17.2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СВЕРХМАССИВНЫХ ЗВЕЗД

Рассмотрим идеализированный случай сферического облака полностью ионизованного водорода. В нулевом приближении пренебрежем давлением водородного газа. Давление и плотность энергии излучения равны

$$P_r = \tfrac{1}{3}aT^4, \qquad \varepsilon_r = aT^4. \tag{17.2.1}$$

Используя первый закон термодинамики — уравнение (2.1.3), находим величину энтропии фотонов, приходящуюся на барион

$$s_r = \frac{4}{3}\frac{aT^3}{n}. \tag{17.2.2}$$

Предположим, что энтропия постоянна по всей звезде[1]. Плотность равна

$$\rho = m_{\mathrm{H}} n, \tag{17.2.3}$$

где m_{H} — масса водородного атома; плотностью энергии излучения ε_r/c^2 здесь можно пренебречь.

Выражения (17.2.2) и (17.2.3) дают

$$T = \left(\frac{3\rho s_r}{4m_{\mathrm{H}}a}\right)^{1/3}, \tag{17.2.4}$$

и уравнение (17.1.1) можно записать в виде

$$P = P_r = K\rho^{4/3}, \tag{17.2.5}$$

где

$$K = \frac{1}{3}a\left(\frac{3s_r}{4m_{\mathrm{H}}a}\right)^{4/3}. \tag{17.2.6}$$

Таким образом, структура звезды соответствует политропной конфигурации с $n = 3$.

В первом приближении энергию такой конфигурации можно записать в виде

$$E = E_{\mathrm{int}} + E_{\mathrm{grav}} = k_1 KM\rho_c^{1/3} - k_2 GM^{5/3}\rho_c^{1/3}, \tag{17.2.7}$$

где $k_1 = 1{,}75579$, $k_2 = 0{,}639001$ [см. уравнения (6.10.9) и (6.10.10)]. Равновесие наступает, когда $\partial E/\partial\rho_c = 0$, что дает соотношение между энтропией и массой [см. уравнение (3.3.10)]:

$$\frac{s_r}{k} = \frac{4m_{\mathrm{H}}a}{3k}\left(\frac{3k_2G}{k_1a}\right)^{3/4} M^{1/2} = 0{,}942\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2}. \tag{17.2.8}$$

---

[1] Вероятно, это предположение справедливо из-за наличия конвекции. См. сноску в разд. 18.2 и [135], где обсуждается конвекция.

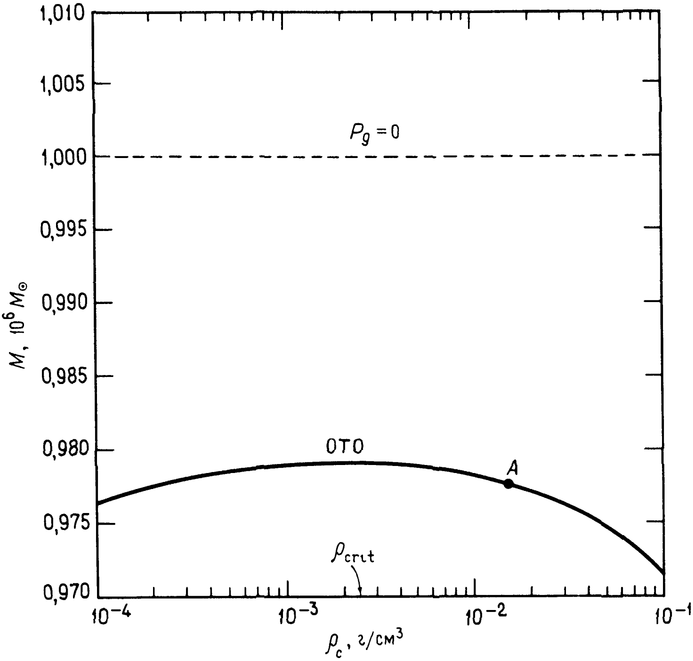

Рис. 17.1. Зависимость равновесной массы от плотности в центре сверхмассивной звезды при постоянной энтропии. Энтропия задается значением β [см. уравнение (17.3.5)]; в данном случае $\beta = 8{,}494 \cdot 10^{-3}$. Штриховая кривая показывает равновесную массу ньютоновской конфигурации, удерживаемой в равновесии исключительно давлением излучения [см. уравнение (17.2.8)]. Сплошная кривая показывает равновесную массу звезды, удерживаемой в равновесии как давлением излучения, так и давлением газа в соответствии с общей теорией относительности. Штриховая кривая повсюду удовлетворяет условию $dM/d\rho_c = 0$, так что все равновесные конфигурации устойчивы к радиальным колебаниям. Сплошная кривая имеет максимум при $\rho_c = \rho_{\text{crit}}$, где $dM/d\rho_c = 0$. При $\rho_c \le \rho_{\text{crit}}$ стабилизирующее влияние давления газа на радиальные возмущения преобладает над дестабилизирующим влиянием нелинейного тяготения, так что эти конфигурации устойчивы. При $\rho_c > \rho_{\text{crit}}$ справедливо обратное утверждение. Следовательно, точка A находится на ветви равновесной кривой, соответствующей неустойчивости [533].

Здесь k — постоянная Больцмана. Температура дается уравнением (17.2.4):

$$T = 1{,}98 \times 10^7\ \text{K} \left(\frac{\rho}{1\ \text{г/см}^3} \right)^{1/3} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/6}. \tag{17.2.9}$$

Поэтому в первом приближении масса ньютоновской равновесной конфигурации зависит только от удельной энтропии и не зависит от плотности в центре. В этом случае при заданном значении s_r график зависимости M от ρ_c является просто горизонтальной линией, как показано на рис. 17.1.