

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава V. Дифференциальные уравнения	5
§ 1. Постановка задачи	5
§ 2. Теоремы существования и единственности	8
Существование и единственность локальных решений	9
Распространение метода на решение некоторых интегральных уравнений	14
Продолжение локальных решений дифференциального уравнения	15
Априорная оценка решений дифференциального уравнения	17
Условие существования глобальных решений на $[a, b]$	20
Применение к механике	23
Непрерывность решения как функция параметра	24
Производные высших порядков решения дифференциального уравнения	30
Первые интегралы дифференциального уравнения	31
Дифференциальное уравнение, определенное векторным полем	33
§ 3. Линейные дифференциальные уравнения	37
Разрешающий оператор (резольвента) линейного дифференциального уравнения	43
Линейное уравнение со свободным членом	48
Случай скалярного дифференциального уравнения порядка p со свободным членом	51
Применение теории линейных дифференциальных уравнений к вопросу о непрерывности и дифференцируемости решения дифференциального уравнения, зависящего от параметра	54
§ 4. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	58
Частный случай, когда пространство \vec{F} является n -мерным. Построение экспоненты оператора	61
Случай скалярного дифференциального уравнения порядка p с постоянными коэффициентами	66
Скалярное дифференциальное уравнение порядка p с постоянными коэффициентами и с правой частью	71
Ограниченные решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	75
Глава VI. Внешнее дифференциальное исчисление	78
§ 1. Мультилинейные альтернирующие отображения	78
Симметричные и антисимметричные отображения	80
Внешнее произведение мультилинейных антисимметричных форм	88
Внешнее произведение мультилинейных отображений	95
Внешняя алгебра пространства \vec{E}	96
§ 2. Ориентация конечномерного векторного пространства над \mathbb{R}	97
Другие методы ориентации векторного пространства	99
Особые свойства антисимметричных p -форм над евклидовым ориентированным N -мерным пространством E	103

§ 3. Дифференциальные формы в аффинном пространстве	110
Примеры дифференциальных форм	113
Внешнее произведение дифференциальных форм	115
Дифференциальная форма, соответствующая производной функции	117
Пробраз дифференциальной формы при отображении	120
Дифференциальные формы на абстрактных многообразиях	125
Дифференциальные формы и поля в ориентированном евклидовом N -мерном пространстве	126
§ 4. Кограница или внешний дифференциал внешней дифференциальной формы	128
Градиент, дивергенция, ротор в аффинном евклидовом ориентированном N -мерном пространстве E	135
Механическая интерпретация дивергенции	139
Вычисления в полярных координатах в \mathbb{R}^3	141
Внешняя первообразная дифференциальной формы	143
§ 5. Ориентация дифференцируемых многообразий над полем вещественных чисел	150
Непрерывная система ориентаций многообразия	151
Сравнение двух непрерывных систем ориентаций	153
Ориентируемость и ориентация многообразия	154
Ориентация многообразия коориентируемыми картами	155
Ориентация многообразия с помощью непрерывных векторных полей	155
Ориентация многообразия с помощью знака вещественных дифференциальных форм	157
Пример неориентируемого многообразия. Лист Мёбиуса	158
Ориентируемость комплексных многообразий	161
Трансверсальная ориентация многообразия Σ размерности $n = N - 1$ в аффинном пространстве E размерности N над полем вещественных чисел	162
Трансверсальная ориентация с помощью непрерывных полей нормальных векторов	164
Разбиение пространства на области с помощью гиперповерхностей	168
Трансверсальная ориентация гиперповерхности и разбиение пространства на области	172
Связь между трансверсальной и касательной ориентациями	175
§ 6. Интегрирование дифференциальной формы на ориентированном многообразии	183
Мера Радона, определенная непрерывной дифференциальной формой ω степени n на ориентированном n -мерном многообразии класса C^1	183
Интеграл от дифференциальной формы степени n на n -мерном ориентируемом многообразии	188
Элементарные свойства интеграла	189
Практическое вычисление интеграла	189
Оценка интеграла	190
Применение к практическим вычислениям	194
Случай гиперповерхности евклидова пространства	199
Преобразование с помощью диффеоморфизма	200
Интеграл от дифференциальной формы по особому ориентированному многообразию	202
Свойства интеграла от формы на особом многообразии	204
Интеграл от дифференциальных форм на многообразиях, имеющих особенности	205
Криволинейный интеграл	207
Криволинейный интеграл по произвольному пути конечной длины	210
§ 7. Формула Стокса	213
Многообразия с краем	213

Многообразие с псевдокраем	215
Ориентация псевдокрая	217
Теорема Стокса	218
Элементарная теорема Стокса	219
Общая теорема Стокса	224
Изучение частного случая $n = 1$	233
Частный случай $n = 2$ в плоскости \mathbb{R}^2 . Формула Римана	235
Замечательные интегральные формулы векторного анализа	237
Правила преобразования интегралов в векторном анализе	242
§ 8. Применение теории дифференциальных форм к алгебраической топологии	245
Интегралы дифференциальных замкнутых форм по компактным ориентированным многообразиям без края	245
Интеграл от коцикла по циклу	247
Определение непрерывной дифференциальной формы с помощью ее интегралов по ориентированным компактным многообразиям с краем	249
Теорема де Рама	250
Применение к функциям «аргумент» в \mathbb{R}^2	256
Операция сложения циклов	258
Циклы, гомологичные нулю	259
Гомологичные циклы	263
Множество классов S^m -гомологий множества Ω имеет структуру абелевой группы	266
Гомотопия	267
Гомотопия является чисто топологическим понятием, поскольку при ее определении используются только непрерывные отображения	268
Соотношения между гомотопией и гомологией	275
Односвязные пространства	281
Дифференциальная форма «телесный угол»	285
Гомология в дополнении к конечному множеству аффинного пространства	291
Общее выражение для классов гомологий в $\Omega - A$. Гомологичность нулю в Ω	292
Индекс цикла размерности $N - 1$ относительно точки в ориентированном N -мерном аффинном пространстве	302
Инвариантность индекса при непрерывной деформации	304
Изменение индекса цикла при пересечении образа цикла	307
Приложение к вычислению индексов в различных областях пространства, определенных некоторым циклом	310
Классы вычетов коцикла с изолированными особенностями	313
Топологическая степень непрерывного отображения	314
Обобщение теории топологической степени	323
Глава VII. Функции комплексных переменных	325
§ 1. Дифференцируемость относительно полей вещественных и комплексных чисел	325
Введение символов $\frac{\partial}{\partial z_j}$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}_j}$	329
§ 2. Элементарная теория голоморфных функций комплексной переменной. Интегральные формулы Коши	332
Первая основная интегральная формула Коши	333
Первообразная голоморфной функции	335
Вторая основная интегральная формула Коши	339
§ 3. Следствия из второй интегральной формулы Коши	343
Обобщение неравенств Коши	347

Разложение в ряд Тейлора	350
Целые функции. Теорема Лиувилля	365
§ 4. Мероморфные функции. Полюсы и существенно особые точки. Теория вычетов. Вычисление интегралов методом вычетов	372
Поведение функции в окрестности существенно особой точки	378
Сохранение вычетов дифференциальных форм при C^1 -диффеоморфизме	387
Поверхности Римана, сфера Римана, вычеты дифференциальных форм с изолированной особенностью	389
Формула для нулей и полюсов мероморфной функции	399
Обобщение на поверхности Римана	405
Первая проблема Кузена в комплексной плоскости	407
Важные частные случаи	410
Первая проблема Кузена на поверхности Римана	416
Вторая проблема Кузена в комплексной плоскости	419
§ 5. Применение теоремы о вычетах к вычислению определенных интегралов	427
Приложение к вычислению сверток	434
Введение экспоненциальных множителей	438
§ 6. Дополнение по общей топологии. Теоремы Асколи и Монтеля	455
Полуметрические пространства	455
Непрерывность и равномерная непрерывность	458
Равномерная структура. Липшицева структура	459
Последовательности Коши. Секвенциально полные пространства	461
Метризуемые полуметрические пространства	462
Ограниченные подмножества полуметрического пространства	463
Полунормированные векторные пространства	463
Ограниченные множества в топологическом векторном пространстве	475
Множества равномерно непрерывных отображений и теоремы Асколи	477
Топологические дополнения. Теоремы Бэра и Банаха — Штейнгауза	483
Свойства Монтеля	495
Дополнение о простой и равномерной сходимости ряда Фурье и интеграла Фурье	502
Сходимость интеграла Фурье	502
Сходимость ряда Фурье	509
Локальное поведение функции и сравнение сходимости ряда Фурье и интеграла Фурье	518
Предметный указатель	522

Уважаемый читатель!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и другие просим присылать по адресу: 129820, Москва И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., д. 2, издательство «Мир».