

18.3. ФОТОДИССОЦИАЦИЯ

Частичная фотодиссоциация ядер на альфа-частицы при высоких температурах изучена достаточно хорошо [92, 280]. При больших значениях T и ρ реакции, связанные с сильными и электромагнитными взаимодействиями, идут достаточно быстро и протекают по существу в равновесии с обратными реакциями. Расщепление ядра ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ — типичный пример таких процессов:



Требуемая для этого процесса энергия равна

$$Q = c^2(13m_\alpha + 4m_n - m_{\text{Fe}}) = 124,4 \text{ МэВ}. \quad (18.3.2)$$

В равновесии уравнение (2.1.10) дает для реакции (18.3.1)

$$\mu_{\text{Fe}} = 13\mu_\alpha + 4\mu_n, \quad (18.3.3)$$

где μ_i — химический потенциал частиц i -го типа. При интересующих нас температурах и плотностях ядра и нуклоны оказываются невырожденными, так что применима статистика Максвелла—Больцмана:

$$\frac{\mu_i - m_i c^2}{kT} = \ln \left[\frac{n_i}{g_i} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_i kT} \right)^{3/2} \right] \quad (18.3.4)$$

[сравните с уравнением (2.3.31)]. Напомним, что для систем с внутренними степенями свободы (скажем, ядро, имеющее возбужденные состояния) статистический вес g_i является функцией ядерного распределения по состояниям (см. упражнение 2.8):

$$g_i = \sum_r (2I_r + 1) e^{-E_r/kT}, \quad (18.3.5)$$

где I_r — спин r -го возбужденного состояния, а E_r — энергия возбуждения. Для температур ≤ 1 МэВ можно положить $g_\alpha = 1$ (основное состояние; $I = 0$), $g_n = 2$ (свободный фермион; $I = 1/2$) и $g_{\text{Fe}} = 1,4$ (основное состояние с $I = 0$ плюс низшие возбужденные состояния) [281].

Подстановка уравнения (18.3.4) в (18.3.3) приводит к уравнению Саха для равновесного соотношения между альфа-частицами, нейтронами и ядрами железа:

$$\frac{n_\alpha^{13} n_n^4}{n_{\text{Fe}}} = \frac{g_\alpha^{13} g_n^4}{g_{\text{Fe}}} \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{24} \left(\frac{m_\alpha^{13} m_n^4}{m_{\text{Fe}}} \right)^{3/2} e^{-Q/kT}. \quad (18.3.6)$$

С точностью лучше 1% можно заменить массу ядер с атомным весом A на

Am_u , так что

$$\frac{n_\alpha^{13} n_n^4}{n_{\text{Fe}}} = \frac{2^{43}}{(56)^{3/2} (1.4)} \left(\frac{m_u kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{24} e^{-Q/kT}. \quad (18.3.7)$$

Если предположить, что ядро ^{56}Fe наиболее распространенное из тяжелых ядер, то из (18.3.1) следует

$$n_n = \frac{4}{13} n_\alpha \quad (18.3.8)$$

Уравнения (18.3.7) и (18.3.8) позволяют вычислить степень диссоциации для любого значения ρ и T .

Упражнение 18.1. Покажите, что вещество, состоящее из ядер ^{56}Fe , альфа-частиц и нейтронов, будет состоять наполовину (по массе) из ядер железа ^{56}Fe и наполовину из альфа-частиц и нейтронов при условии

$$\lg \rho = 11,62 + 1,5 \lg T_9 - \frac{39,17}{T_9}, \quad (18.3.9)$$

где ρ — плотность в г/см³, а T_9 — температура в единицах 10^9 К [281].

В соответствии с уравнениями (18.3.9) и (18.2.7) для 50%-ной диссоциации при плотности в ядре, близкой к $\rho_{c,i}$, требуются температуры порядка $T_9 \approx 11$, что ненамного выше $T_{c,i}$. Поэтому неудивительно, что коллапс начинается, когда ядро с массой $1,5M_\odot$ вступает в этот физический режим. При несколько более высоких температурах (но при тех же плотностях) происходит фотодиссоциация альфа-частиц на нуклоны посредством реакции



Энергия, требуемая для этого процесса, равна $Q' = 28,30$ МэВ. Поскольку энергия образования каждой новой частицы, возникающей в результате реакции (18.3.10) ($\Delta N = 4 - 1 = 3$; $Q'/\Delta N = 9,5$ МэВ), больше, чем энергия на новую частицу, созданную посредством реакции (18.3.1) ($\Delta N = 13 + 4 - 1 = 16$; $Q/\Delta N = 7,7$ МэВ), для диссоциации ${}^4\text{He}$ требуются более высокие температуры, чем для диссоциации ^{56}Fe . Таким образом, существует область температур, где ^{56}Fe диссоциирует на ${}^4\text{He}$, но ${}^4\text{He}$ не диссоциирует на свободные нуклоны.

Упражнение 18.2. а) Покажите, что соответствующее уравнение Саха для диссоциации альфа-частиц на нуклоны имеет вид

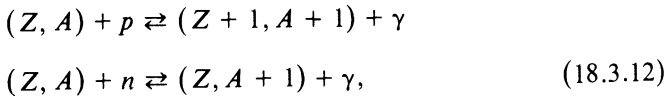
$$\frac{n_p^2 n_n^2}{n_\alpha} = 2 \left(\frac{m_u kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{9/2} \exp\left(\frac{-Q'}{kT}\right). \quad (18.3.11)$$

б) Вычислите температуру T^* для 50%-ной диссоциации:

1) ${}^56\text{Fe}$ на ${}^4\text{He}$ и свободные нейтроны; 2) ${}^4\text{He}$ на нуклоны — при $\rho = 10^9 \text{ г/см}^3$ и при $\rho = \rho_c, i'$

Ответ: При $\rho = 10^9 \text{ г/см}^3$ $T_9^*({}^56\text{Fe}) = 9,6$, $T_9^*({}^4\text{He}) = 15,2$.

При любом реалистическом вычислении надо рассматривать *полный* набор ядер, — устойчивых и неустойчивых, — которые при высоких температурах и плотностях находятся в ядерном статистическом равновесии (ЯСР). Типичные реакции имеют вид



сюда относятся также реакции типа (α, γ) , (α, n) , (α, p) , (p, n) и т.п. При наступлении коллапса ядра и нуклоны нередко рассматриваются приближенно как идеальный нерелятивистский газ Максвелла—Больцмана, так что для каждого типа частиц применимо уравнение (18.3.4). Для каждой реакции, входящей в соответствующую цепочку, применимо условие равновесия (2.1.10). Однако, поскольку все возможные реакции типа (18.3.12) находятся в равновесии, имеется только два независимых химических потенциала, удовлетворяющих условиям сохранения заряда и числа барионов. Обозначая их как μ_p и μ_n , получаем соотношение

$$\mu(Z, A) = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n \quad (18.3.13)$$

в качестве условия ядерного статистического равновесия.

Далее уравнение (18.3.4) дает

$$n_i \equiv n(Z, A) = \frac{g(Z, A) A^{3/2}}{2^A \theta^{A-1}} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp\left[\frac{Q(Z, A)}{kT}\right], \quad (18.3.14)$$

где

$$Q(Z, A) \equiv c^2 [Zm_p + (A - Z)m_n - M(Z, A)] \quad (18.3.15)$$

— это энергия связи ядра, а $g(Z, A)$ — ядерная функция распределения по состояниям (18.3.5) и

$$\theta \equiv \left(\frac{m_u kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}. \quad (18.3.16)$$

Чтобы определить n_p и n_n , можно воспользоваться условием сохранения заряда и числа барионов

$$\sum_i n_i A_i = \frac{\rho}{m_u} = n, \quad (18.3.17)$$

$$\sum_i n_i Z_i = n Y_e, \quad (18.3.18)$$

где Y_e — среднее число электронов на барион. Таким образом, из соотношений (18.3.14) — (18.3.18) очевидно, что в ЯСР химический состав, уравнение состояния, удельная энтропия и т.п. можно определить, если заданы три величины: ρ , T и Y_e [186]. В приложениях к описанию звездной эволюции или расчетам коллапса величина Y_e определяется для любого момента из предыдущей истории эволюции. На ранних стадиях эта история включает в себя термоядерный синтез тяжелых элементов из легких, что влияет на Y_e . Для более поздних стадий, следующих за сгоранием кремния, эта величина определяется нейтронизацией (см. разд. 18.4).

Упражнение 18.3. Определяя состав с учетом *единственной* реакции, описываемой уравнением (18.3.1), мы не задавали величину Y_e , а наложили ограничение $n_n = 4/13n_\alpha$. Покажите, что оно эквивалентно условию $Y_e = 26/56 = 0,464$.

Как подчеркнул Арнетт [19], анализ полного набора реакции в состоянии ЯСР при высоких плотностях, достигаемых во время коллапса звездного ядра, осложняется рядом факторов. В их число входят:

- 1) неопределенность значений g_i и Q для экспериментально неисследованных ядер, находящихся вдали от области бета-устойчивости;
- 2) необходимость внесения поправок, связанных с конечным размером ядер и ядерной поверхности, а также с кулоновской энергией;
- 3) необходимость учитывать эффекты нуклонных взаимодействий и рождения нейтронов при высокой плотности¹⁾.

В последних работах по уравнению состояния горячего плотного вещества, возникающего при коллапсе звездного ядра, основное внимание было сосредоточено именно на этих вопросах [66, 187, 334].

¹⁾ Обсуждение этих факторов в случае плотного вещества при $T = 0$ см. в гл. 2 и 8.