

тивоположно направленных радиальных силовых линий магнитного поля [526, 539]. Характерное время пересоединения определяется соотношением  $t_{\text{recon}} \sim r/v_A$ , где  $v_A \sim (B^2/8\pi\rho)^{1/2}$  — альвеновская скорость, или магнитная «звучковая скорость». Усиление поля  $B$  ограничено условием  $t_{\text{recon}} \sim t_{\text{ff}}$ , где  $t_{\text{ff}} \sim r/(GM/r)^{1/2}$  — время падения. Это условие и приводит к уравнению (14.4.19).

а) Подсчитайте синхротронную светимость  $L_{\text{syn}}$ , возникающую от вращения релятивистских электронов вокруг равномерно распределенных силовых линий.

$$\text{Указание. } \Lambda_{\text{syn}} = \frac{16}{3} \frac{e^2}{c} \left( \frac{eB}{m_e c} \right)^2 \left( \frac{kT}{m_e c^2} \right)^2 n_e \text{ эрг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$$

$$\text{Ответ: } L_{\text{syn}} \sim 10^{27} (n_{\infty}/1 \text{ см}^{-3})^2 (T_{\infty}/10^4 \text{ К})^{-3} (M/M_{\odot})^3 \text{ эрг/с}$$

*Замечание:* Расчеты в рамках общей теории относительности дают значения светимости, которые ниже более чем в десять раз.

б) Получите оценку характеристической частоты испускаемого излучения.

*Указание:*  $h\nu \sim h\omega_H \sim h \left( \frac{eB\gamma^2}{m_e c} \right)$ , где  $\omega_H$  — синхротронная частота и где  $\gamma \equiv E_e/m_e c^2$  удовлетворяет условию  $\langle \gamma^2 \rangle = 12kT/m_e c^2$  для теплового релятивистского электронного газа.

*Ответ:*  $\nu \sim 10^{13}$  Гц, или  $\lambda \sim 30$  мкм (инфракрасный диапазон).

## 14.5. ДИСКОВАЯ МОДЕЛЬ АККРЕЦИИ НА КОМПАКТНУЮ ЗВЕЗДУ

Аккреция на компактную звезду в двойной системе может сильно отличаться от сферически симметричной, поскольку аккрецируемый газ обладает моментом количества движения. Рассмотрим случай, когда компактный объект — это черная дыра. Если момент количества движения на единицу массы  $\tilde{l}$  превосходит  $r_I c$ , где  $r_I$  — радиус самой внутренней устойчивой круговой орбиты (см. гл. 12), центробежные силы становятся значительными еще до того, как газ опустится под горизонт событий. В этом случае газ будет выброшен на круговые орбиты вокруг черной дыры. Движение газа внутрь возможно только после того, как вязкостные напряжения унесут лишний момент количества движения. Сопутствующий нагрев, вызванный силами трения, и более длительное пребывание газа вне горизонта событий приводят к значительному увеличению светимости по сравнению с величинами, рассчитанными в предыдущем разделе для сферически симметричной аккреции. Фактически полная энергия, излученная единицей массы по мере ее дрейфа через диск внутрь по направлению к черной дыре, должна быть равна гравитационной энергии связи единицы массы на внутреннем крае диска при  $r = r_I$  (если предположить, что дополнительная энергия, излучаемая позже, когда масса быстро опускается с расстояния  $r = r_I$  к горизонту событий, сравнительно невелика). Таким образом, га-

рантируется, что эффективность излучения в случае дисковой аккреции на черную дыру должна быть равной по меньшей мере<sup>1)</sup>

$$\varepsilon = \tilde{E}_I = \begin{cases} 0,057 & \text{для невращающейся дыры,} \\ 0,42 & \text{для дыры, вращающейся с} \\ & \text{максимальной скоростью и} \\ & \text{вращения диска в прямом} \\ & \text{направлении.} \end{cases} \quad (14.5.1)$$

При дисковой аккреции на белый карлик или на нейтронную звезду внутренний край диска  $r_I$  может быть близок к поверхности звезды<sup>2)</sup>. В этом случае максимальные эффективности излучения диска сравнимы со значениями

$$\varepsilon \sim \frac{1}{2} \cdot \frac{GM}{Rc^2} \sim \begin{cases} 10^{-4} & \text{для белого карлика,} \\ 10^{-1} & \text{для нейтронной} \\ & \text{звезды.} \end{cases} \quad (14.5.2)$$

Итак, по порядку величины полная светимость аккреционного диска должна равняться

$$\begin{aligned} L &\sim 10^{-4} \dot{M} c^2 \sim 10^{34} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-9} M_{\odot} / \text{год}} \right) \text{ эрг/с для белого карлика,} \\ L &\sim 10^{-1} \dot{M} c^2 \sim 10^{37} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-9} M_{\odot} / \text{год}} \right) \text{ эрг/с для нейтронной} \\ & \hspace{15em} \text{звезды или чер-} \\ & \hspace{15em} \text{ной дыры.} \end{aligned} \quad (14.5.3)$$

Помимо светимости диска при аккреции на белый карлик или нейтронную звезду, следует учитывать светимость сравнимого порядка величины, возникающую при столкновении газа с поверхностью звезды (или с поверхностными магнитными полями), замедлении и диссипации его кинетической энергии. Следовательно, порядок величины *полной* светимости в случае аккреции на нейтронную звезду или белый карлик зависит от характера аккреции (дисковая или сферически симметричная). В любом случае *вся* гравитационная энергия связи выделяется на поверхности в виде излучения по мере того, как газ падает в потенциальном поле звезды и останавливается на ее поверхности. Полная светимость, таким образом, всегда равна  $L = G\dot{M}M/R$  (если пренебречь поправками на эффекты общей теории относительности<sup>3)</sup>). Однако при аккреции на черную дыру ситуация может

<sup>1)</sup> См. уравнение (12.4.30) и обсуждение, следующее за уравнением (12.7.25).

<sup>2)</sup> Здесь предполагается, что на их поверхностях имеются только очень слабые магнитные поля; другие варианты рассматриваются в гл. 15.

<sup>3)</sup> В общей теории относительности светимость при стационарной аккреции вещества, падающего на сферическую звезду из состояния покоя на бесконечности, определяется выражением  $L = [1 - (1 - 2GM/Rc^2)^{1/2}] \dot{M} c^2$  в предположении, что вещество полностью останавливается на поверхности [см. уравнение [12.4.9]].

зависеть весьма чувствительно от геометрии течения. По крайней мере для дисковой аккреции эффективность неизменно высока.

Дисковая аккреция всегда должна происходить в двойных системах, где нормальный главный компонент, заполняющий свою полость Роша, подпитывает газом компактный вторичный компонент. В этом случае характерный момент количества движения газа значительно превышает  $r_1 c$ , что очевидно из рис. 13.11,б. Когда подпитка газом происходит благодаря звездному ветру, ситуация не столь очевидна (см. рис. 13.11,а). Превышает ли  $\tilde{l}$  величину  $r_1 c$  или нет, это чувствительно зависит от параметров ветра и двойной системы [291, 529] (см. упражнение 14.22).

*Упражнение 14.22.* Вернемся к упражнению 14.14, где рассматривается аккреция звездного ветра на компактную вторичную звезду. Для той же самой системы:

а) Покажите, что момент количества движения на единицу массы, переносимый аккрецируемым газом, равен

$$\tilde{l} = \frac{1}{2} V_x a \left( \frac{r_a}{a} \right)^2. \quad (14.5.4)$$

б) Оцените отношение значений  $\tilde{l}$  для случаев аккреции звездного ветра и аккреции, вызванной заполнением полости Роша.

*Ответ:*  $(r_a/a)^2 \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ .

в) Предположите, что наружный край диска имеет радиус  $r_D$ , при котором значение выражения (14.5.4) равно моменту количества движения на единицу массы для элемента газа, находящегося на круговой орбите вокруг черной дыры:  $\tilde{l} = (GM r_D)^{1/2}$ . Подсчитайте  $r_D/r_1$  для параметров, соответствующих двойной системе Cyg X-1 и прокомментируйте результат.

*Ответ:*

$$\frac{r_D}{r_1} \approx 160 \xi^4 \eta^{-8} \left[ 1 + \left( \frac{V_x}{V_w} \right)^2 \right]^{-4} \left( \frac{M_x}{10 M_\odot} \right)^2 \left( \frac{M_*}{30 M_\odot} \right)^{-4} \left( \frac{P}{5^d.6} \right)^{-2} \left( \frac{R_*}{20 R_\odot} \right)^4$$

Дисковая аккреция возможна также при течении турбулентного газа на сверхмассивную черную дыру в плотном галактическом ядре или в квазарах, или же в центре нашей Галактики.

В этом разделе будет обсуждаться строение *кеплеровского аккреционного диска* вокруг центральной точечной массы. Первым обратил внимание на важность момента количества движения для аккреции в двойной системе Прендергаст [464]. Он построил модели дисковой аккреции на белые карлики в двойных системах. Позже в работах [422, 470, 521, 522] были построены модели ньютоновского аккреционного диска для течения на нейтронные звезды и черные дыры. В работе [422] рассматривались эффекты общей теории относительности для внутренних частей аккреционного диска.

Линден-Белл [375] первым предположил, что в ядрах галактик могут содержаться сверхмассивные черные дыры, окруженные газовыми аккреционными дисками<sup>1)</sup>.

Начнем с качественного обзора дисковой аккреции. Рассмотрим, что происходит в двойной системе по мере того, как газ переносится от нормальной звезды к компактному компоненту. Если этот процесс возникает в результате перетекания из заполненной звездой полости Роша, газ переносится через критическую точку Лагранжа  $L_1$ , после чего совместное действие гравитационных и кориолисовых сил удерживает его на приблизительно круговой орбите вокруг компактной звезды (см. рис. 13.12). Некоторая часть газа, сброшенная ранее, вращается по орбите вокруг компактной звезды в виде аккреционного диска. Падающий газ взаимодействует с газом в диске через посредство вязкостных напряжений. Некоторая часть падающего газа воспринимает момент количества движения от диска и затем выбрасывается из области диска; часть этого газа падает обратно на нормальную звезду, а часть вообще выбрасывается из системы через лагранжеву точку  $L_2$ . Если рассматриваемый процесс протекает в виде аккреции звездного ветра, внешняя граница диска, по-видимому, располагается гораздо ближе к компактной звезде. За пределами этой границы аккреция будет почти сферически симметричной. Режим аккреции изменяется на таком расстоянии, где характерные значения момента количества движения на единицу массы для газа, аккрецируемого из звездного ветра, и для элемента газа, находящегося на круговой кеплеровской орбите вокруг компактной звезды, оказываются равными (см. рис. 13.11,б и упражнение 14.22).

Независимо от того, как образовался аккреционный диск, большая часть гравитационной энергии выделяется в *самых внутренних* его частях, наиболее близких к компактной звезде (отсюда же испускается большая часть излучения). Приток газа и «сброс» момента количества движения почти полностью происходят во внешних частях. Поскольку нас интересует испускаемое при аккреции излучение, мы сосредоточим внимание на внутренних областях диска.

При вращении вокруг компактной звезды примерно в круговом режиме каждый элемент газа в диске совершает медленное движение по радиусу внутрь, поскольку торможение, связанное с силами трения, приводит к уменьшению момента количества движения. Таким образом, газ дрейфует к компактной звезде по очень пологой спиральной траектории по мере того, как его момент количества движения передается наружу — из внутренних областей диска во внешние. Одновременно вязкостные напряжения, возникающие вследствие относительного сдвига элементов газа при орбитальном движении, приводят к выделению «фрикционного» тепла. В ста-

<sup>1)</sup> Обзоры и ссылки на свежие работы по дисковой аккреции даны в [367, 469]. Приведенное ниже в разд. 14.5 рассмотрение ньютоновской дисковой аккреции во многом аналогично представленному в [422].

ционарном состоянии большая часть этого тепла затем излучается с верхней и нижней поверхностью диска.

Изучим теперь количественно структуру внутренних областей ньютоновского аккреционного диска вокруг компактной звезды массой  $M$ . Предположим, что газ вносится в диск с постоянным темпом  $\dot{M}$  и аккрецирует на компактную звезду с таким же темпом. Пренебрежем всеми приливными гравитационными силами, действующими на диск со стороны нормального компонента. Предположим, что центральная плоскость диска совпадает с экваториальной плоскостью компактной звезды, определяемой условием  $z = 0$ .

При кеплеровском круговом движении каждый элемент обладает удельным моментом количества движения  $\tilde{l}$ , равным

$$\tilde{l} = (GMr)^{1/2}. \quad (14.5.5)$$

Вблизи звездной поверхности при малых значениях  $r$  величина  $\tilde{l}$  гораздо меньше, чем на наружном крае диска. Поэтому скорость, с которой момент количества движения должен удаляться из диска проходящим газом, в стационарном случае должна составлять

$$j = \dot{M}\tilde{l}(r_D) = \dot{M}(GMr_D)^{1/2}. \quad (14.5.6)$$

Пусть толщина диска будет  $2h$ , а его поверхностная плотность при радиусе  $r$  будет  $\Sigma$ . Тогда можно записать

$$\Sigma \equiv \int_{-h}^h \rho dz \approx 2h\rho, \quad (14.5.7)$$

где  $z$  измеряется высотой перпендикуляра к средней плоскости диска, а значение  $\rho$  в правой части уравнения (14.5.7) вычисляется для  $z = 0$ . В данном случае и в дальнейшем будет проводиться усреднение по вертикали всех величин, зависящих от  $z$ , с заменой интегралов от произведений произведением усредненных величин. Пусть  $v_r$  — величина направленной внутрь радиальной скорости газа ( $v_r > 0$ ), а  $v_\phi$  и  $\Omega$  — соответственно<sup>1)</sup> кеплеровская орбитальная скорость и угловая скорость:

$$v_\phi = r\Omega = \left(\frac{GM}{r}\right)^{1/2}. \quad (14.5.8)$$

При характерных для данного случая значениях вязкости  $\nu$ , всегда будет гораздо меньше, чем  $v_\phi$ .

<sup>1)</sup> В гл. 14 и 15 все пространственные векторные и тензорные компоненты связаны с «обычными» ортонормальными базисными векторами (например,  $\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_\phi \mathbf{e}_\phi + v_z \mathbf{e}_z$  в цилиндрической геометрии). Однако в дальнейшем договоримся опускать «крышку» в индексах компонентов. Такое упрощение не должно вызывать недоразумений.

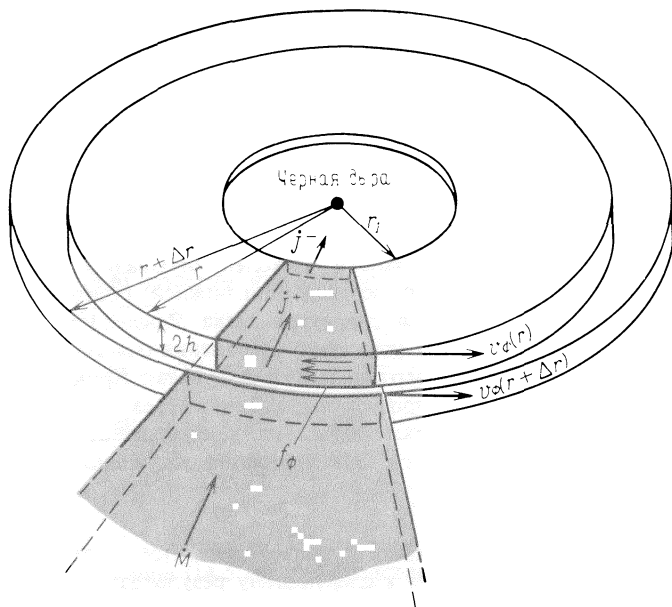


Рис. 14.3. Разрез тонкого кеплеровского аккреционного диска, расположенного вокруг центральной черной дыры.

Предположим, что диск тонкий, т.е. что  $h$  повсюду удовлетворяет неравенству

$$h(r) \ll r. \quad (14.5.9)$$

Как будет показано ниже, уравнение (14.5.9) требует, чтобы температура была «умеренной», т.е.  $kT \ll GM_p/r$ . Такие низкие температуры будут достигаться, если генерируемое вязкостными напряжениями тепло эффективно излучается наружу и не накапливается в диске. Таким образом, в отличие от случая сферически симметричной аккреции тонкий аккреционный диск должен быть в высокой степени неадиабатическим [см. уравнение (14.3.27), т.е.  $kT \sim GM_p/r$  для сферически симметричной аккреции с  $\Gamma = 5/3$ ]. В предельном случае, когда уравнение (14.5.9) справедливо, связанные двумерные уравнения осесимметричного течения распадаются на отдельные уравнения для радиального и вертикального движений. Этот распад в значительной мере упрощает гидродинамические уравнения.

Обозначим через  $f_\phi$  вязкостное напряжение (сила на единицу площади), которое характеризует воздействие в направлении  $\phi$  элемента жидкости при радиусе  $r$  на соседние элементы, находящиеся при  $r + \Delta r$  (рис. 14.3).

Это напряжение связано с тензором напряжений уравнением

$$f_{\phi} = -t_{r\phi}, \quad (14.5.10)$$

где для кеплеровского диска

$$t_{r\phi} = -\frac{3}{2}\eta\Omega = -\frac{3}{2}\eta\left(\frac{GM}{r^3}\right)^{1/2}. \quad (14.5.11)$$

Здесь  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости [г/(см · с)]. [Краткое обсуждение гидродинамических уравнений движения вязкой жидкости см. в приложении 3, где выводятся уравнения (14.5.10) и (14.5.11).] Пока отложим обсуждение природы вязкости. Наконец, обозначим через  $F$  полный поток излучения, испускаемый верхней (или нижней) поверхностью диска.

В стационарном состоянии структура диска определяется путем одновременного решения четырех уравнений сохранения (массы, момента количества движения, энергии и вертикального импульса). Кроме того, должны быть заданы вязкость  $\eta$  (например, выраженная через локальные термодинамические параметры), а также зависимость, описывающая перенос излучения от центра к поверхности. Эти уравнения обсуждаются ниже.

#### а) Сохранение массы покоя

Интегрирование стационарного уравнения неразрывности массового течения  $\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0$  приводит к следующему результату:

$$\dot{M} = 2\pi r \Sigma v_r = \text{const}. \quad (14.5.12)$$

Уравнение (14.5.12) показывает, что скорость переноса массы к центру в цилиндре радиусом  $r$  не зависит от  $r$ .

#### б) Сохранение момента количества движения

Пусть  $\dot{J}^+ = \dot{M}(GMr)^{1/2}$  — скорость связанного с притоком газа переноса момента количества движения в направлении к звезде через радиус  $r$  диска (см. рис. 14.3). Пусть  $\dot{J}^-$  — скорость, с которой момент количества движения поглощается компактной звездой. Поскольку удельный момент количества движения, накапливаемый компактной звездой, не может превосходить величину  $l(r_1)$  на внутреннем крае диска, можно записать

$$\dot{J}^- = \beta \dot{M}(GMr_1)^{1/2}, \quad \text{где } |\beta| \leq 1. \quad (14.5.13)$$

(Например, при аккреции на черную дыру  $\beta \approx 1$ )<sup>1)</sup>. Сохранение момента количества движения требует, чтобы *результатирующая* скорость изменения

<sup>1)</sup> Заметим, что условие  $\beta = 1$  для черной дыры является всего лишь приближением. Оно эквивалентно условию отсутствия напряжений на границе при  $r_1$  [см. уравнение (14.5.14)] и приводит к  $\Sigma \rightarrow \infty$  и  $\rho \rightarrow \infty$  при этом радиусе [см. (14.5.37)]. Соотношение  $\beta = 1$  требует, чтобы при радиусах, меньших  $r_1$ , газ быстро опускался по спирали на черную дыру без излучения. Строго говоря, это неверно, но подобная идеализация, по-видимому, оправдана; см. [554].

момента количества движения в пределах  $r$  была равна вращающему моменту, обусловленному вязкостным напряжением. В соответствии с этим

$$\begin{aligned} \text{Момент сил} &= (\text{сила вдоль } \mathbf{e}_\phi / \text{площадь}) \times (\text{площадь}) \times (r) \\ &= J^+ - J^-, \text{ или} \end{aligned}$$

$$(f_\phi)(2\pi r \cdot 2h)(r) = \dot{M} \left[ (GMr)^{1/2} - \beta (GMr_I)^{1/2} \right]. \quad (14.5.14)$$

Заметим, что в стационарном состоянии требуемое напряжение  $f_\phi$  определяется однозначно величинами  $M$  и  $\dot{M}$ .

### в) Сохранение энергии

Из уравнения (3.6) известно, что энтропия (тепло) порождается действием вязкости со скоростью

$$\dot{Q} \equiv \rho T \dot{s} = \frac{1}{2} \frac{t^2}{\eta} \approx \frac{(t_{\phi r})^2}{\eta} = \frac{-f_\phi t_{\phi r}}{\eta}. \quad (14.5.15)$$

Подставив в уравнение (14.5.15) уравнения (14.5.11) и (14.5.14), найдем

$$2h\dot{Q} = \frac{3\dot{M}}{4\pi r^2} \frac{GM}{r} \left[ 1 - \beta \left( \frac{r_I}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (14.5.16)$$

Предположим, что это тепло не накапливается, а полностью излучается наружу. Тогда уравнение (14.5.16) непосредственно дает интегральный поток, испускаемый с верхней и нижней поверхностями диска при радиусе  $r$ :

$$F(r) = \frac{1}{2} \times 2h\dot{Q} = \frac{3\dot{M}}{8\pi r^2} \frac{GM}{r} \left[ 1 - \beta \left( \frac{r_I}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (14.5.17)$$

(Поскольку диск тонкий, излучение направлено в основном в вертикальном, а не в радиальном направлении.)

Важная особенность уравнения (14.5.17) состоит в том, что радиальное распределение испускаемого потока совершенно *не зависит* от закона вязкости, который еще предстоит задать.

Полная светимость диска равна

$$L = \int_{r_I}^{\infty} 2F \times 2\pi r dr = \left( \frac{3}{2} - \beta \right) \frac{GM\dot{M}}{r_I}. \quad (14.5.18)$$

Именно такая светимость следует из сохранения энергии. *Ньютоновская* энергия гравитационной связи на грамм массы при  $r_I$  равна  $E_B = GM/2r_I$ , а кинетическая энергия вращения, получаемая от компактной звезды, равна (упражнение 14.23)  $E_R = (1 - \beta)GM/r_I$ . В соответствии с этим уравнение (14.5.18) правильно дает  $L = (E_B + E_R)\dot{M}$ .

**Упражнение 14.23.** Проверьте приведенное выражение для  $E_R$ , используя уравнение (14.5.13).

*Указание:* Подсчитайте работу, произведенную вращательным моментом, который воздействует со стороны звезды на диск при  $r_I$ .



*Упражнение 14.24.* Рассчитайте эффективность излучения тонкого ньютоновского аккреционного диска, простирающегося вокруг центральной черной дыры до  $r_f = 6GM/c^2$ . Сравните полученный результат с эффективностью релятивистского диска вокруг невращающейся черной дыры.

*Ответ:*  $\varepsilon = 1/12$ , или 8,3% против 5,7%.

### г) Сохранение вертикального импульса

Поскольку нет результирующего движения газа в вертикальном направлении, сохранение импульса вдоль оси  $\mathbf{e}_z$  сводится к условию гидростатического равновесия. Приравнивание компонента силы тяготения компактной звезды вдоль  $\mathbf{e}_z$  вертикальному градиенту давления в диске дает

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = - \frac{GM}{r^2} \frac{z}{r} \quad (z \ll r). \quad (14.5.19)$$

Замена в уравнении (14.5.19) дифференциалов конечными разностями (т.е. замена  $\Delta P$  на  $\approx P$ , где  $P$  — давление, вычисленное при  $z = 0$ , и замена  $\Delta z \approx h$ ) дает для полутолщины диска

$$h \approx \left( \frac{P}{\rho} \right)^{1/2} \left( \frac{r^3}{GM} \right)^{1/2} \approx \frac{c_s}{\Omega}. \quad (14.5.20)$$

В уравнении (14.5.20)  $c_s$  — скорость звука в центральной плоскости диска.

*Упражнение 14.25.* Рассмотрите условие тонкого диска (14.5.9), которое вместе с уравнением (14.5.20) требует

$$\frac{h}{r} \approx \frac{c_s}{v_\phi} \ll 1. \quad (14.5.21)$$

Какие ограничения налагает уравнение (14.5.21) на внутреннюю температуру диска  $T$  в областях, где давление газа преобладает [сравните с первым членом уравнения (14.5.29)]?

### д) Закон вязкости

Ни один физический процесс не понят так плохо в теории дисковой аккреции, как природа вязкости. Похоже, что источником вязкости должна быть мелкомасштабная турбулентность газодинамического течения. Хаотические магнитные поля, тянущиеся вместе с аккрецируемой плазмой, перемещиваемые благодаря дифференциальному вращению диска и испытывающие пересоединение на границах между хаотическими ячейками, также должны вносить значительный вклад в вязкость [176, 422, 465]. К счастью, интегральный профиль потока, даваемый уравнением (14.5.17), и полная светимость не зависят от неопределенного закона вязкости. В то же время, к сожалению, детали строения диска и спектр испускаемого излучения зависят от вязкости.

Чтобы продвинуться вперед, воспользуемся результатами Шакуры и Сюняева [522] и составим основанное на динамических соображениях правдоподобное соотношение между турбулентной вязкостью и сдвиговым напряжением. В теории турбулентного движения коэффициент динамической вязкости дается выражением

$$\eta \approx \rho v_{\text{turb}} l_{\text{turb}}, \quad (14.5.22)$$

где  $v_{\text{turb}}$  — скорость турбулентных ячеек относительно среднего движения газа, а  $l_{\text{turb}}$  — размер наибольшей турбулентной ячейки (см., например, [339], разд. 31). При сверхзвуковом движении ударные волны будут приводить к диссипации кинетической энергии турбулентности, преобразуя ее в тепло, поэтому потребуем  $v_{\text{turb}} \leq c_s$ . Размеры ячеек ограничены толщиной диска, так что  $l_{\text{turb}} \leq h$ . Используя уравнения (14.5.10), (14.5.11), (14.5.12) и (14.5.20), найдем ограничения, касающиеся напряжения

$$f_\phi = -t_{\phi r} \leq (\rho c_s h) \Omega \approx \rho c_s^2 \approx P. \quad (14.5.23)$$

Тогда можно записать в общем виде

$$f_\phi = \alpha P, \quad (14.5.24)$$

где вводится безразмерный параметр вязкости  $\alpha$ , который не поддается сколько-нибудь точному вычислению, но удовлетворяет ограничению

$$\alpha \leq 1. \quad (14.5.25)$$

Модели, построенные с использованием уравнения (14.5.24), называются « $\alpha$ -дисками». В таких моделях  $\alpha$  остается обычно свободным постоянным параметром в уравнениях строения диска. Интересно, что значение  $\alpha$  может быть прокалибровано эмпирически при помощи зависящих от времени спектров, полученных при наблюдении вспышек в двойных системах с переносом массы, содержащих карликовые новые. Сравнение наблюдений таких «катаклизматических переменных» с зависящим от времени потоком, ожидаемым от тонкого аккреционного диска в системе, дает  $\alpha$  в интервале от 0,1 до 1<sup>1)</sup>. Эти значения совпадают с оценками из работы [176], где рассматривалась вязкость, возникающая вследствие сдвигового усиления и пересоединения силовых линий хаотического магнитного поля. Для этого случая получены значения  $0,01 \leq \alpha \leq 1$ <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> См. [48, 377]; в настоящее время не ясно, остается ли  $\alpha$  на этом уровне или же уменьшается во время спокойного периода между вспышками.

<sup>2)</sup> Совершенно иной подход к роли магнитных полей в механизме уноса момента количества движения изложен в работах [69, 74, 372]. Авторы этих работ обнаружили, что если в диске имеется *упорядоченное* магнитное поле с большой перпендикулярной составляющей, то как энергия, так и момент количества движения могут уноситься посредством намагниченного релятивистского ветра. Электродинамическая «импульсноподобная» модель предусматривает возможность появления спаренных «струй» релятивистской плазмы, движущихся перпендикулярно плоскости диска. В экстремальных условиях магнитное торможение может заменить вязкостное торможение, рассмотренное в уравнении (14.5.24).

### е) Непрозрачность

При типичных параметрах аккреции на компактные звезды с  $M \sim M_{\odot}$  господствующим источником поглощения фотонов в диске оказывается нерелятивистское тепловое тормозное излучение, или «свободно-свободные» переходы. Сравнимую (но все же меньшую) роль могут играть «связанно-связанные» переходы в линиях и «связанно-свободные» ионизационные переходы. Таким образом, усредненная по частоте средняя по Росселанду непрозрачность, связанная с поглощением, равна (сравните с приложением И)

$$\bar{\kappa}_{\text{abs}} \approx \bar{\kappa}_{\text{ff}} \approx 0.64 \times 10^{23} (\rho [\text{г/см}^3]) (T [\text{К}])^{-7/2} \text{ см}^2/\text{г}. \quad (14.5.26)$$

Главный источник *рассеяния* фотонов — томсоновское рассеяние, для которого

$$\bar{\kappa}_{\text{scatt}} \approx \bar{\kappa}_{\text{es}} = 0,40 \text{ см}^2/\text{г}. \quad (14.5.27)$$

В типичных случаях поглощение преобладает над рассеянием в более холодных внешних областях диска при больших радиусах, в то время как рассеяние преобладает над поглощением в горячих внутренних областях. Полная усредненная по Росселанду непрозрачность (росселандово среднее) удовлетворяет следующему приближительному соотношению [см. уравнение (И.30)]

$$\frac{1}{\bar{\kappa}(\rho, T)} \approx \frac{1}{\bar{\kappa}_{\text{scatt}}} + \frac{1}{\bar{\kappa}_{\text{abs}}}. \quad (14.5.28)$$

### ж) Давление

Полное давление в диске представляет собой по существу сумму теплового давления газа и давления излучения. Для ионизованного водорода это дает

$$P(\rho, T) \approx \frac{2\rho kT}{m_p} + P_{\text{rad}}, \quad (14.5.29)$$

где в случае локального термодинамического равновесия

$$P_{\text{rad}} \approx \frac{1}{3} a T^4. \quad (14.5.30)$$

В типичных случаях газовое давление преобладает над давлением излучения по всему диску, за исключением (в зависимости от параметров) самых внутренних областей, где высокая температура.

### з) Перенос излучения

При типичных параметрах перенос к поверхности тепла, выделяющегося внутри диска из-за вязкости, осуществляется в основном посредством излучения, а не проводимостью или конвекцией. В общем случае возможны несколько режимов переноса излучения, которые применимы в различных

областях диска и (в зависимости от темпа аккреции, массы компактной звезды и т.п.) в разных моделях диска.

Если полная оптическая толщина диска  $\tau$  (измеренная в вертикальном направлении) превосходит единицу, фотоны переносятся к поверхности путем *диффузии* [уравнение (И.34)].

$$F(r, z) = -\frac{c}{3} \frac{d(aT^4)}{d\tau}, \quad \tau > 1. \quad (14.5.31)$$

Здесь  $F(r, z)$  — вертикальный поток фотонов; принято локальное термодинамическое равновесие между газом фотонов и веществом<sup>1)</sup>. Величина  $\tau$  — оптическая толщина, вычисленная на основе полной усредненной по Росселанду непрозрачности:

$$\tau = \int_0^h \bar{\kappa} \rho dz \approx \bar{\kappa}(\rho, T) \Sigma \quad (14.5.32)$$

(см. приложение И). Заменяв дифференциал на конечные разности, можно приближенно проинтегрировать уравнение (14.5.31), чтобы получить величину потока через поверхность

$$F(r) \approx \frac{acT^4}{\tau} \approx \frac{acT^4}{\bar{\kappa}\Sigma}, \quad \tau(r) > 1. \quad (14.5.33)$$

Появившиеся в уравнении (14.5.33) величины  $\Sigma$  и  $F$  определяются уравнениями (14.5.7) и (14.5.17) соответственно, а значения  $T$  и  $\rho$  следует вычислять вблизи центра диска при  $z = 0$ . Этот «оптически толстый» режим применим во внешних областях диска фактически для всех его моделей, а также во внутренних областях диска для всех моделей, за исключением самых горячих.

Если  $\tau$  меньше единицы, диск становится «оптически тонким» для уходящих фотонов. В этом случае фотоны могут свободно покидать систему после излучения, не испытывая ни поглощения, ни рассеяния. Тогда пригодное только для случая диффузии уравнение (14.5.33) должно быть заменено новым

$$F(r) \approx \int_0^h \Lambda(\rho, T) dz \approx h\Lambda(\rho, T), \quad \tau(r) < 1, \quad (14.5.34)$$

где  $\Lambda(\rho, T)$  — средняя излучательная способность [эрг/(с·см<sup>3</sup>)] вещества диска. Обычно величина  $\Lambda$  определяется тепловым тормозным излучением (свободно-свободное излучение) и/или комптонизацией, которые обсуждаются в приложении И.

<sup>1)</sup> Фактически маловероятно, чтобы уравнение (14.5.31) было применимо в глубоких недрах диска, где, по-видимому, важен турбулентный перенос. Однако диффузия фотонов возможна во внешней атмосфере диска, где формируется испускаемый спектр, если только  $\tau > 1$ .

*Упражнение 14.26.* Покажите (приблизительно), что уравнения (14.5.33) и (14.5.34) эквивалентны, когда  $\tau \sim 1$ , если непрозрачность определяется преимущественно процессами истинного теплового поглощения.

*Указание:* Используйте закон Кирхгофа.

*и) Решение: структура «стандартной» модели диска*

Уравнения (14.5.7), (14.5.12), (14.5.14), (14.5.17), (14.5.20), (14.5.24), (14.5.28), (14.5.29) и (14.5.33) или (14.5.34) дают девять алгебраических соотношений для девяти величин:  $\rho(r)$ ,  $h(r)$ ,  $\Sigma(r)$ ,  $v_r(r)$ ,  $P(r)$ ,  $T(r)$ ,  $f_\phi(r)$ ,  $\bar{\kappa}(r)$  и  $F(r)$  — в виде функций  $r$ ,  $M$  и  $\dot{M}$ . Хотя алгебраическое решение довольно трудоемкое, оно было получено в работах [422, 543]. Обнаружено, что при фиксированных значениях  $M$  и  $\dot{M}$  удобно разделить диск на три разные области в зависимости от  $r$ . Эти области таковы:

1. *Внешняя область* (большие значения  $r$ ), где давление газа преобладает над давлением излучения и непрозрачность определяется свободно-свободным поглощением.

2. *Средняя область* (меньшие значения  $r$ ), где давление газа преобладает над давлением излучения, но непрозрачность обусловлена в основном рассеянием электронов.

3. *Внутренняя область* (очень малые значения  $r$ ), где давление излучения преобладает над газовым давлением, а рассеяние как источник непрозрачности преобладает над поглощением.

(При определенном выборе  $M$  внутренняя и средняя области могут вообще отсутствовать.) Обычно переход от внешней области к средней ( $r_{\text{om}}$ ) происходит, когда  $\bar{\kappa}_{\text{ff}} \sim \bar{\kappa}_{\text{es}}$ , что справедливо при

$$\frac{r_{\text{om}}}{r_s} = 4 \times 10^3 \left( \frac{\dot{M}_{17}}{M/M_\odot} \right)^{2/3} g^{2/3}. \quad (14.5.35)$$

Здесь  $r_s \equiv CM/c^2$ ;<sup>1)</sup> величина  $\mathcal{A}$  определена в упражнении 14.28, а  $M_{17}$  выражается в единицах  $10^{17}$  г/с. (Вспомним, что  $10^{17}$  г/с  $\sim 10^{-9} M_\odot/\text{год}$  — это то значение  $M$ , которое дает полную светимость  $L = \varepsilon \dot{M} c^2 \sim 10^{37}$  эрг/с при эффективности  $\varepsilon \sim 10\%$ ; такая светимость характерна для сильных галактических рентгеновских источников.) Переход от средней области к внутренней ( $r_{\text{mi}}$ ) происходит, когда  $P_g \sim P_{\text{rad}}$ , что справедливо при<sup>2)</sup>

$$\frac{r_{\text{mi}}}{r_s} = 80 \alpha^{2/21} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-2/3} \dot{M}_{17}^{16/21} g^{16/21}. \quad (14.5.36)$$

Из уравнения (14.5.17) следует, что излучение от диска имеет максимум при малых радиусах  $r \sim 10r_s$ . Итак, для черных дыр с массой порядка

<sup>1)</sup> Эту величину не следует путать с использовавшимся выше критическим радиусом околосвукового течения, который также обозначался  $r_s$ .

<sup>2)</sup> Уравнение (14.5.36) может быть подтверждено результатами упражнения (14.28).

звездной большая часть излучения (и фактически все рентгеновское излучение) возникает во «внутренней области» диска.

**Упражнение 14.27.** Рассмотрим типичный двойной рентгеновский источник с  $M/M_{\odot} = \dot{M}_{17} = 1 = \alpha$ .

а) Предположив, что компактный компонент — это черная дыра, подсчитайте доли полной светимости диска, испускаемые внутренней, средней и внешней областями диска (радиус полости Роша принят равным  $r_R \sim 3 \cdot 10^{11}$  см).

б) Оцените отношение полной светимости диска у белого карлика к светимости диска у черной дыры или нейтронной звезды.

**Упражнение 14.28.** Решите уравнения, определяющие строение *внутренней* области аккреционного диска вокруг черной дыры. Предположите, что  $P = P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} aT^4$ , а  $\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_{\text{es}}$ . Покажите (и сравните с [422, 523]), что

$$F = (5 \times 10^{26} \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с}))(M^{-2} \dot{M}_{17}) r^{-3} \mathcal{G},$$

$$\Sigma = (7 \text{ г}/\text{см}^2)(\alpha^{-1} M \dot{M}_{17}^{-1}) r^{3/2} \mathcal{G}^{-1},$$

$$h = (1 \times 10^5 \text{ см})(\dot{M}_{17}) \mathcal{G},$$

$$\rho = (3 \times 10^{-5} \text{ г}/\text{см}^3)(\alpha^{-1} M \dot{M}_{17}^{-2}) r^{3/2} \mathcal{G}^{-2},$$

$$T = (5 \times 10^7 \text{ К})(\alpha M)^{-1/4} r^{-3/8},$$

$$\tau_{\text{es}} = 3(\alpha^{-1} M \dot{M}_{17}^{-1}) r^{3/2} \mathcal{G}^{-1}, \quad (14.5.37)$$

где

$$\mathcal{G} \equiv 1 - \left(\frac{6}{r}\right)^{1/2}.$$

Здесь  $M$  измеряется в единицах  $M_{\odot}$ , а  $r$  — в единицах  $r_s$ .

*к) Решение: спектр излучения в «стандартной» модели диска*

Температура  $T$ , которая фигурирует в уравнениях, определяющих строение диска, например в уравнении (14.5.37), представляет собой типичную температуру *внутренней* части диска при  $z \approx 0$ . В общем случае  $T > T_s$ , где  $T_s$  — характерная температура *поверхности*, на которой формируется спектр испускаемых фотонов. Приведенное неравенство следует из уравнения диффузии излучения (14.5.31), которое показывает, что поток фотонов возникает вследствие градиента температуры в диске. Величины  $T$  и  $T_s$

становятся сравнимыми, если диск оптически тонкий в отношении поглощения; к этому случаю применимо уравнение (14.5.34). Таким образом, для определения спектра фотонов в общем случае требуется тщательный анализ профилей температуры и плотности на поверхности диска.

Если диск оптически толстый и поглощение превосходит рассеяние, локальное излучение имеет вид излучения черного тела. В таких областях спектр описывается функцией Планка с температурой  $T_s$ , равной локальной эффективной температуре. В соответствии со сказанным

$$T_s(r) = \left[ \frac{4F(r)}{a} \right]^{1/4} \approx (5 \cdot 10^7 \text{ К}) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/2} \dot{M}_{17}^{1/4} \left( \frac{r}{r_s} \right)^{-3/4} g^{1/4}. \quad (14.5.38)$$

Эта температура характеризует вещество под поверхностью на глубине, соответствующей оптической толщине  $\bar{\tau}_{ff} \sim 1$ . В основном именно на этой глубине рождаются типичные фотоны, покидающие диск; такие фотоны с частотой  $\nu$  рождаются при  $\tau_\nu^{ff} \sim 1$ , где

$$\tau_\nu^{ff} \sim \kappa_\nu^{ff} \rho \Delta z \sim 1, \quad (14.5.39)$$

(предполагается, что поверхность однородная и изотермичная). Фотоны, излученные при больших значениях  $\tau_\nu^{ff}$ , поглощаются до того, как смогут уйти с поверхности. Поэтому интенсивность возникающего излучения определяется сложением излучений от слоев, начиная с  $z = 0$  и до  $z = \Delta z$ , лежащих под поверхностью:

$$I_\nu \sim j_\nu^{ff} \Delta z \sim \frac{j_\nu^{ff}}{\kappa_\nu^{ff} \rho} = B_\nu(T_s), \quad (14.5.40)$$

где  $j_\nu^{ff}$  — излучательная способность от свободно-свободных переходов,  $B_\nu$  — функция Планка, а отношение  $j_\nu^{ff}/\kappa_\nu^{ff} \rho$  вычислено с использованием закона Кирхгофа. Уравнение (14.5.40) выводится более точно в приложении И [см. уравнение И.19)]. Поток, пересекающий поверхность и направленный наружу, связан при этом с интенсивностью  $I_\nu$  соотношениями

$$F_\nu = \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \theta d\Omega \sim 2\pi B_\nu(T_s),$$

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu \sim a T_s^4 \quad (\bar{\kappa}_{ff} \gg \kappa_{es}), \quad (14.5.41)$$

которые дают знакомый результат для излучения черного тела.

Большой успех теории дисковой аккреции связан с тем, что даже самые простые предположения позволяют получить эффективные поверхностные температуры в мягкой рентгеновской области при разумных параметрах двойных систем, содержащих компактные объекты. Это еще раз свидетельствует в пользу отождествления наблюдаемых рентгеновских источников в двойных системах с аккрецией на компактные звезды.

Согласно результатам обсуждения, приведенного в разд. 14.5, поглощение превосходит рассеяние только во *внешней* области аккреционного диска. Таким образом, уравнение (14.5.38) применимо только при  $r > r_{\text{om}}$  [см. уравнение (14.5.35)]. Переписав уравнение (14.5.38) в форме

$$T_s \sim (1 \cdot 10^5 \text{ К}) \dot{M}_{17}^{-4} \left( \frac{r}{r_{\text{om}}} \right)^{-3/4} g^{1/4}, \quad (14.5.42)$$

видим, что внешняя область испускает чернотельное излучение с температурой  $T_s \leq 10^5 \text{ К}$ . В более глубоких областях, как будет показано ниже, температура несколько превышает значение, следующее из уравнения (14.5.38).

Рассмотрим изменение спектра в средней и внутренней областях диска, где для типичных фотонов рассеяние на электронах преобладает над поглощением. Для простоты вновь допустим, что поверхность является однородной и изотермической. Излученные фотоны могут многократно испытывать (почти) упругое рассеяние, прежде чем покинут поверхность. Вследствие этого типичный фотон «случайно блуждает» по зигзагообразной траектории внутри диска, прежде чем достигнет поверхности. Пусть  $\Delta z^*$  — глубина (расстояние от поверхности по вертикали), на которой при свободно-свободном переходе родился фотон с частотой  $\nu$ , покидающий диск. Пусть  $\Delta s$  — *полная* длина пробега фотона при зигзагообразном движении до ухода из диска. Соответственно

$$\tau_{\nu}^{\text{ff}} \sim 1 \sim \kappa_{\nu}^{\text{ff}} \rho \Delta s. \quad (14.5.43)$$

Интенсивность излучения из области  $0 \leq z \leq \Delta z^*$  равна

$$I_{\nu} \sim j_{\nu} \Delta z^*. \quad (14.5.44)$$

Величина  $\Delta z^*$  меньше, чем  $\Delta z$ , которая была найдена ранее, когда пренебрегалось рассеянием. Теперь зигзагообразное блуждание фотона увеличивает вероятность его захвата до выхода из диска и тем самым уменьшает глубину, излучение с которой вносит вклад в возникающий поток. В частности, если  $N_{\nu s}$  — полное число рассеяний до выхода из диска, то

$$N_{\nu s} = \frac{\Delta s}{\lambda_{\text{es}}}, \quad \lambda_{\text{es}} \sim \frac{1}{\kappa_{\text{es}} \rho}, \quad (14.5.45)$$

где  $\lambda_{\text{es}}$  — средняя длина пробега на рассеяние. Поскольку рассеяние приводит к случайному блужданию фотонов, *результатирующее* расстояние, пройденное в вертикальном направлении, равно при этом  $N_{\nu s}^{1/2} \lambda_{\text{es}}$ . Следовательно,

$$\Delta z^* = N_{\nu s}^{1/2} \lambda_{\text{es}}. \quad (14.5.46)$$

Комбинируя уравнения (14.5.43), (14.5.45) и (14.5.46), получаем

$$N_{\nu s} \sim \frac{\kappa_{\text{es}}}{\kappa_{\nu}^{\text{ff}}} \quad (14.5.47)$$



и

$$\Delta z^* \sim \frac{1}{(\kappa_{es} \kappa_{\nu}^{ff})^{1/2} \rho} \sim \Delta z \left( \frac{\kappa_{\nu}^{ff}}{\kappa_{es}} \right)^{1/2}. \quad (14.5.48)$$

Подстановка соотношения (14.5.48) в (14.5.46) дает интенсивность

$$I_{\nu} \sim \frac{j_{\nu}^{ff}}{\kappa_{\nu}^{ff} \rho} \left( \frac{\kappa_{\nu}^{ff}}{\kappa_{es}} \right)^{1/2} \sim B_{\nu}(T_s) \left( \frac{\kappa_{\nu}^{ff}}{\kappa_{es}} \right)^{1/2}, \quad (14.5.49)$$

которая отличается от (14.5.40).

В рассматриваемом случае непрозрачность при свободно-свободном поглощении в ионизованном водороде определяется выражением

$$\kappa_{\nu}^{ff} \sim 1,5 \cdot 10^{25} \rho T^{-7/2} g_{ff} \frac{1 - e^{-x}}{x^3} \text{ см}^2/\text{г}, \quad (14.5.50)$$

[уравнение (И.43)], где  $g_{ff}$  — медленно меняющийся «множитель Гаунта» порядка единицы, а  $x \equiv h\nu/kT$ . На достаточно высоких частотах  $\nu$  рассеяние преобладает над поглощением. Соответственно,

$$F_{\nu} = \int_0^{\pi/2} I_{\nu} \cos \theta d\Omega \sim 2\pi B_{\nu}(T_s) \left( \frac{\kappa_{\nu}^{ff}}{\kappa_{es}} \right)^{1/2}, \quad (14.5.51)$$

или

$$F_{\nu} \propto \frac{x^{3/2} \exp(-x/2)}{(e^x - 1)^{1/2}}, \quad (\kappa_{\nu}^{ff} \ll \kappa_{es}), \quad (14.5.52)$$

Это «модифицированное» чернотельное спектральное распределение. Интегрирование по всем частотам дает полный поток, если предположить, что рассеяние превосходит поглощение даже при малых значениях  $\nu$ , удовлетворяющих условию  $x \ll 1$ :

$$F \sim 6,2 \cdot 10^{19} \rho^{1/2} T_s^{9/4} \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с}), \quad (\bar{\kappa}_{ff} \ll \kappa_{es}). \quad (14.5.53)$$

Грубое приближение интеграла в уравнении (14.5.51) можно записать в виде соотношения

$$T_{\text{eff}} \approx T_s \left( \frac{\bar{\kappa}_{ff}}{\kappa_{es}} \right)^{1/8}, \quad (\kappa_{es} \gg \bar{\kappa}_{ff}), \quad (14.5.54)$$

где использовано тождество  $F \equiv \sigma T_{\text{eff}}^4$  и где применяется средняя по Росселанду непрозрачность для соотношения в скобках. Уравнение (14.5.54) по-

<sup>1)</sup> Условие  $\bar{\kappa}_{ff} \leq \kappa_{es}$  для средних по Росселанду непрозрачностей эквивалентно требованию, чтобы  $\kappa_{\nu}^{ff} \leq \kappa_{es}$  для всех  $x \geq 6$  [сравните с уравнениями (И.43) и (И.44)].

казывает, что в результате рассеяния средняя энергия излучаемых поверхностью фотонов  $\sim kT_s$  увеличивается по сравнению со значением, характерным для излучения в термодинамическом равновесии. Заметим, что уравнение (14.5.54) можно вывести (с точностью до численного множителя порядка единицы) и непосредственно из (И.38) и (И.39), если отождествить величину  $\tau = \tau_{es}$  в этих уравнениях с оптической толщиной, при которой рождаются выходящие фотоны. В этом случае

$$\tau_{es} \approx \kappa_{es} \rho \Delta z^* \approx \left( \frac{\kappa_{es}}{\kappa_{ff}} \right)^{1/2} \quad (14.5.55)$$

в соответствии с уравнением (14.5.48). Отсюда и следует уравнение (14.5.54).

*Упражнение 14.29.* Покажите, что результат приведенного выше анализа интенсивности излучения от изотермической однородной оптически толстой пластины с рассеянием и свободно-свободным поглощением можно выразить в следующем виде:

$$I_\nu \approx B_\nu \left( \frac{\kappa_\nu^{ff}}{\kappa_\nu^{ff} + \kappa_{es}} \right)^{1/2}, \quad \tau^* > 1, \quad (14.5.56)$$

для произвольной частоты  $\nu$ , если эффективная оптическая толщина на поглощение  $\tau^*$  превосходит единицу. Здесь

$$\tau^* \equiv \begin{cases} (\bar{\tau}_{ff} \tau_{es})^{1/2}, & \bar{\kappa}_{ff} < \kappa_{es} \\ \bar{\tau}_{ff}, & \bar{\kappa}_{ff} > \kappa_{es}. \end{cases} \quad (14.5.57)$$

Если  $\tau^* < 1$ , фотоны никогда не перепоглощаются, так что они не могут термализоваться. Следовательно, излучающая область оказывается оптически тонкой и

$$I_\nu \approx j_\nu(\rho, T) h, \quad \tau^* < 1. \quad (14.5.58)$$

Если поверхностные области нельзя считать однородными и изотермичными, чего можно ожидать для релятивистской атмосферы в гидростатическом равновесии, то спектр приобретает несколько иной вид (сравните с [522]). Пренебрегая такими отклонениями и предполагая, что поверхностная плотность сравнима с плотностью внутри, можно использовать уравнение (14.5.53) вместе с (14.5.17) и (14.5.37) для оценки  $T_s$  в оптически толстых внутренних областях:

$$T_s = (2 \times 10^9 \text{ К}) \alpha^{2/9} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-10/9} \dot{M}_{17}^{8/9} \left( \frac{r}{r_s} \right)^{-17/9} g^{8/9}. \quad (14.5.59)$$

Основная особенность этой «модифицированной» чернотельной температуры состоит в том, что она заметно выше эффективной температуры

(14.5.38) во внутренней области. Соответственно, излученные из этой области фотоны будут иметь более высокую энергию (т.е. будут «жестче»), чем при излучении диска как абсолютно черного тела. В самом деле, поскольку излучение черного тела термодинамически представляет собой наиболее эффективный механизм излучения, любой другой процесс излучения, создающий такой же поток, должен протекать при более высоких температурах.

В самых внутренних областях диска, которые в зависимости от параметров являются оптически тонкими (т.е.  $\tau^* < 1$  от  $z = 0$  до  $z = h$ ), излучение связано со свободно-свободными переходами и комптонизацией. Комптонизация — это механизм, посредством которого фотоны могут обмениваться энергией с электронами, когда энергия фотона испытывает доплеровский сдвиг второго порядка (т.е.  $v^2/c^2 \sim kT/m_e c^2$ ) вследствие томсоновского рассеяния<sup>1)</sup>. Эти области могут иметь температуры, несколько выше определяемых уравнением (14.5.59), вплоть до максимальных значений  $T_{\max} \leq 4 \cdot 10^8$  К для  $\alpha \sim 1$ ,  $M \sim 6 M_{\odot}$  и  $\dot{M}_{17} \geq 10$  [364].

Составной спектр излучения можно получить, если определить локальный поток и спектр для каждой области диска, а затем сложить вклады всех областей. Результаты таких подсчетов показаны на рис. 14.4 для случая аккреции на черную дыру с массой порядка солнечной. Этот рисунок наглядно иллюстрирует способность дисковой аккреции генерировать мощный поток мягкого рентгеновского излучения.

## 14.6. ДРУГИЕ МОДЕЛИ

Рассмотренная выше модель аккреционного диска в принципе представляет собой самое простое решение гидродинамических уравнений для тонкого аккреционного диска. Однако это решение вовсе не единственное. Более того, было показано<sup>2)</sup>, что внутренней области этого «стандартного» диска, где давление излучения преобладает над давлением газа, должна быть свойственна вековая неустойчивость, приводящая к дроблению на кольца. К тому же модель «стандартного» диска, предложенная для описания аккреции на черную дыру в тесной двойной системе, не позволяет объяснить

<sup>1)</sup> Краткое рассмотрение эффекта комптонизации приведено в разд. И.3 приложения И. Общее обсуждение см., например, в [318, 452, 493]. Обсуждение комптонизации мягких рентгеновских лучей, образовавшихся при свободно-свободных переходах, дано, например, в [194, 231]. Приложение к аккреционным дискам содержится в работах [522, 534]. Эффекты, зависящие от времени, рассмотрены в [363, 449].

<sup>2)</sup> В работах [1, 362] показано, что с учетом эффектов общей теории относительности все аккреционные диски — «стандартные» или любые другие, вблизи своих внутренних краев должны обладать тепловой и вековой динамической устойчивостью. Однако стабилизирующее влияние эффектов общей теории относительности не может простираться достаточно далеко во внутреннюю область, которая продолжается вплоть до радиуса  $r_{\text{in}} \gg r_s$ , где релятивистские эффекты уже не столь важны.