФИЦИРОВАННЫХ УРКА-ПРОЦЕССОВ

Получив оценку матричного элемента слабого взаимодействия для распада свободного нейтрона, мы имеем теперь возможность вычислить скорость модифицированной урка-реакции (11.2.10). При этом последуем оригинальному подходу Бакала и Вольфа [41].