

18.6. ЭНТРОПИЯ И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВО ВРЕМЯ ГОРЯЧЕГО КОЛЛАПСА

В своем недавнем анализе уравнения состояния горячего плотного вещества при звездном коллапсе Бете, Браун, Эпплгейт и Латтимер [66] подчеркнули важность подробного рассмотрения энтропии, приходящейся на барион. Тот факт, что вначале энтропия мала ($s_i/k \sim 1$), лишь слегка возрастает перед захватом нейтрино ($\Delta s/k \leq 0,5$), а затем остается постоянной в течение адиабатической стадии ($s_f/k \sim 1-2$), имеет очень важный смысл для уравнения состояния. В частности, малая энтропия на барион в сочетании с большим числом лептонов, связанным с захватом нейтрино ($Y_l \sim 0,3-0,4$), приводит к сохранению тяжелых атомных ядер вплоть до ядерных плотностей вещества, когда в конце концов из атомных ядер «выдавливаются» нуклоны. Поэтому процесс частичного расщепления атомных ядер на альфа-частицы и свободные нейтроны, происходящего в начале коллапса при более высоких плотностях, заменяется обратным процессом, когда альфа-частицы возвращаются в атомные ядра. Низкое значение s/k и высокое значение Y_l препятствуют появлению нейтронных капель, которое привело бы к чрезмерному возрастанию полной энтропии. Таким образом, горячее вещество при высоких плотностях ведет себя совершенно иначе, чем холодное (сравните с гл. 2 и 8), для которого $s/k \equiv 0$, а $Y_l \ll 1$. В холодном веществе нейтронные капли образуются при $\rho = \rho_{\text{drip}} \approx 4,3 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3 \ll \rho_{\text{нuc}}$, а свободные нейтроны преобладают в составе системы при $\rho \geq \rho_{\text{drip}}$.

Подсчитаем начальную энтропию вблизи центра звездного ядра, когда коллапс только начинается при $T_{c,i} \approx 8 \cdot 10^9 \text{ К}$, а $\rho_{c,i} \approx 3,7 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ [см. (18.2.7)]. Для грубой оценки упростим химический состав, предположив, что все барионы находятся в идеальных невырожденных ядрах ^{56}Fe , окруженных предельно вырожденным, ультрарелятивистским электронным морем Ферми. В нашем случае начальная энтропия на атомное ядро, связанная с поступательным движением, дается уравнением (2.3.34)

$$\left(\frac{s_i}{k}\right)_{\text{на ядро}} = \frac{5}{2} + \ln \left[\frac{1}{n_{\text{Fe}}} \left(\frac{56 m_u k T_{c,i}}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \right] = 16,7, \quad (18.6.1)$$

где $n_{\text{Fe}} = \rho_{c,i}/56m_u$ — концентрация ядер железа. Начальная энтропия на один барион получается делением соотношения (18.6.1) на 56:

$$\left(\frac{s_i}{k}\right)_{\text{на барион}} = 0,30. \quad (18.6.2)$$

Для электронов удельную энтропию можно легко получить из соотношения (11.8.1) в предельном случае $x \equiv p_f/m_e c \gg 1$, что дает

$$\left(\frac{s_i}{k}\right)_{\text{на электрон}} = \pi^2 \frac{k T_{c,i}}{\mu_e} = 1,10. \quad (18.6.3)$$

Упражнение 18.10. Выведите формулу (18.6.3) из соотношения (11.8.1).

Указание: $c_v = Tds/dT$.

При вычислении соотношения (18.6.3) использовалось уравнение (18.4.7) с $Y_e = 26/56 = 0,464$, что дает энергию Ферми $\mu_e = 6,2$ МэВ. Умножая (18.6.3) на Y_e , что дает электронную энтропию на барион, и прибавляя результат к значению (18.6.2), получаем полную начальную энтропию на барион

$$\frac{s_i}{k} \approx 0,30 + 0,51 = 0,81. \quad (18.6.4)$$

Бете и др. [66] выполнили более тщательное вычисление величины s_i/k . Они рассматривали частичную диссоциацию ядра ^{56}Fe на альфа-частицы и нейтроны в соответствии с уравнением (18.3.6). Альфа-частицы и нейтроны, если их рассматривать как идеальные невырожденные частицы, увеличивают численное значение (18.6.1) на 3,6. Бете и др. оценили также вклад в энтропию от возбужденных состояний атомных ядер, что добавляет к значению (18.6.1) еще 4,8.

Упражнение 18.11. Используйте уравнения (18.3.7) и (18.3.8) для оценок n_α , n_n и n_{Fe} при $\rho_{c,i}$ и $T_{c,i}$. Найдите отсюда s_i/k .

Упражнение 18.12. Рассмотрите атомное ядро как вырожденный нерелятивистский ферми-газ, состоящий из A идентичных нуклонов при плотности $\rho_{\text{нuc}} \approx 2,8 \cdot 10^{14}$ г/см³. Каждое состояние с заданным импульсом может содержать четыре частицы (два спиновых состояния у протона и нейтрона).

а) Покажите, что энергия Ферми ядра (без учета массы покоя) равна

$$E'_{\text{F,nuc}} = \frac{(3\pi^2 \hbar^3 \rho_{\text{нuc}})^{2/3}}{(2m_B)^{5/3}} \approx 39 \text{ МэВ}.$$

б) Используйте уравнение (11.8.1) в нерелятивистском пределе, чтобы показать, что энтропия возбужденных ядерных состояний в этой «модели ферми-газа с конечной температурой» равна

$$\left(\frac{s_i}{k}\right)_{\text{exc}} (\text{на ядро}) = A \frac{\pi^2}{2} \frac{kT_{c,i}}{E'_{\text{F,nuc}}} \approx 4,9.$$

Скорректировав уравнение (18.6.3), чтобы получить электронную энтропию реальной смеси ядер подобных железу с $Y_{c,i} = 0,42$ [сравните с (18.2.7)], и добавив результат к вкладу барионов, Бете и др. получили в

конце концов полную энтропию на нуклон:

$$\begin{aligned} \frac{S_i}{k} &= \left(\frac{S_i}{k} \right) (\text{электронная}) + \left(\frac{S_i}{k} \right) (\text{нуклонная}) \\ &= 0,48 + 0,45 = 0,93 \quad (\text{полная}), \end{aligned} \quad (18.6.5)$$

что близко к грубой оценке (18.6.4).

Теперь, когда мы знаем начальную энтропию, рассмотрим, как она изменяется во время ранних стадий коллапса, предшествующих захвату нейтрино. Возрастание энтропии проходит только через слабые взаимодействия, поскольку вещество находится в равновесии относительно сильных и электромагнитных взаимодействий. В соответствии с первым законом термодинамики [см. уравнения (2.1.1) и (2.1.6)] скорость изменения энтропии s определяется выражением

$$\dot{q} = T\dot{s} + \sum_i \mu_i \dot{Y}_i, \quad (18.6.6)$$

где q — количество поглощенного тепла в расчете на барион, а i обозначает различные типы ядер, нуклонов и лептонов.

Рассмотрим потери тепла, связанные с ускользанием нейтрино. В этом случае можно записать

$$\dot{q} \approx - \langle E_\nu \rangle_{\text{esc}} \frac{Y_\nu}{\tau_{\text{esc}}}, \quad (18.6.7)$$

где $\langle E_\nu \rangle_{\text{esc}}$ — средняя энергия ускользающих нейтрино, а τ_{esc} — среднее время ускользания из звездного ядра. Величину τ_{esc} можно оценить из соотношения

$$\tau_{\text{esc}} = \max\left(\frac{R}{c}, t_{\text{diff}}\right), \quad (18.6.8)$$

где t_{diff} определено выражением (18.5.12) и дает τ_{esc} при $N_{\text{scatt}} > 1$.

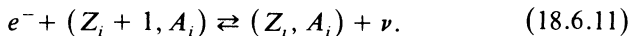
Сосредоточим внимание на электронных нейтрино, поскольку они преобладают во время коллапса. Полное изменение числа нейтрино определяется тогда разностью между образованием нейтрино при захвате электронов (основной механизм излучения на ранних стадиях коллапса) и потерями нейтрино вследствие ускользания из звездного ядра. Это изменение описывается уравнением

$$\dot{Y}_\nu = - \dot{Y}_e - \frac{Y_\nu}{\tau_{\text{esc}}}. \quad (18.6.9)$$

Член $\sum \mu_i Y_i$ в уравнении (18.6.6) можно записать в виде

$$\sum_i \mu_i \dot{Y}_i = \mu_e \dot{Y}_e + \mu_p \dot{Y}_p + \mu_n \dot{Y}_n + \mu_\nu \dot{Y}_\nu + \sum_i \mu_{Z_i} \dot{Y}_{Z_i}, \quad (18.6.10)$$

где последний член описывает атомные ядра в реакциях типа



Реакции нейтронизации сохраняют число барионов и заряд, так что

$$\sum_i \dot{Y}_{Z_i} A_i + \dot{Y}_p + \dot{Y}_n = 0,$$

$$\sum_i \dot{Y}_{Z_i} Z_i + \dot{Y}_p - \dot{Y}_e = 0. \quad (18.6.12)$$

Из уравнения (18.3.13) для ядерного статистического равновесия следует, что

$$\sum_i \mu_{Z_i} \dot{Y}_{Z_i} = \sum_i [Z_i \mu_p + (A_i - Z_i) \mu_n] \dot{Y}_{Z_i}. \quad (18.6.13)$$

И, наконец, уравнения (18.6.10), (18.6.12) и (18.6.13) дают

$$\sum_i \mu_i \dot{Y}_i = (\mu_e + \mu_p - \mu_n) \dot{Y}_e + \mu_\nu \dot{Y}_\nu. \quad (18.6.14)$$

Подстановка уравнений (18.6.7), (18.6.9) и (18.6.14) в (18.6.6) дает

$$T\dot{s} = -(\mu_e + \mu_p - \mu_n - \mu_\nu) \dot{Y}_e + (\mu_\nu - \langle E_\nu \rangle_{\text{esc}}) \frac{Y_\nu}{\tau_{\text{esc}}}. \quad (18.6.15)$$

Первый член в уравнении (18.6.15) представляет собой изменение энтропии, вызванное процессами слабых взаимодействий, которые не являются бета-равновесными. Второй член — это изменение энтропии вследствие потерь нейтрино.

Для вычисления изменения энтропии при помощи уравнения (18.6.15) критическим оказывается связанное с ним уравнение для \dot{Y}_e , дающее ΔY_e за счет нейтронизации. Если просто обратиться к уравнению (18.4.18), дающему скорость захвата электронов свободными протонами, и положить $Y_p = Y_e$, то приходим к следующему результату:

$$\Delta Y_e = \int \dot{Y}_e dt \sim [\dot{Y}_e(\rho) t_{\text{coll}}(\rho)]_{\rho = \rho_{\text{trap}}}, \quad (18.6.16)$$

или же с учетом соотношений (18.4.7) и (18.5.11)

$$Y_{e,f} - Y_{e,i} \sim - (5,1 \times 10^3) Y_{e,f}^{8/3} \rho_{12, \text{trap}}^{7/6}. \quad (18.6.17)$$

Уравнение (18.6.17) ясно показывает, что большая часть электронных захватов, предшествующих захвату нейтрино, происходит при $\rho \sim \rho_{\text{trap}}$. Подстановка значения (18.5.10) для ρ_{trap} дает $Y_{e,f} \sim 0,07$. Более тщательный анализ Бете и др., в котором предполагается нейтронизация тяжелых ядер, а не свободных протонов, дает вместо этого результата значения $Y_{e,f} \sim 0,31$ и $\Delta Y_e \sim -0,11$ для характерной доли лептонов в звездном яд-

ре при захвате нейтрино. Недавние расчеты [202], где рассматривалось влияние заполненных нейтронных оболочек, приводящее к уменьшению скорости захвата электронов большими атомными ядрами, позволяют предполагать, что доля лептонов в звездном ядре при захвате нейтрино еще больше: $Y_{e,f} \approx 0,34$, а в работе [88] приводится значение $Y_{e,f} \sim 0,35-0,36$.

При заданном уравнении для \dot{Y}_e теперь можно вычислить изменение энтропии согласно уравнению (18.6.15). В случае достаточно холодного вещества, когда свободных протонов мало и нейтронизация идет в основном через атомные ядра, первый член обычно преобладает [187]. Но тогда химические потенциалы должны быть сильно неравновесными, чтобы превосходить энергию возбуждения вторичного ядра Δ . Итак,

$$\mu_e + \mu_p - \mu_n - \mu_\nu \geq \Delta - \Theta(kT), \quad (18.6.18)$$

где обычно $\Delta \sim 3$ МэВ, а $\mu_\nu \sim 0$ перед захватом нейтрино. В этой ситуации первый член уравнения (18.6.15) приводит к увеличению удельной энтропии. Второй член может преобладать при более высоких значениях начальной энтропии, когда больше свободных протонов и нейтронизация за счет свободных протонов становится важной. В этом случае энергия нейтрино имеет величину порядка $\sim \mu_e$, что гораздо больше, чем $\mu_e + \mu_p - \mu_n$. Если эти нейтрино уходят из звездного ядра, не испытывая рассеяния с уменьшением энергии (см. разд. 18.5), то второй член приводит к уменьшению энтропии. В своих расчетах Бете и др. [66] нашли, что конечное значение энтропии на барион (s_f/k) лежит в диапазоне 1—1,5. Таким образом, до захвата нейтрино энтропия изменяется мало и потому остается низкой и после захвата.

Адиабатический характер коллапса звездного ядра на поздних стадиях иллюстрируется уравнением (18.6.15). Вслед за захватом нейтрино нейтронизация протекает в бета-равновесии, так что первый член становится малым. В то же время значение τ_{esc} велико ($\tau_{\text{esc}} \gg \tau_{\text{coll}}$), и поэтому второй член также оказывается малым. Следовательно, изменением энтропии в течение коллапса после захвата нейтрино можно пренебречь. (Заметим, однако, что увеличение энтропии при диссипации энергии ударной волны, которая следует за «отскоком» звездного ядра при плотности в центре порядка $\rho_{\text{нuc}}$, в конечном итоге оказывается важным; см. разд. 18.7.)

Пожалуй, наиболее существенная особенность коллапса звездного ядра, обнаруженная в результате последних расчетов, состоит в том, что свойства ядра на стадии развитого коллапса (например, $Y_{e,f}$ и s_f/k) почти не зависят от многих предположений относительно микрофизики вещества, глобальной скорости коллапса и начальных условий. В работе [187] найдено, например, что число лептонов $Y_l = Y_e + Y_\nu$ оказывается порядка $Y_l \sim 0,3$, а изменение удельной энтропии меньше $\pm 0,5$ независимо от больших изменений предполагаемых физических и астрономических параметров. Эта нечувствительность переменных, определяющих состояние вещества, к деталям картины коллапса позволяет относиться к результатам расчетов с большим доверием и значительно упрощает вывод уравнения состояния.

Поскольку энтропия очень мало изменяется до захвата нейтрино и остается постоянной после захвата, коллапс фактически идет по адиабате с малой и постоянной удельной энтропией. В первом приближении полная энтропия на барион как функция Y_e , ρ и T равна [см. соотношения (18.6.1), (18.6.3) и упражнение 18.12]

$$\frac{s}{k} \approx \frac{1}{A} \left\{ \frac{5}{2} + \ln \left[\frac{\bar{A} m_u}{\rho} \left(\frac{\bar{A} m_u k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \right] \right\} + \frac{\pi^2 k T Y_e}{\mu_e} + \frac{\pi^2 k T}{2E'_{F, \text{нuc}}} \approx \text{const}, \quad (18.6.19)$$

где пренебрегается вкладом от свободных барионов и альфа-частиц и предполагается, что все нуклоны связаны в атомные ядра со средним атомным весом \bar{A} .

Рассмотрим зависимость T от ρ во время коллапса. В начале коллапса энтропия определяется в основном первыми двумя членами выражения (18.6.19). Поскольку первый член только логарифмически зависит от ρ и T , можно думать, что второй член (по крайней мере вначале) будет определять направление кривой $T - \rho$ по адиабате и, следовательно, будет приблизительно постоянным. Учитывая это, а также соотношение (18.4.7), можно предположить, что во время коллапса применимо соотношение $T \sim \rho^{1/3}$ с условием $Y_e \sim \text{const}$. Поэтому имеем

$$T \approx T_{c,i} \left(\frac{\rho}{\rho_{c,i}} \right)^{1/3} \quad (s \approx \text{const}; \quad Y_e \approx \text{const}), \quad (18.6.20)$$

где $T_{c,i}$ и $\rho_{c,i}$ принимают значения (18.2.7). Если в центре звездного ядра в заключительной стадии коллапса достигается ядерная плотность $\rho_{\text{нuc}} \approx 2,8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, температура там дойдет до значения $T_{\text{нuc}} \approx 29 \text{ МэВ}$ в соответствии с уравнением (18.6.20). Более внимательное рассмотрение показывает, что $T_{\text{нuc}}$, скорее всего, будет несколько ниже ($T_{\text{нuc}} \approx 10 \text{ МэВ}$) и что уравнение (18.6.20) предсказывает слишком уж крутой подъем T (рис. 18.1). Поправки к уравнению (18.6.20) необходимы, в частности, для учета растущего вклада возбужденных ядерных состояний в энтропию, представленного третьим членом уравнения (18.6.19).

Вычислительное упражнение 18.13. Используйте уравнение (18.6.19) с $A = 56$ и $Y_e = 0,464$ для вычисления адиабатической зависимости T от ρ . Отложите ваши результаты на графике аналогично рис. 18.1 для значений $s/k = 0,5; 1,0; 1,5; 2; 3$. Для каждой адиабаты определите $T_{\text{нuc}}$ и относительный вклад каждого члена уравнения (18.6.19) в энтропию при $\rho = \rho_{\text{нuc}}$.

Детальные вычисления уравнения состояния горячего плотного вещества [66, 187, 334, 335] основаны на предположении, что вещество состоит из

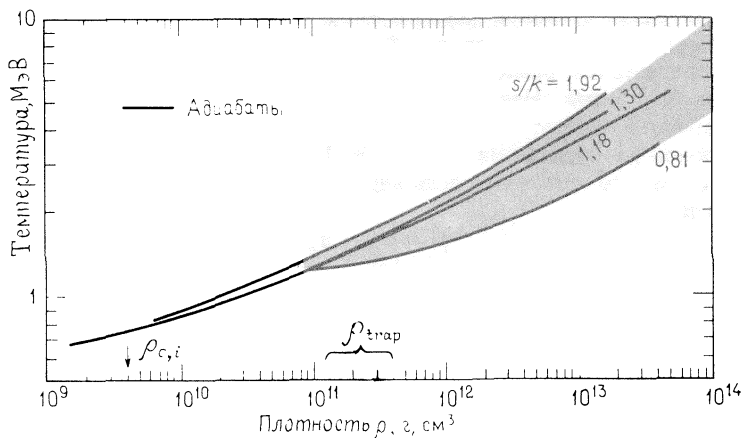


Рис. 18.1. Диапазон адиабат с низкой энтропией, найденных для коллапса звездного ядра. Траектории коллапса были получены на основе гидродинамических расчетов коллапса ядра с использованием уравнения состояния горячего плотного вещества [334, 335]. (Рисунок заимствован из работы [591].)

тяжелых ядер, альфа-частиц, нейтронов, протонов, электронов и электронных нейтрино. В приближении, когда величины s и Y_e рассматриваются как постоянные, вычисление локального уравнения состояния не связано с глобальными гидродинамическими расчетами. Именно это разделение, обусловленное захватом нейтрино, дало возможность достичь прогресса в разработке реалистического «горячего» уравнения состояния для коллапса. С другой стороны, согласование гидродинамических расчетов и расчетов переноса нейтрино необходимо, чтобы определить изменения s и Y_e , вызываемые, например, нейтронизацией, ускользанием нейтрино, диссипацией в ударной волне и т.д. Такой согласованный расчет особенно необходим, чтобы оценить, действительно ли выделяемая во время коллапса гравитационная потенциальная энергия может быть источником взрыва сверхновой.

В существующих вычислениях «горячего» уравнения состояния тяжелые ядра часто представляются одним лишь типом (A, Z) частиц при каждой плотности. Масса-энергия частиц этих типов оценивается по полужемпирической массовой формуле вида, рассмотренной в гл. 2 для вещества с $T = 0$. Такая формула маскирует эффекты спаривания и оболочечной структуры, но она может обеспечивать удовлетворительное приближение при конечных температурах, с которыми приходится иметь дело во время коллапса звездного ядра ($\sim 1\text{--}10$ МэВ). Поскольку в течение коллапса температуры остаются низкими по сравнению с энергией Ферми, характерной для нуклонов в ядре (~ 40 МэВ; см. упражнение 18.12), при определении равновесного состава поправками на конечную температуру часто пренебрегают.

Концентрация нуклонов каждого типа, не находящихся в ядре, определяется из стандартных интегралов Ферми (см. гл. 2). При этом учитывается, что при ядерном равновесии химические потенциалы внутри атомного ядра и вне его равны. Наконец, условия зарядовой нейтральности и сохранения барионов используются для подсчета числа нуклонов, атомных ядер и электронов [см. уравнения (18.3.17) и (18.3.18)].

Допустим, что принята модель ядра в виде «сжимаемой жидкой капли» [55]. Тогда величина

$$\hat{\mu} \equiv \mu_n - \mu_p, \quad (18.6.21)$$

появляющаяся, например, в уравнении (18.6.15), получается непосредственно приравнованием правых частей уравнений (8.2.8) и (8.2.11), что дает

$$\hat{\mu} = -\frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L)_{A, n_N, \nu_N, n_n}. \quad (18.6.22)$$

Бете и др. [66] нашли, что производную в уравнении (18.6.22) можно аппроксимировать выражением

$$\hat{\mu} \text{ (МэВ)} \approx 207 \left(0,45 - \frac{Z}{A}\right) \left(1,32 - \frac{Z}{A}\right) + Q, \quad Q \equiv (m_n - m_p)c^2. \quad (18.6.23)$$

Пренебрегая образованием нейтронных капель, в приведенном выше уравнении можно заменить Z/A на Y_e . Бете и др. нашли также, используя модель [55], что наиболее вероятный атомный вес в том же приближении определяется выражением

$$\bar{A} \approx 194(1 - Y_e)^2(1 - 0,236\rho_{12}^{1/3})^{-1} \quad (18.6.24)$$

и что 90% нуклонов остаются связанными в атомные ядра вплоть до ядерных плотностей.

Упражнение 18.14. При захвате электронов тяжелыми ядрами возникающие нейтрино обладают средней энергией [66]:

$$\langle E_\nu \rangle_{\text{излуч}} = \frac{3}{5}(\mu_e - \hat{\mu} - \Delta).$$

При захвате электронов свободными протонами энергия нейтрино выше:

$$\langle E_\nu \rangle_{\text{излуч}} = \frac{5}{6}\mu_e$$

[см. уравнение (18.4.19)]. Используйте приведенные выше результаты для численных оценок изменения полной энтропии на барион, которое происходит (до стадии захвата нейтрино ядром звезды) в результате захвата электронов а) тяжелыми ядрами, б) свободными протонами. (Считать, что одновременно осуществляется только

один из процессов: либо а), либо б).) Предположите, что большинство захватов электронов происходит перед самым началом стадии захвата нейтрино, когда

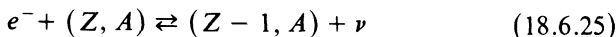
$$\Delta Y_e \approx 0,35 - 0,42 \approx -0,07, \quad kT \sim 1,5 \text{ МэВ}, \quad \mu_\nu \approx 0 \approx \dot{Y}_\nu, \quad \Delta \sim 3 \text{ МэВ}.$$

Указание: Используйте соотношения (18.4.7), (18.5.10), (18.6.9), (18.6.15) и (18.6.23).

Ответ:

$$\begin{aligned} \text{а) } T\Delta s &= -\Delta Y_e \left[\frac{2}{3}(\mu_e - \dot{\mu}) + \frac{2}{3}\Delta \right] > 0, \\ \text{б) } T\Delta s &= -\Delta Y_e \left[\mu_e - \dot{\mu} - \frac{5}{6}\mu_e \right] < 0. \end{aligned}$$

Важный вывод, что при больших плотностях продолжают существовать тяжелые атомные ядра, следует из малой энтропии, характерной для коллапса, и существования захвата нейтрино. Захват тормозит нейтронизацию, поскольку влияние моря Ферми нейтрино направляет реакции типа



справа налево. В результате число электронов Y_e остается высоким во время горячего коллапса, что в силу зарядовой нейтральности означает присутствие большого числа протонов. Поскольку образование протонных капель при низкой энтропии энергетически невыгодно, все протоны остаются в атомных ядрах. Однако равновесное отношение Z/A в ядрах составляет $\leq 0,3-0,4$ при высоких плотностях, поэтому ядра должны быть очень тяжелыми, чтобы вместить требуемое число протонов.

Упражнение 18.15. Подсчитайте \bar{A} при ρ_{trap} , пользуясь соотношением (18.6.24).

Окончательное уравнение состояния оказывается довольно простым. При плотностях вплоть до $\rho_{\text{нuc}}$ давление определяется главным образом релятивистскими вырожденными электронами. Таким образом, показатель адиабаты Γ при падении вещества звезды к центру близок к $4/3$; небольшое уменьшение по сравнению с $4/3$ связано главным образом с захватом электронов. В начале коллапса давление электронов повсюду в звездном ядре близко к гидростатической равновесной величине

$$P_i \approx P_{\text{eq}} \propto (Y_{e,i}\rho)^{4/3}, \quad (18.6.26)$$

профиль плотности соответствует политропе с показателем $n = 3$. После нейтронизации Y_e снижается от $\sim 0,42$ до $\sim 0,34-0,36$, так что давление в начале захвата нейтрино падает ниже равновесного значения в соответст-

вии с выражением

$$P_f \approx \left(\frac{Y_{e,f}}{Y_{e,i}} \right)^{4/3} P_{\text{eq}} \sim (0,7-0,8) P_{\text{eq}}. \quad (18.6.27)$$

Как отмечалось в гл. 6, конфигурация с $\Gamma = 4/3$ обладает нейтральной устойчивостью к гомологичным радиальным возмущениям. Таким образом, коллапс протекает гомологично (как и в аналогичной ситуации для сверхмассивных звезд, описанной в гл. 17) и соотношение (18.6.26) справедливо (приближенно) вплоть до ядерных плотностей. В этой точке уравнение состояния становится жестким и Γ резко увеличивается. При $\rho_{\text{плс}}$ и выше этой плотности атомные ядра сливаются. Как только это произойдет, вещество можно рассматривать как однородную среду, состоящую из отдельных протонов и нейтронов. Эти нуклоны, «выдавленные» из атомных ядер, можно рассматривать как вырожденный газ Ферми с взаимодействиями. При этих плотностях можно использовать результаты вычислений для вещества с $T = 0$ со всеми соответствующими им неопределенностями (см. гл. 8).

Вскоре после того, как в центре звезды достигаются ядерные плотности, движение вещества звездного ядра достаточно быстро замедляется. Реакцией на возрастание давления ядерного вещества становится «отскок» звездного ядра. В следующем разделе будут рассмотрены следствия этого «отскока». Как сейчас полагают, он составляет основу взрыва сверхновой.

18.7 ГОМОЛОГИЧНЫЙ КОЛЛАПС ЗВЕЗДНОГО ЯДРА, ОТСКОК И ЧТО ЖЕ ДАЛЬШЕ?

Голдрайх и Вебер [231] показали, что если показатель адиабаты коллапсирующей ньютоновской газовой сферы удовлетворяет условию $\Gamma = 4/3$, то коллапс внутренней части конфигурации будет *гомологичным*. Это означает, что положение и скорость данной точечной массы в гомологичном «внутреннем» ядре меняются по закону

$$r(t) = \alpha(t)r_0, \quad \frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (18.7.1)$$

где r_0 — начальное положение. Плотность тем временем изменяется самогласованно в соответствии с уравнением

$$\rho(r(t), t) = \alpha^{-3}\rho_0(r_0), \quad (18.7.2)$$

и профиль плотности во время коллапса сохраняется. Голдрайх и Вебер нашли, что масса гомологичного внутреннего ядра может быть найдена из соотношения

$$M_{\text{hc}} = 1,0449d^{3/2}M, \quad (18.7.3)$$