

Упражнение 11.3. Используйте уравнение равновесия $E_F(\mu) = E_F(e)$ и покажите, что $\rho_\mu d\rho_\mu = \rho_e d\rho_e$ на соответствующих поверхностях Ферми, так что

$$F = \begin{cases} 0, & \rho \leq 2,9\rho_{\text{nuc}} \\ \left[1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{E_F(e)} \right)^2 \right]^{1/2}, & \rho \geq 2,9\rho_{\text{nuc}} \end{cases} \quad (11.5.21)$$

Умножение уравнения (11.5.19) на $2(1 + F)$ дает в конечном итоге полную скорость потерь энергии благодаря модифицированным урка-реакциям¹⁾:

$$\epsilon_\nu^{\text{URCA}} = 1,2 \cdot 10^{20} \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{nuc}}} \right)^{2/3} T_9^8 (1 + F) \text{ эрг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с}). \quad (11.5.22)$$

Это дает светимость нейтронной звезды с массой M и однородной плотностью ρ

$$L_\nu^{\text{URCA}} = 8,5 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \left(\frac{\rho_{\text{nuc}}}{\rho} \right)^{1/3} T_9^8 (1 + F) \text{ эрг/с}. \quad (11.5.23)$$

Недавно Фримен и Максвелл [211] повторили приведенные выше расчеты, используя более реалистичное выражение для сильного NN-взаимодействия. Они получили такую же зависимость от плотности, но численный коэффициент в уравнении (11.5.22) у них равен $7,4 \cdot 10^{20}$, что почти на порядок величины больше. Для звезды с однородной плотностью без учета мюонов это дает

$$L_\nu^{\text{URCA}} = 5,3 \cdot 10^{39} \frac{M}{M_\odot} \left(\frac{\rho_{\text{nuc}}}{\rho} \right)^{1/3} T_9^8 \text{ эрг/с}. \quad (11.5.24)$$

11.6. СКОРОСТИ ДРУГИХ РЕАКЦИЙ

Обрисовав вывод соотношения (11.5.22), обсудим теперь кратко скорости других возможных реакций охлаждения.

а) Тормозное излучение нуклонной пары

Наиболее существенный из других механизмов охлаждения, который становится возможным при учете нейтральных токов, — это тормозное излучение нуклонной пары

$$n + n \rightarrow n + n + \nu + \bar{\nu}, \quad n + p \rightarrow n + p + \nu + \bar{\nu}. \quad (11.6.1)$$

¹⁾ Наши численные результаты слегка отличаются от полученных Бакалом и Вольфом [41] из-за разных значений для ρ_{nuc} и для константы связи бета-распада.

Эти реакции изучались Флауерсом [198], а позднее Фрименом и Максвеллом [211], которые нашли, что, хотя скорость также пропорциональна T^8 , она все же меньше скорости модифицированных урка-реакций в 30 раз.

б) Тормозное излучение нейтринных пар

Если нейтроны «заперты» в сверхтекучем состоянии (см. разд. 10.9), скорости всех описанных до сих пор реакций «обрезаются» множителем $\exp(-\Delta/kT)$, где Δ — энергетическая щель сверхтекучести. В этом случае может оказаться существенным охлаждение посредством тормозного излучения нейтринных пар ядрами коры.

Скорость процесса

$$e^- + (Z, A) \rightarrow e^- + (Z, A) + \nu + \bar{\nu} \quad (11.6.2)$$

по оценкам составляет

$$L_\nu^{\text{brem}} \sim 5 \cdot 10^{39} (M_{\text{cr}}/M_\odot) T_9^6 \text{ эрг/с}, \quad (11.6.3)$$

где M_{cr} — масса коры [389]. Поскольку скорость этого процесса пропорциональна T_9^6 , его эффективность уменьшается по мере остывания звезды не так быстро, как для реакции (11.5.22).

в) Пионные реакции

Бакал и Вольф первыми отметили, что конденсация пионов может заметно увеличить скорость охлаждения недр нейтронной звезды. Если существуют пионные конденсаты (см. разд. 8.12), то возможны бета-распад «квазичастиц» посредством реакции

$$N \rightarrow N' + e^- + \bar{\nu}_e \quad (11.6.4)$$

и обратная реакция. Здесь квазичастицы N и N' представляют собой линейную комбинацию состояний нейтрона и протона в пионном море. Пионный конденсат позволяет сохранять как энергию, так и импульс в этой реакции, которая является аналогом обычного урка-процесса (11.2.1).

Бакал и Вольф рассмотрели более простой вариант реакции (11.6.4) — охлаждение благодаря распаду свободного пиона

$$\pi^- + n \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (11.6.4a)$$

$$\pi^- + n \rightarrow n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (11.6.4б)$$

и «обратным» процессам

$$n + e^- \rightarrow n + \pi^- + \nu_e, \quad (11.6.4в)$$

$$n + \mu^- \rightarrow n + \pi^- + \nu_\mu. \quad (11.6.4г)$$

Как и для модифицированных урка-реакций, полная скорость всех четырех процессов оказывается фактически в четыре раза больше скорости одной реакции (11.6.4а). (Вспомним, что мюоны уже присутствуют, когда появляются пионы.)

Грубую оценку скорости реакции можно получить следующим образом. Поскольку в этих реакциях принимают участие на два фермиона меньше, чем в модифицированных урка-реакциях, фазовый множитель пропорционален T^6 , а не T^8 . Поэтому можно ожидать, что выражение для полной скорости реакции имеет вид

$$L_{\nu}^{\pi} \sim L_{\nu}^{\text{URCA}} \cdot \left(\frac{E_f'(n)}{kT} \right)^2 \frac{n_{\pi}}{n_n}, \quad (11.6.5)$$

где n_{π}/n_n — отношение концентраций пионов и нейтронов. Поскольку $E_f'(n) \sim 60(\rho/\rho_{\text{пнц}})^{2/3}$ МэВ, из уравнений (11.5.23) и (11.6.5) получаем

$$L_{\nu}^{\pi} \sim 8 \cdot 10^{44} \frac{M}{M_{\odot}} \frac{\rho}{\rho_{\text{пнц}}} T_9^6 \frac{n_{\pi}}{n_n} \text{ эрг/с}. \quad (11.6.6)$$

Бакал и Вольф получили, что в действительности численный множитель равен $1 \cdot 10^{46}$, а зависимость от плотности отсутствует. Более поздние вычисления Максвелла и др. [390] дают

$$L_{\nu}^{\pi} = 1.5 \cdot 10^{46} \theta^2 \frac{M}{M_{\odot}} \frac{\rho_{\text{пнц}}}{\rho} T_9^6 \text{ эрг/с}, \quad (11.6.7)$$

где $\theta \sim 0,3$ — угол, измеряющий степень пионной конденсации (он заменяет множитель n_{π}/n_n). Поскольку L_{ν}^{π} очень сильно превышает L_{ν}^{URCA} , пионное охлаждение будет определять скорость остывания при всех рассматриваемых нами температурах, если только пионная конденсация имеет место.

Упражнение 11.4. Оцените верхний предел скорости охлаждения нейтронной звезды радиусом 10 км тепловыми нейтрино [77]. Предположите, что звезда излучает электронные нейтрино и антинейтрино как «черное тело» Ферми — Дирака при температуре T и химическом потенциале $\mu_{\nu} = \mu_{\bar{\nu}} = 0$. При достаточно высоких T все подсчитанные выше светимости превышают эту скорость. Объясните это расхождение.

Указание: Закон Кирхгофа.

Ответ: $L_{\text{max}} \approx 6 \cdot 10^{44} \cdot T_9^4$ эрг/с.

г) Бета-распад кварков

Если ядро нейтронной звезды состоит в основном из кваркового вещества, существует возможность значительного излучения нейтрино за счет бета-распада вырожденных релятивистских кварков [94, 296]. В отличие от обычного вещества нейтронной звезды, где процессы простого бета-распада (т.е. урка-процессы) подавлены, соответствующие процессы могут реализоваться для кварков.

Вспомним наше более раннее обсуждение в разд. 8.14 трехкомпонентного (u , d и s) кваркового вещества, находящегося в бета-равновесии. Там было показано, что, если пренебречь массами кварков и их взаимодействиями между собой, равновесный состав описывается соотношением

$$n_u = n_d = n_s = n, \quad n_e = n_\mu = 0, \quad (11.6.8)$$

где $n = (n_u + n_d + n_s)/3$ — концентрация барионов. В соответствии с уравнением (11.6.8) каждый тип кварков имеет один и тот же импульс Ферми, определяемый соотношением¹⁾

$$p_f(q) = 235 \left(\frac{n}{n_{\text{нuc}}} \right)^{1/3} \frac{\text{МэВ}}{c}, \quad (11.6.9)$$

где $n_{\text{нuc}} = \rho_{\text{нuc}}/m_B = 0,17 \Phi^{-3}$.

Похоже, что наличие конечных масс кварков и взаимодействий кварк—кварк приводит к изменению указанного выше состава. Например, как полагают, s -кварк должен быть достаточно тяжелым ($m_s \sim 100 - 300$ МэВ), и если он присутствует в нейтронной звезде, то вряд ли будет релятивистским. С другой стороны, u - и d -кварки скорее всего являются очень легкими ($m_u \sim m_d \sim 5 - 10$ МэВ), т.е. они будут сильно релятивистскими и их массами еще можно пренебрегать. Получившиеся в итоге видоизменения равновесного состава сводятся к появлению лептонов, несущих некоторую долю отрицательного заряда, чтобы сохранить общую зарядовую нейтральность. В действительности, поскольку характерные энергии Ферми кварков много больше $m_e c^2$, любое малое отличие μ_d от μ_u (или μ_s от μ_u) неизбежно приводит к электронам с релятивистской энергией Ферми [сравните с уравнениями (8.14.2) и (8.14.3)].

Простейшие процессы с излучением нейтрино, протекающие в кварковом веществе, — это реакции бета-распада релятивистских кварков

$$d \rightarrow u + e^+ + \bar{\nu}_e, \quad (11.6.10)$$

$$u + e^- \rightarrow d + \nu_e. \quad (11.6.11)$$

Детальный анализ этих реакций дан Ивамото [296]. Он указал, например, что если пренебречь массами частиц и взаимодействиями типа кварк — кварк, то сохранение энергии и импульса требует, чтобы импульсы всех частиц в реакции (11.6.10), если она вообще имеет место, были коллинеарными (почему?). Однако в этом случае вычисленный в рамках теории ВСГ матричный элемент реакции оказывается тождественно равным нулю²⁾. Ивамото затем показывает, что, если принять во внимание взаи-

¹⁾ Уравнение (11.6.9) показывает, что энергии Ферми в нейтронных звездах значительно ниже порога образования тяжелых (c , b и t) кварков.

²⁾ Этот результат неприменим к реакции (11.6.11), если учитывать небольшой импульс $\sim kT/c$ испущенного нейтрино. В этом случае импульсы частиц могут и не быть строго коллинеарными и матричный элемент не обращается в нуль [94]. Однако скорость реакции (11.6.11), не учитывая взаимодвижения, будет в $kT/p_f(e)c$ раз меньше скорости, вычисленной для (11.6.10), когда взаимодействия учитываются.

модействие между кварками, импульсам не требуется быть коллинеарными для сохранения энергии и импульса и матричный элемент не обращается в нуль. Он особо отметил, что участвующие в реакции кварки должны располагаться вблизи своих поверхностей Ферми. В первом приближении по константе сильного взаимодействия α_s (квантовая хромодинамика) соотношение между химическим потенциалом кварка и ферми-импульсом таково [49]:

$$\mu_{u,d} = \left(1 + \frac{8\alpha_s}{3\pi} \right) p_F(u, d) c. \quad (11.6.12)$$

Легко проверить, что это видоизменение обычного для идеального газа релятивистских фермионов соотношения $\mu = p_F c$ позволяет сохраняться энергии и импульсу при конечном угле между импульсами взаимодействующих частиц для реакции (11.6.10).

Когда учтены взаимодействия (но пренебрегается малым импульсом нейтрино), излучательные способности реакций (11.6.10) и (11.6.11) одинаковы; Ивамото рассчитал, что их сумма должна быть равной

$$\epsilon_{\nu}^{\text{quark}} \approx 8,8 \cdot 10^{26} \alpha_s \frac{n}{n_{\text{nuc}}} Y_e^{1/3} T_9^6 \text{ эрг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с}), \quad (11.6.13)$$

где $Y_e = n_e/n$ — число электронов на барион. Величина α_s зависит от импульса и не очень точно определена экспериментально. Как обсуждалось в разд. 8.14, модель, разработанная Ходосом и др. [128], предполагает, что $\alpha_s \approx 0,55$. Однако анализ распада чармония¹⁾ дает $\alpha_s \approx 0,065$. Ивамото принял в уравнении (11.6.13) значение $\alpha_s = 0,1$. Он положил также $Y_e = 0,01$ — это значение типично для вещества нормальной нейтронной звезды²⁾. В результате излучательная способность равна

$$\epsilon_{\nu}^{\text{quark}} \approx 1,9 \cdot 10^{25} \frac{n}{n_{\text{nuc}}} T_9^6 \text{ эрг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с}). \quad (11.6.14)$$

Соответствующая светимость для звезды с однородной плотностью, состоящей из кваркового вещества, равна

$$L_{\nu}^{\text{quark}} \approx 1,3 \cdot 10^{44} \frac{M}{M_{\odot}} T_9^6 \text{ эрг}/\text{с}. \quad (11.6.15)$$

Присутствие s -кварков приведет к дополнительному излучению нейтрино посредством реакций бета-распада типа

$$s \rightarrow u + e^{-} + \bar{\nu}_e, \quad (11.6.16)$$

$$u + e^{-} \rightarrow s + \nu_e. \quad (11.6.17)$$

¹⁾ Чармоний — это связанное состояние $c\bar{c}$; анализ его распада см. в [14].

²⁾ Сравните с упражнением 8.3; обратите внимание, что такое большое значение Y_e подходит только в том случае, если s -кварк является тяжелым [вспомните уравнения (11.6.8) и (11.6.9)]; полное обсуждение см. в [170].

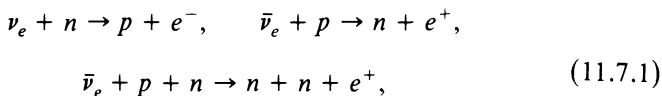
Поскольку s -кварк обладает большой массой, импульсы взаимодействующих частиц могут в значительной степени быть неколлинеарными, что обеспечивает неравенство нулю матричных элементов. Однако слабое взаимодействие между s - и u -кварками [например, реакции (11.6.16) и (11.6.17)] в теории ВСГ «подавлено по Каббиво» относительно взаимодействия, связывающего d - и u -кварки [например, реакции (11.6.10) и (11.6.11)]. Точнее, первое взаимодействие пропорционально $\sin^2\theta_C$, а второе — $\cos^2\theta_C$, где θ_C называется *углом Каббиво*. Экспериментально обнаружено, что θ_C удовлетворяет соотношению $\cos^2\theta_C \approx 0,974$. По этой причине Ивамото заключает, что нейтринные процессы с s -кварком не влияют заметно на полную светимость (11.6.14).

Вопрос о том, существует ли в ядрах нейтронных звезд кварковое вещество, еще никак нельзя считать решенным. Однако сравнение уравнений (11.5.24), (11.6.7) и (11.6.15) показывает, что звезда с кварковым веществом будет остывать с гораздо большей скоростью, чем обычная нейтронная звезда, сравнимой со скоростью остывания звезды, имеющей в ядре пионный конденсат.

11.7. ПРОНИКАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ НЕЙТРИНО

Если нейтринные светимости известны, можно рассчитать характерные времена охлаждения. Основным для последующего обсуждения является предположение, что все нейтрино, рожденные в нейтронной звезде, ускользают из нее без дальнейших взаимодействий или потерь энергии. Сейчас мы покажем, что для $T \lesssim 10^9$ это предположение справедливо.

До открытия нейтральных токов в 1974 г. предлагалась следующая аргументация [41]. Реакции типа



и т.д. запрещены в недрах нейтронных звезд законами сохранения энергии и импульса. Наиболее важным для потерь энергии нейтрино взаимодействием будет неупругое рассеяние на электронах (для ν_e и $\bar{\nu}_e$) и мюонах (для ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$). В вырожденном газе сечение рассеяния $\nu_e - e^-$ равно (с учетом лишь взаимодействия через заряженные токи)

$$\sigma_e \approx \chi \sigma_0 \left(\frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 \frac{E_\nu}{E_F(e)}, \quad (11.7.2)$$

где

$$\sigma_0 \equiv \frac{4}{\pi} \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^{-4} \left(\frac{G_F}{m_e c^2} \right)^2 = 1,76 \cdot 10^{-44} \text{ см}^2, \quad (11.7.3)$$