

тельным уравнением Больцмана, поскольку  $t_d \ll t_H \ll t_r$ , где  $t_H \sim 1/H \sim 10^{10}$  лет [ $H \sim 100$  км/(с · Мпс)] — возраст Вселенной, а  $H$  — постоянная Хаббла.

**Упражнение 14.6.** Подсчитайте скорость, с которой несвязанные звезды с распределением Максвелла—Больцмана будут поглощаться массивной черной дырой  $M$ , расположенной в центре очень плотного активного галактического ядра. Предположите, что звездная плотность равна  $n_\infty = 10^7$  пс $^{-3}$ , а дисперсия скоростей составляет  $\langle v_\infty^2 \rangle^{1/2} = 250$  км/с вдали от дыры. Предположите далее, что звезды поглощаются вслед за приливным возмущением дырой на расстоянии приливного разрушения  $r_D = R(M/m)^{1/3}$ , где  $m$  — масса, а  $R$  — радиус звезды.

**Указание:**  $J_{\min}(E) = [2(E + GM/r_D)]^{1/2} r_D$ .

### 14.3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНАЯ АККРЕЦИЯ

Учитывая существующие типичные условия газовой динамики в межзвездной среде и при обмене веществом между звездами двойных систем, можно полагать, что аккреционное течение на компактные объекты по своему характеру должно быть *гидродинамическим*. Иногда одних лишь столкновений может оказаться недостаточно, чтобы эффективно связать частицы, как в случае кулоновских столкновений в межзвездной плазме, аккрецируемой на компактную звезду с массой порядка солнечной. Однако обычно влияние макроскопически слабых магнитных полей или двухпоточковых плазменных неустойчивостей (либо другие коллективные плазменные эффекты) сокращает эффективную длину свободного пробега частицы, делая ее малой (т.е.  $\lambda_{\text{eff}} \ll r$ ), и тем самым обеспечивает гидродинамический характер течения. Такова, например, ситуация, наблюдаемая в солнечном ветре, где магнитные поля и плазменные неустойчивости приводят к сильной связи между заряженными частицами разного типа и сохраняют гидродинамический характер истечения ветра<sup>1)</sup>.

Рассмотрим теперь стационарную сферически симметричную аккрецию окружающего газа на стационарную невращающуюся черную дыру с массой  $M$  в предельном случае сплошной среды. Предположим, что течение газа в первом приближении адиабатическое, рассматривая потери энтропии из-за излучения как малое возмущение. При этих предположениях газ будет характеризоваться показателем адиабаты  $\Gamma$ , а давление повсюду будет связано с плотностью массы покоя соотношением

$$P = K\rho^\Gamma \quad K, \Gamma = \text{const.} \quad (14.3.1)$$

<sup>1)</sup> Истечение звездного ветра фактически представляет собой аккрецию, «обращенную во времени»; см. ниже.

Скорость звука  $a$  определяется выражением  $a \equiv (dP/d\rho)^{1/2} = (\Gamma P/\rho)^{1/2}$ , справедливым повсюду. Предположим, что на бесконечности газ покоится и имеет плотность  $\rho_\infty$ , давление  $P_\infty$  и скорость звука  $a_\infty$ .

Основные характеристики течения достаточно хорошо описываются, если использовать ньютоновскую гравитацию, особенно на больших расстояниях от дыры  $r \gg GM/c^2$ . Отличительная особенность аккреции на черную дыру по сравнению с аккрецией на несконлапсированную звезду с «твердой» поверхностью заключается в том, что черная дыра налагает уникальные условия регулярности на течение при малых радиусах вблизи  $r = 2MG/c^2$ . Эти условия находятся с учетом релятивистских гравитационных эффектов<sup>1)</sup>. Условия регулярности для черных дыр служат для однозначного определения темпа аккреции массы  $\dot{M}$ . При аккреции на звезду, обладающую поверхностью, темп аккреции зависит от граничных условий вблизи поверхности. Решение для черной дыры оказывается единственно возможным решением задачи аккреционного течения над звездой. Как будет показано ниже, это решение дает максимальный темп аккреции.

В дополнение к уравнению (14.3.1), которое заменяет уравнение энтропии, течение полностью описывается уравнением неразрывности

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{u} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho u) = 0, \quad (14.3.2)$$

и уравнением Эйлера

$$D_1 = \frac{2a^2/r - GM/r^2}{\rho}, \quad (14.3.3)$$

[сравните с уравнениями (6.1.1) и (6.1.2)]. Написанные выше уравнения приведены для стационарного сферически симметричного течения; при этом  $u < 0$  соответствует радиальной скорости, направленной *внутрь*.

Уравнение (14.3.2) можно проинтегрировать, что дает уравнение для  $\dot{M}$ , которое, как будет видно ниже, определяет набор собственных значений:

$$4\pi r^2 \rho u = \dot{M} = \text{const} \quad (\text{не зависит от } r). \quad (14.3.4)$$

Уравнение (14.3.3) также можно проинтегрировать, используя (14.3.1), и получить обычное уравнение Бернулли

$$\frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{\Gamma - 1} a^2 - \frac{GM}{r} = \text{const} = \frac{1}{\Gamma - 1} a_\infty^2, \quad (14.3.5)$$

где для определения постоянной интегрирования использованы граничные условия на бесконечности. Течение определено, как только известны  $\dot{M}$  и распределения  $P(r)$  и  $u(r)$ .

<sup>1)</sup> См. приложение Ж, где релятивистское рассмотрение сопоставляется с ньютоновским.

Как было показано Бонди [78], различные значения  $M$  ведут к физически разным классам решений при одних и тех же граничных условиях на бесконечности. Здесь нас интересует только то единственное решение, при котором скорость *монотонно* возрастает от нуля при  $r = \infty$  до скорости свободного падения при малых радиусах:  $u \rightarrow (2GM/r)^{1/2}$ , когда  $r \rightarrow 0$ . В действительности, релятивистские уравнения при  $r = 2GM/c^2$  *требуют* выбора именно этого решения, чтобы избежать появления особенностей течения вне горизонта событий (сравните с приложением Ж). Для вычисления требуемого темпа аккреции  $\dot{M}$ , перепишем уравнение (14.3.2) в виде

$$\frac{\rho'}{\rho} + \frac{u'}{u} + \frac{2}{r} = 0 \quad (14.3.6)$$

(штрихом обозначена производная  $d/dr$ ), а уравнение (14.3.3) в виде

$$uu' + a^2 \frac{\rho'}{\rho} + \frac{GM}{r^2} = 0. \quad (14.3.7)$$

Решив уравнения (14.3.6) и (14.3.7) относительно  $u'$  и  $\rho'$ , получаем

$$u' = \frac{D_1}{D}, \quad \rho' = -\frac{D_2}{D}, \quad (14.3.8)$$

где

$$D_1 = \frac{2a^2/r - GM/r^2}{\rho}, \quad (14.3.9)$$

$$D_2 = \frac{2u^2/r - GM/r^2}{u}, \quad (14.3.10)$$

и

$$D = \frac{u^2 - a^2}{u\rho}. \quad (14.3.11)$$

Как показывают соотношения (14.3.8), чтобы обеспечивать гладкое монотонное увеличение  $u$  с уменьшением  $r$  и одновременно исключить появление особенностей в течении, решение должно проходить через «критическую точку», в которой

$$D_1 = D_2 = D = 0 \quad \text{at } r \equiv r_s. \quad (14.3.12)$$

Из уравнений (14.3.9)—(14.3.12) находим, что при критическом радиусе

$$u_s^2 = a_s^2 = \frac{1}{2} \frac{GM}{r_s}, \quad (14.3.13)$$

так что критический радиус соответствует радиусу области *околозвукового течения*, при котором скорость течения сравнивается со скоростью звука.

Комбинируя уравнение (14.3.13) с уравнением (14.3.5), можно связать  $a_s$ ,  $u_s$  и  $r_s$  с известной скоростью звука на бесконечности:

$$a_s^2 = u_s^2 = \left( \frac{2}{5 - 3\Gamma} \right) a_\infty^2, \quad r_s = \left( \frac{5 - 3\Gamma}{4} \right) \frac{GM}{a_\infty^2}. \quad (14.3.14)$$

Таким образом, видно, что в области околосвукового течения гравитационный потенциал  $GM/r_s$  сравним с внутренней тепловой энергией окружающего вещества, приходящейся на единицу массы,  $a_\infty^2$ .

Теперь можно вычислить темп аккреции из уравнения (14.3.4), используя зависимость

$$\rho = \rho_\infty \left( \frac{a}{a_\infty} \right)^{2\Lambda(\Gamma-1)}. \quad (14.3.15)$$

Получаем

$$\dot{M} = 4\pi\rho_\infty u_s r_s^2 \left( \frac{a_s}{a_\infty} \right)^{2\Lambda(\Gamma-1)} = 4\pi\lambda_s \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^2 \rho_\infty a_\infty, \quad (14.3.16)$$

где безразмерное собственное значение  $\lambda_s$  для околосвукового течения дается соотношением

$$\lambda_s = \left( \frac{1}{2} \right)^{(\Gamma+1)/2(\Gamma-1)} \left( \frac{5 - 3\Gamma}{4} \right)^{-(5-3\Gamma)/2(\Gamma-1)} \quad (14.3.17)$$

Значения  $\lambda_s$  как функции  $\Gamma$  приведены в табл. 14.1.

Таблица 14.1

СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ  $\lambda_s$

$\Gamma$	$\lambda_s$
1	1,120
4/3	0,707
7/5	0,625
3/2	0,500
5/3	0,250

*Упражнение 14.7.* Докажите, что для  $\Gamma = 1$   $\lambda_s = e^{1/2}/4$  и что для  $\Gamma = 5/3$   $\lambda_s = 1/4$ .

Выражения для темпа околосвуковой аккреции можно переписать в виде

$$\dot{M} = 4\pi\lambda_s (GM)^2 \rho_\infty a_\infty^{-1} c^{-2} \frac{c^2}{a_\infty^2}. \quad (14.3.18)$$

Как показывает сравнение (14.3.18) с (14.2.20), приближенное равенство скорости звука  $a_\infty$  средней скорости частицы  $v_\infty$  подразумевает, что темп гидродинамической аккреции больше темпа бесстолкновительной аккреции на большой множитель  $(c/a_\infty)^2$  (порядка  $10^9$  для типичного межзвездного ионизованного газа с  $a_\infty \sim 10$  км/с). Физическая причина такого несоответствия проста: столкновения между частицами ограничивают их поперечное движение и направляют частицы в радиальном направлении, обеспечивая эффективный захват. Для идеального газа Максвелла—Больцмана со средним молекулярным весом  $\mu$  имеем

$$P = \frac{\rho k T}{\mu m_u}, \quad a^2 = \frac{\Gamma k T}{\mu m_u}, \quad T = T_\infty \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\Gamma-1}. \quad (14.3.19)$$

Применение уравнения (14.3.19) для расчета  $\dot{M}$  ионизованного компонента межзвездной среды (предполагается, что это чистый водород:  $\mu = 1/2$ ) дает для  $\Gamma = 5/3$

$$\begin{aligned} \dot{M} &= 8.77 \cdot 10^{-16} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^2 \left( \frac{\rho_\infty}{10^{-24} \text{ г/см}^3} \right) \left( \frac{a_\infty}{10 \text{ км/с}} \right)^{-3} M_\odot/\text{год} \\ &= 1.20 \cdot 10^{10} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^2 \left( \frac{\rho_\infty}{10^{-24} \text{ г/см}^3} \right) \left( \frac{T_\infty}{10^4 \text{ К}} \right)^{-3/2} \text{ г/с}. \end{aligned} \quad (14.3.20)$$

**Упражнение 14.8.** Докажите, что темп околосвуковой аккреции — это максимально возможный темп стационарной аккреции для данного значения  $\Gamma$  [78].

**Указание:** а) Запишите уравнение Бернулли (14.3.5) в безразмерном виде

$$f(v) = \lambda^{-2(\Gamma-1)\Lambda(\Gamma+1)} g(x),$$

где

$$f(v) = v^{-2(\Gamma-1)\Lambda(\Gamma+1)} \left( \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{\Gamma-1} \right),$$

$$g(x) = x^{4(\Gamma-1)\Lambda(\Gamma+1)} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{\Gamma-1} \right),$$

и где  $x = r/(GM/a_\infty^2)$ ,  $v \equiv u/a$ ,  $z \equiv \rho/\rho_\infty = (a/a_\infty)^{2/(\Gamma-1)}$ . Используйте уравнение (14.3.4), чтобы исключить  $z$ .

б) Покажите, что как  $f$ , так и  $g$  проходят через минимальные значения, равные соответственно  $f_s$  и  $g_s$ , где

$$f_s = \frac{1}{2} \frac{\Gamma+1}{\Gamma-1} \quad \text{при } v = v_s = 1,$$

$$g_s = \frac{1}{4} \frac{\Gamma+1}{\Gamma-1} \left[ \frac{1}{4} (5-3\Gamma) \right]^{-(5-3\Gamma)\Lambda(\Gamma+1)} \quad \text{при } x = x_s = \frac{1}{4} (5-3\Gamma).$$

в) Докажите на основе результатов а) и б), что наибольшее значение, которого может достичь  $\lambda$ , равно

$$\lambda_s = \left( \frac{g_s}{f_s} \right)^{(\Gamma+1)/2(\Gamma-1)} = \left( \frac{1}{2} \right)^{(\Gamma+1)/2(\Gamma-1)} \left( \frac{5-3\Gamma}{4} \right)^{-(5-3\Gamma)/2(\Gamma-1)}.$$

*Упражнение 14.9.* Докажите, что при  $\Gamma > 5/3$  не существует стационарных околосвуковых политропных решений.

*Указание:* Уравнения (14.3.8) должны дать действительные значения  $u'$  и  $\rho'$ , когда правые части вычисляются с использованием правила Лопиталья при  $r = r_s$ . Обратите внимание, что благодаря (14.3.6) правило Лопиталья следует применять только к одному из уравнений.

Профили околосвукового течения выводятся просто. На больших расстояниях от области околосвукового течения (т.е.  $r \gg r_s$ ) гравитационный потенциал центральной массы едва ощутим, так что температура и плотность остаются близкими к асимптотическим значениям на бесконечности:

$$\rho \approx \rho_\infty, \quad T \approx T_\infty, \quad a \approx a_\infty, \quad \frac{r}{r_s} \gg 1. \quad (14.3.21)$$

Из (14.3.4), (14.3.16) и (14.3.21) следует, что скорость течения уменьшается с возрастанием  $r$  в соответствии с соотношением

$$\frac{u}{a_\infty} \approx \lambda_s \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^2 r^{-2}, \quad \frac{r}{r_s} \gg 1. \quad (14.3.22)$$

Ниже околосвуковой области на течение существенно влияет гравитационное поле центральной массы. Для  $r/r_s \ll 1$  член  $GM/r$  преобладает над членом  $a^2/(\Gamma - 1)$  в уравнении (14.3.5). Скорость течения достигает скорости свободного падения, а замедление, вызванное давлением газа, становится пренебрежимо малым:

$$u \approx \left( \frac{2Gm}{r} \right)^{1/2}, \quad \frac{r}{r_s} \ll 1 \quad \left( 1 \leq \Gamma < \frac{5}{3} \right). \quad (14.3.23)$$

Согласно (14.3.4), (14.3.16) и (14.3.23), плотность растет с уменьшением  $r$  следующим образом:

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} \approx \frac{\lambda_s}{2^{1/2}} \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^{3/2} r^{-3/2}, \quad \frac{r}{r_s} \ll 1 \quad \left( 1 \leq \Gamma < \frac{5}{3} \right). \quad (14.3.24)$$

Этот рост значительно больше найденного для случая бесстолкновительно-го течения [уравнение (14.2.22)], даже если характерные скорости частиц такие же. Причина снова связана со способностью столкновений эффективно «канализировать» течение, направляя его по радиусу в гидродинамическом пределе. Оценка уравнения (14.3.24) при  $r = 2GM/c^2$  показывает, что

у горизонта событий увеличение плотности в гидродинамическом случае больше, чем для бесстолкновительного газа, приблизительно в  $(c^2/a_\infty^2)$  раз. Увеличение температуры при малых значениях  $r$  можно оценить, комбинируя уравнения (14.3.19) и (14.3.24):

$$\frac{T}{T_\infty} \approx \left[ \frac{\lambda_s}{2^{1/2}} \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^{3/2} \right]^{\Gamma-1} r^{-3(\Gamma-1)/2}, \quad \frac{r}{r_s} \ll 1 \quad \left( 1 \leq \Gamma < \frac{5}{3} \right). \quad (14.3.25)$$

Если сравнивать уравнения (14.3.23)—(14.3.25) с (Ж.34)—(Ж.36), то видно, что первые оказываются релятивистски «правильными», если отождествить  $r$  с шварцшильдовской радиальной координатой,  $u$  — с радиальной 4-скоростью, а  $\rho$  — с плотностью массы покоя.

Уравнения (14.3.23)—(14.3.25) слегка изменяются в особом случае:  $\Gamma = 5/3$ , для которого в ньютоновском приближении  $r_s = 0$ . В этом случае находим, что для  $r(GM/a_\infty^2) \ll 1$  критическое решение удовлетворяет соотношениям

$$a \approx u \approx \left( \frac{GM}{2r} \right)^{1/2}, \quad \frac{r}{GM/a_\infty^2} \ll 1 \quad \left( \Gamma = \frac{5}{3} \right). \quad (14.3.26)$$

Соответствующие профили плотности и температуры при малых  $r$  определяются при этом уравнениями (14.3.4), (14.3.16), (14.3.17) и (14.3.19):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_\infty} &\approx \frac{2^{1/2}}{4} \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^{3/2} r^{-3/2} \\ \frac{T}{T_\infty} &\approx \frac{1}{2} \frac{GM}{a_\infty^2} r^{-1} \end{aligned} \right\}, \quad \frac{r}{GM/a_\infty^2} \ll 1 \quad \left( \Gamma = \frac{5}{3} \right). \quad (14.3.27)$$

Уравнения (14.3.26) и (14.3.27) изменяются в результате умножения на численные коэффициенты порядка единицы, когда используются релятивистские уравнения течения. В приложении Ж показано, что на горизонте  $r = 2GM/c^2$  радиальная 4-скорость  $u_h = 0,782$ , и подсчитаны соответствующие увеличения плотности и температуры [см. уравнение (Ж.38)]. Получены точные численные значения этих отношений для нерелятивистских барионов, аккрецируемых из типичного межзвездного газа.

*Упражнение 14.10.* Рассмотрите околосзвуковую аккрецию с  $\Gamma = 1$  (изотермическое течение).

а) Как изменится уравнение (14.3.5)?

б) Объясните, почему в этом случае все еще справедливы уравнения (14.3.21)—(14.3.25).

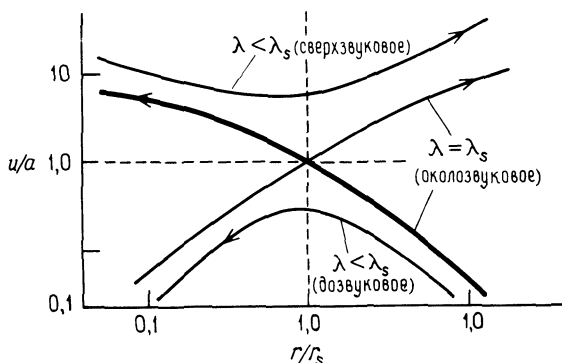


Рис. 14.1. Схема некоторых возможных решений уравнений Бонди для стационарно-адиабатического сферически симметричного течения около точечной гравитирующей массы. Зависимость числа Маха ( $\equiv u/a$ ) от расстояния показана для трех значений безразмерного параметра  $\lambda$ . Стрелки, указывающие налево, означают аккреционное течение, а направо — истечение ветра. Жирная сплошная линия соответствует околозвуковой аккреции.

Граничные условия на бесконечности (т.е.  $u = 0$ ,  $a = a_\infty$ ,  $\rho = \rho_\infty$ ) неоднозначно определяют и решение ньютоновских уравнений (14.3.2) и (14.3.3) или уравнений (14.3.4) и (14.3.5) для аккреции. Действительно, как указал Бонди, существует второй класс аккреционных решений, удовлетворяющий тем же самым граничным условиям. Этот класс характеризуется *дозвуковым* течением в любом месте. Дозвуковое решение существует для каждого значения  $\lambda$  в диапазоне  $0 \leq \lambda < \lambda_s$  (рис. 14.1). Определим  $r_s$  в соответствии с уравнением (14.3.14). Дозвуковые решения продолжают удовлетворять уравнению (14.3.21) для  $r/r_s \gg 1$ . Однако при  $r \ll r_s$  течение значительно отличается от околозвукового. В дозвуковом случае второй член в левой части уравнения (14.3.5) преобладает над первым членом по мере уменьшения  $r$ , что для  $1 < \Gamma < 5/3$  приводит к соотношению

$$\frac{1}{\Gamma - 1} \left[ \left( \frac{a}{a_\infty} \right)^2 - 1 \right] \approx \frac{GM}{a_\infty^2 r}, \quad r \ll r_s \quad \left( 1 < \Gamma < \frac{5}{3}; \text{ дозвуковое } \right). \quad \text{течение} \quad (14.3.28)$$

Уравнение (14.3.28) представляет собой уравнение гидростатического равновесия при политропном уравнении состояния.

*Упражнение 14.11.* Выведите уравнение (14.3.28) непосредственно путем интегрирования уравнения гидростатического равновесия при политропном уравнении состояния, т.е. уравнении (14.3.1).



Таким образом, течение в дозвуковом режиме «закупоривается» обратным давлением. Это обратное давление возникает благодаря большому градиенту плотности, создаваемому по мере того, как вещество накапливается вблизи центральной массы. Из уравнения (14.3.28) находим

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_\infty} &= \left( \frac{a}{a_\infty} \right)^{2\Lambda(\Gamma-1)} \\ &\approx \left[ 1 + \frac{(\Gamma-1)GM}{a_\infty^2 r} \right]^{\Lambda(\Gamma-1)} \\ &\approx \left[ \frac{(\Gamma-1)GM}{a_\infty^2 r} \right]^{\Lambda(\Gamma-1)}, \quad r \ll r_s \quad \left( 1 < \Gamma < \frac{5}{3}; \text{дозвуковое} \right). \\ &\hspace{15em} \text{течение} \end{aligned} \quad (14.3.29)$$

**Упражнение 14.12.** Рассчитайте профиль дозвуковой плотности для  $\Gamma = 1$  и  $\Gamma = 5/3$  при малых  $r$ .

Увеличение плотности, даваемое уравнением (14.3.29) для дозвукового течения, явно больше соответствующего эффекта для околозвукового течения [уравнение (14.3.24)]. Этот общий результат справедлив для всех  $1 \leq \Gamma \leq 5/3$ .

**Упражнение 14.13.** Подсчитайте скорость дозвукового течения при малых  $r$

Ответ:

$$\frac{u}{a_\infty} \approx \frac{\lambda}{(\Gamma-1)^{\Lambda(\Gamma-1)}} \left( \frac{GM}{a_\infty^2 r} \right)^{(2\Gamma-3)\Lambda(\Gamma-1)} \quad \left( \Gamma \neq 1, \text{дозвуковое} \right) \quad (14.3.30)$$

течение

В предельном случае, соответствующем  $\lambda = 0 = u$  (т.е. аккреции нет), дозвуковой режим сводится к гидростатической «протяженной атмосфере».

В общем случае граничные условия на поверхности аккрецирующей звезды определяют, какой режим — околозвуковой или дозвуковой — приложим к данной физической ситуации. Для звезд с «твердой» поверхностью (например, белый карлик или нейтронная звезда) допустимо стационарное дозвуковое течение. Для черных дыр течение должно быть околозвуковым (см. приложение Ж).

Отметим, попутно, что дополнительные типы течения, соответствующие разным граничным условиям, описываются уравнениями Бонди (14.3.4) и (14.3.5). Согласно одному из решений, движение соответствует стационарному истечению вещества из центральной звезды. Во внутренних областях при  $r < r_s$  газ движется *наружу* с дозвуковыми скоростями, пересекает звуковую точку при  $r = r_s$  и со сверхзвуковой скоростью уходит на бесконечность. Скорость истечения определяется уравнением (14.3.16) при  $\lambda = \lambda_s$  (см. рис. 14.1). Это решение можно использовать для звезд, генери-

рующих звездный ветер [447]. Второй тип истечения соответствует сверхзвуковому течению во всех местах с  $\lambda > \lambda_s$  (см. рис. 14.1). Физической причиной такого истечения может быть воздействие некоторого негидродинамического механизма ускорения частиц, не учитываемого в приведенных здесь уравнениях [636].

Наконец, заметим, что решение Бонди применимо с некоторыми изменениями для случая аккреции на черную дыру, движущуюся через однородную среду. Если движение черной дыры в окружающей среде сильно дозвуковое со скоростью  $V \ll a_\infty$ , то эти изменения малы. Если же дыра движется с произвольной (но нерелятивистской) скоростью  $V > a_\infty$ , эффекты движения черной дыры более значительны. По порядку величины член  $a_\infty^2$ , появляющийся в уравнении Бонди для темпа аккреции, профиля температуры и плотности, следует заменить множителем  $(V^2 + a_\infty^2)$ . Таким образом, темп аккреции становится равным

$$\dot{M} = 4\pi\tilde{\lambda}(GM)^2(a_\infty^2 + V^2)^{-3/2}\rho_\infty, \quad (14.3.31)$$

где  $\tilde{\lambda}$  — постоянная порядка единицы. Уравнение (14.3.31) было впервые предложено (без множителя  $\tilde{\lambda}$ ) Бонди [78]. Тем самым он объединил в одной формуле темп сферически симметричной аккреции, соответствующий дозвуковому течению вдали от гравитирующей массы, с темпом аккреции, рассчитанным в [80, 284] для сверхзвукового течения.

Если  $V > a_\infty$ , можно ожидать формирования ударной волны за черной дырой [497] (рис. 14.2). После сжатия в ударной волне температура газа возрастает до  $kT \sim m_B V^2$ . Для любого значения  $V$  частицы газа, находящиеся в пределах расстояния  $r_a \sim GM(V^2 + a_\infty^2)$  от черной дыры, будут захвачены. За пределами  $r_a$  кинетическая энергия направленного движения частиц газа относительно дыры ( $V^2/2$  на единицу массы) будет больше гравитационной потенциальной энергии ( $GM/r$ ), так что гравитационное при-

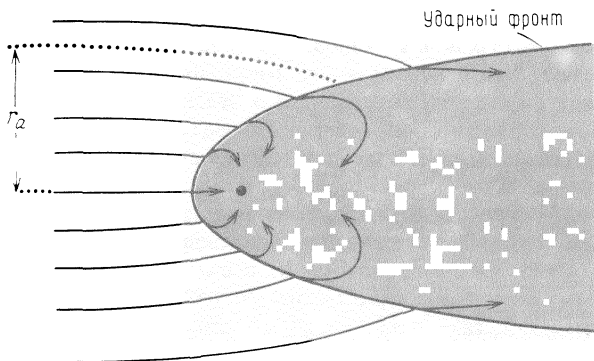


Рис. 14.2. Линии тока частиц газа, падающих со сверхзвуковой скоростью на гравитирующую точечную массу, в системе координат, где эта масса покоится.

тяжение черной дырой будет пренебрежимо малым. Газовое давление приводит к симметризации течения в пределах расстояния  $r_a$ , так что при  $r \ll r_a$  движение газа становится квазирадiallyм. В этой внутренней области уравнение Бонди снова применимо. Эти качественные представления были проверены подробными двухмерными гидродинамическими расчетами Ханта [288].

Аккреция на черную дыру, движущуюся через окружающую среду со сверхзвуковой скоростью, вероятно, характерна для двойной системы, в которой нормальный главный компонент находится внутри своей полости Роша, но испускает звездный ветер. В этом случае дырой будет захвачен только газ, лежащий внутри аккреционного цилиндра радиусом  $r_a = \xi 2GM/V_{\text{rel}}^2$ , где  $M$  — масса черной дыры,  $V_{\text{rel}}$  — скорость ветра относительно дыры, а  $\xi$  — постоянная порядка единицы (см. разд. 13.76 и рис. 13.11). В этом случае темп аккреции определяется уравнением (14.3.31) с заменой  $V^2$  на  $V_{\text{rel}}^2$ .

**Упражнение 14.14.** а) Оцените темп газовой аккреции на компактный вторичный компонент  $M_x$  (черная дыра) в источнике Суг X-1. Предположите, что аккреция вызвана звездным ветром от нормальной звезды, который имеет постоянную скорость, сравнимую со скоростью убегания с поверхности звезды:

$$V_w = \eta \left( \frac{2GM_*}{R_*} \right)^{1/2}, \quad \eta = \frac{V_w}{V_{\text{esc}}}.$$

Здесь  $M_* \gg M_x$  и  $R_*$  — масса и радиус нормального главного компонента. Покажите, что темп аккреции определяется выражением [529]

$$\begin{aligned} \dot{M} &\approx \frac{1}{4} \left( \frac{r_a}{a} \right)^2 \frac{V_{\text{rel}}}{V_w} \dot{M}_w \\ &\approx 7 \cdot 10^{-9} \xi^2 \eta^{-4} \left( \frac{M_x}{10M_\odot} \right)^2 \left( \frac{M_*}{30M_\odot} \right)^{-8/3} \times \\ &\quad \times \left( \frac{R_*}{20R_\odot} \right)^2 \left( \frac{P}{5,6 \text{ сут}} \right)^{-4/3} \left( \frac{\dot{M}_w}{10^{-6}M_\odot/\text{год}} \right) M_\odot/\text{год}. \end{aligned} \quad (14.3.32)$$

В уравнении (14.3.32)  $\dot{M}_w$  — темп истечения стационарного сферически симметричного ветра ( $\dot{M}_w = 4\pi r^2 V_w = \text{const}$ ),  $a$  — расстояние между компонентами двойной системы,  $P$  — орбитальный период (орбита предполагается круговой).

**Указание:**  $V_{\text{rel}}^2 \approx V_x^2 + V_w^2$ , где  $V_x$  — скорость вторичного компонента относительно главного. Обратите внимание, что нормировка множителей в уравнении (14.3.32) выбрана в согласии с результатами наблюдений двойной системы Суг X-1 (см. разд. 13.5).

б) Покажите, что нормировка параметров в уравнении (14.3.32) соответствует наблюдаемой рентгеновской светимости  $\sim 5 \cdot 10^{37}$  эрг/с, если предположить эффективность преобразования массы покоя в излучение около 10%.

в) Вычислите долю массы  $M/M_w$  испускаемого газа, аккрецируемого на компактный вторичный компонент.