

$$\text{б) } L_{\nu_e} = 5,15 \times 10^{-10} \frac{1}{6} \left(\frac{\mu_e}{m_e c^2} \right)^6 \text{ эрг/(с протон).}$$

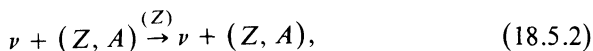
18.5. НЕПРОЗРАЧНОСТЬ И ЗАХВАТ НЕЙТРИНО

Для каждого процесса излучения нейтрино существует обратный процесс, соответствующий поглощению нейтрино. Как *поглощение*, так и *рассеяние* препятствуют ускользанию нейтрино из коллапсирующего звездного ядра. Наиболее важные процессы таковы:

1. Рассеяние на свободных нуклонах



2. «Когерентное» рассеяние тяжелыми атомными ядрами ($A \gg 1$)



3. Поглощение нуклонами



4. Рассеяние нейтрино на электронах



Аналогичные процессы возможны и для антинейтрино. Два первых источника непрозрачности существуют благодаря нейтральным токам и не рассматривались всерьез до создания теории слабых взаимодействий Вейнберга—Салама—Глэшоу. Их полные сечения, измеренные в системе координат покоя вещества, определяются соотношениями¹⁾

$$\sigma_n \approx \frac{1}{4} \sigma_0 \left(\frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2, \quad E_\nu \ll m_n c^2, \quad (18.5.5)$$

¹⁾ Соотношения (18.5.5) и (18.5.6) наряду с сечениями для других преобладающих источников нейтринной непрозрачности можно найти в работе [579].

для рассеяния на свободных нейтронах и

$$\sigma_A^{\text{coh}} \approx \frac{1}{16} \sigma_0 \left(\frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 A^2 \left[1 - \frac{Z}{A} + (4 \sin^2 \theta_w - 1) \frac{Z}{A} \right]^2,$$

$$E_\nu \ll 300 A^{-1/3} \text{ МэВ} \quad (18.5.6)$$

для когерентного рассеяния, где $\sigma_0 = 1,76 \cdot 10^{-44} \text{ см}^2$ следует из выражения (11.7.3), а θ_w — угол Вейнберга, измеренное значение которого приведено в (11.3.2). Для нейтрино низких энергий (т.е. $E_\nu \ll m_n c^2$) рассеяние на нуклонах и атомных ядрах становится упругим: начальные и конечные энергии нейтрино почти равны. Кроме того, как впервые было отмечено Фридманом [205], нейтрино могут также *когерентно* рассеиваться атомными ядрами, причем сечение рассеяния пропорционально квадрату атомной массы A^2 , как видно из (18.5.6). Такое рассеяние когерентно в том смысле, что атомное ядро действует нелинейно как одна частица, а не просто как группа из A отдельных нуклонов. Существование тяжелых ядер при высоких плотностях делает когерентное рассеяние преобладающим источником непрозрачности во время «горячего» коллапса звездного ядра.

Роль реакций с нейтральными токами состоит в том, что они увеличивают непрозрачность для нейтрино без существенного изменения интенсивности излучения. Таким образом, реакции с нейтральными токами подавляют перенос нейтрино в коллапсирующих звездных ядрах и усиливают захват нейтрино.

В отличие от рассеяния на нуклонах и атомных ядрах рассеяние нейтрино на электронах оказывается *неупругим* и изменяет энергию нейтрино в системе координат, где звезда покоится. Неупругий характер $\nu - e$ -рассеяния является следствием малой энергии, соответствующей массе покоя электрона, так как обычно $E_\nu > m_e c^2$. Столкновения между нейтрино и вырожденными электронами могут приводить к заметным потерям энергии нейтрино. Нейтрино высоких энергий ($E_\nu \gg \mu_e$) могут взаимодействовать с электронами, находящимися на большой глубине в море Ферми. При таких взаимодействиях полная энергия, приблизительно равная E_ν , в среднем делится пополам между электроном и нейтрино. Для нейтрино малых энергий ($E_\nu \ll \mu_e$) эффект электронного вырождения очень важен. Кажалось бы, нейтрино могут набирать энергию при таком взаимодействии, что должно приводить к равномерному распределению энергии. Однако электрон с энергией $E_e < \mu_e$ не может терять энергию. В результате, чтобы в конце концов реакция все же протекала, нейтрино малых энергий с $E_\nu \ll \mu_e$ могут терять даже больше половины своей энергии в каждом акте рассеяния. Поэтому такой процесс весьма важен для *термализации* нейтрино и способствует их приведению к локальному равновесию, когда они «заперты» в

звездном ядре при высоких плотностях. Сечение рассеяния нейтрино малых энергий на вырожденных электронах приведено в соотношении (11.7.2).

Поглощение нуклонами — процесс, обратный нейтронизации, также вносит вклад в термализацию нейтрино. Сечение поглощения нейтрино свободными нерелятивистскими нейтронами σ_n может быть вычислено еще раз из известного матричного элемента заряженного тока для распада свободного нейтрона [см. уравнение (11.4.9)]. Скорость реакции (18.5.3) на нейтрон определяется выражением

$$\sigma_{nc} = \int d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} [G_F^2 C_V^2 (1 + 3a^2)] \int \rho_e dE_e (1 - f_e) \delta(E_\nu + Q - E_e), \quad (18.5.7)$$

где снова предполагается, что падающие частицы ν и n заключены в ящик единичного объема. С помощью уравнений (11.4.11) и (18.4.10) уравнение (18.5.7) может быть проинтегрировано, что дает

$$\sigma_n = \sigma_0 \frac{(1 + 3a^2) C_V^2}{4} \left(\frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 \left(1 + \frac{Q}{E_\nu} \right) \left[\left(1 + \frac{Q}{E_\nu} \right)^2 - \left(\frac{m_e c^2}{E_\nu} \right)^2 \right]^{1/2} I(E_\nu + Q) \quad (18.5.8)$$

где

$$I(E_\nu + Q) \equiv 1 - \frac{1}{\exp[(E_\nu + Q - \mu_e)/kT] + 1}. \quad (18.5.9)$$

Для предельно вырожденных и ультрарелятивистских электронов ограничивающий множитель I переходит в $\exp(-\mu_e/kT)$ при $E_\nu \ll \mu_e$ и в единицу при $E_\nu \geq \mu_e$, что отражает важную роль вырождения электронов в сдерживании поглощения нейтрино при низких энергиях.

Упражнение 18.7. Покажите, что сечение поглощения антинейтрино в процессе $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ можно получить, положив $I = 1$ и заменив Q на $-Q$ в выражении (18.5.8). (Предположите, что в коллапсирующем звездном ядре, где $-\mu_{e^+} = \mu_{e^-} \gg kT$, позитроны не вырождены.)

По мере увеличения плотности во время коллапса звездного ядра и роста непрозрачности нейтрино все труднее ускользнуть из звезды [17, 329, 392, 393, 504, 505]. При плотностях выше

$$\rho_{\text{trap}} \sim 3 \times 10^{11} \text{ г/см}^3, \quad (18.5.10)$$

нейтрино оказываются «захваченными», движутся вместе с веществом и образуют полувыврожденное море Ферми. По определению при $\rho \sim \rho_{\text{trap}}$ характерное время диффузии нейтрино из звездного ядра становится сравнимым с характерным временем коллапса. Этот факт можно использовать для оценки ρ_{trap} . Гидродинамическое характерное время коллапса t_{coll} по порядку величины соответствует времени свободного падения:

$$t_{\text{coll}} \sim \frac{1}{(G\rho)^{1/2}} \sim 4 \times 10^{-3} \rho_{12}^{-1/2} \text{ с}, \quad (18.5.11)$$

где $\rho \sim M/(4\pi R^3/3)$ — средняя плотность коллапсирующего звездного ядра, а $M \sim M_{\odot}$. Характерное время диффузии можно оценить, предполагая, что преобладающим источником непрозрачности является когерентное рассеяние, так что

$$t_{\text{diff}} \sim \frac{\lambda_A^{\text{coh}} N_{\text{scatt}}}{c}, \quad (18.5.12)$$

где λ_A^{coh} — средняя длина свободного пробега типичного нейтрино в море тяжелых атомных ядер (Z, A), а $N_{\text{scatt}} \gg 1$ — число актов рассеяния, испытываемых нейтрино до ухода из системы. Когерентное (упругое) рассеяние приводит к траекториям нейтрино, характерным для случайного блуждания. Нейтрино движутся зигзагообразно внутри звездного ядра, не изменяя заметно свою энергию, пока не достигнут поверхности. Поэтому N_{scatt} определяется с помощью уравнения «случайного блуждания»¹⁾

$$\lambda_A^{\text{coh}} N_{\text{scatt}}^{1/2} \sim R. \quad (18.5.13)$$

Среднюю длину свободного пробега λ_A можно оценить из уравнения (18.5.6)

$$(\lambda_A^{\text{coh}})^{-1} = n_A \sigma_A^{\text{coh}} = \left(\frac{\rho}{Am_B} \right) \sigma_A^{\text{coh}}, \quad (18.5.14)$$

где предполагается, что все нуклоны содержатся в тяжелых атомных ядрах, и в качестве образца выбрано ядро ^{56}Fe .

При вычислении $\sigma_A(E_\nu)$ используются соотношения (18.4.7) и (18.4.19), которые дают типичную энергию нейтрино, излучаемых при захвате электрона протоном²⁾:

$$E_\nu \approx \frac{5}{6} \mu_e \approx 33 \rho_{12}^{1/3} \text{ МэВ}. \quad (18.5.15)$$

¹⁾ Аналогичное обсуждение фотонов, испытывающих упругое томсоновское рассеяние, см. в разд. 14.5 (к).

²⁾ См., однако, упражнение (18.14), где рассматривается захват электрона тяжелым ядром.

Подстановка соотношения (18.5.15) в (18.5.14) дает

$$(\lambda_A^{\text{coh}})^{-1} \sim 3,9 \times 10^{-5} \rho_{12}^{5/3} \text{ см}^{-1}. \quad (18.5.16)$$

Решив уравнение (18.5.13) относительно N_{scatt} и подставив результат с учетом (18.5.16) в соотношение (18.5.12), получим

$$t_{\text{diff}} \sim 0,08 \rho_{12} \text{ с}. \quad (18.5.17)$$

Соотношения (18.5.11) и (18.5.17) показывают, что при достаточно высоких плотностях $t_{\text{diff}} \gg t_{\text{coll}}$. Два характерных времени становятся сравнимыми, когда

$$t_{\text{diff}} \sim t_{\text{coll}} \Rightarrow \rho \sim \rho_{\text{trap}} \sim 1,4 \times 10^{11} \text{ г/см}^3. \quad (18.5.18)$$

Полученное значение меньше чем в два раза отличается от найденного при более детальных гидродинамических расчетах [17, 619] [см. также (18.5.10)], в которых учитывались увеличение плотности к центру, захват электронов тяжелыми атомными ядрами и рассеяние нейтрино с уменьшением энергии.

Упражнение 18.8. Оцените плотность ρ_s , при которой типичные нейтрино испытывают однократное рассеяние, прежде чем покинуть ядро звезды, т.е. $[N_{\text{scatt}}(\rho_s) \equiv 1]$. Покажите, что $\rho_s < \rho_{\text{trap}}^*$.

Ответ: $\rho_s \sim \rho_{\text{trap}}/10$.

Захват нейтрино имеет огромное значение для коллапса звездного ядра. При $\rho \geq \rho_{\text{trap}}$ большинство нейтрино, образованных при захвате электронов, остается в веществе и число лептонов на барион не изменяется. Распределение нейтрино достигает равновесного ферми-дираковского вида, поэтому физическое состояние системы барионов, лептонов и фотонов может быть однозначно определено тремя величинами: скажем, T , ρ и Y_e или s , ρ и Y_e .

В результате захвата нейтрино светимости сильно падают. Рассмотрим, например, светимость звездного ядра, плотность которого в центре достигла значения $\rho = 2,8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, характерного для ядерной материи. При более высоких плотностях тепловое давление и ядерные силы приводят к более жесткому уравнению состояния, что препятствует дальнейшему коллапсу (см. разд. 8.5). Большая часть энергии гравитационной связи звездного ядра выделится в конечном итоге в виде нейтрино. Если бы захват нейтрино отсутствовал, вся энергия связи полностью излучалась бы в виде нейтрино за характерное время коллапса — время, которое требуется

для сжатия ядра звезды от радиуса $2R_{\text{нuc}}$ до $R_{\text{нuc}}$ [$\rho_{\text{нuc}} \sim M/(4\pi R_{\text{нuc}}^3/3)$], что дает $R_{\text{нuc}} \sim 12$ км при $M \sim M_{\odot}$]. Таким образом, нейтринная светимость достигла бы при этом своего максимально возможного значения

$$L_{\nu, \text{max}} \sim \frac{GM^2/R_{\text{нuc}}}{t_{\text{coll}}} \sim 10^{57} \text{ эрг/с}, \quad (18.5.19)$$

где для вычисления t_{coll} использовалось соотношение (18.5.11). В действительности же захват нейтрино приводит к излучению высвобождаемой гравитационной энергии за гораздо более продолжительное время диффузии, которое при $\rho \sim \rho_{\text{нuc}}$ намного превышает время коллапса. В результате фактическая нейтринная светимость близка к

$$L_{\nu} \sim \frac{GM^2/R_{\text{нuc}}}{t_{\text{diff}}} \sim 10^{52} \text{ эрг/с}, \quad (18.5.20)$$

где для вычисления t_{diff} использовалось соотношение (18.5.17). Значение (18.5.20) по порядку величины совпадает с результатами более детальных модельных вычислений¹⁾, которые показывают сильное неравенство $L_{\nu} \ll L_{\nu, \text{max}}$. Это неравенство свидетельствует о том, что на стадии развития коллапса нейтрино не могут свободно покидать звездное ядро. Поэтому основная часть высвободившейся гравитационной энергии должна преобразовываться в другие виды внутренней энергии (например, тепловую энергию, энергию возбужденных состояний атомных ядер, кинетическую энергию «отскока» и т.д.), а не выделяться немедленно в форме нейтринного излучения. Следовательно, захват нейтрино приводит к тому, что коллапс звездного ядра на поздних стадиях ($\rho \geq \rho_{\text{trap}}$) в динамических временных масштабах очень близок к адиабатическому процессу.

Упражнение 18.9. Предположите, что нейтринная светимость (18.5.20) реализуется в виде теплового излучения с поверхности звездного ядра. Подсчитайте эффективную температуру излучения, предположив, что существует три типа безмассовых нейтрино (ν_e , ν_{μ} и ν_{τ}) и что нейтрино и антинейтрино испускаются в одинаковом количестве. Вычислите среднюю энергию $\langle E_{\nu} \rangle$ излучаемых нейтрино.

Ответ:

$$L_{\nu} = \left(\frac{7}{8} N_{\nu} \sigma T_{\text{eff}}^4\right) (4\pi R^2), \quad (18.5.21)$$

$$\langle E_{\nu} (\text{излуч.}) \rangle = 3,15 k T_{\text{eff}}. \quad (18.5.22)$$

¹⁾ См., например, [17], где получена максимальная светимость, равная $8 \cdot 10^{52}$ эрг/с, а также [619].