ОТВЕТЫ.

1. $y = 1000 - 490{,}5\,t^2$; 1,43 сек. **2.** $y = y_0 + 100\,t - 490{,}5\,t^2$; 0,1 сек. **3.** $y = 2x + C$; $y = -\frac{x^4}{4} + C$; $y = -\sin x + C_1 x + C_2$. **5.** $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$; $y = kx + b$. **6.** $xyy'^2 + y'(x^2 - y^2 - c^2) - xy = 0$. **7.** $3y^{IV}y'' - 4y'''^2 = 0$. Кривые: при $a_{12} \neq 0$ гиперболы с вертикальной асимптотой, при $a_{12} = 0$ — параболы. **8.** $3y^{IV}y'' - 5y'''^2 = 0$; $y''' = 0$. **9.** Дифференциальное уравнение: $\pi(200\,h - h^2)\,dh = -0{,}6\sqrt{2g}h^{1/2}\,dt$; приблизительно 18,4 мин. **10.** Приблизительно 15 мин. 20 сек. **11.** $R = R_0 e^{-0{,}000433\,t}$; время в годах. **12.** $y = K(x - x_0)^{\frac{1}{n-1}}$; K — определённое постоянное; x_0 — точка пересечения с осью x-ов (произвольное постоянное). **13.** $x = a\ln\left(\frac{a}{y} + \sqrt{\frac{a^2}{y^2} - 1}\right) + \sqrt{a^2 - y^2} + C$. Трактриса. **14.** $(x - C)^2 + y^2 = a^2$. Круги с центрами на оси Ox. **15.** $\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{1 + y^2} = \sqrt{2} + 1$. **16.** $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = C$. **17.** $\arcsin x + \arcsin y = C$. **18.** $x^2 - y^2 = Cy$. **19.** $y = xe^{Cx}$. **20.** $e^{\frac{y}{x}} = Cy$. **21.** $\sqrt{x^2 + y^2} = Ce^{-\operatorname{arctg}\frac{y}{x}}$ или в полярных координатах $r = Ce^{-\varphi}$. Логарифмические спирали. **22.** $\sin\frac{y}{x} = \ln x + C$. **23.** $\frac{dy}{dx} = \frac{x - my}{mx + y}$; $m = \operatorname{tg}\alpha$. **24.** Уравнение: $y' = \frac{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}}{\frac{y}{x}}$, решение $y^2 = 2C\left(x + \frac{C}{2}\right)$; параболы с фокусом вначале. **25.** $\lambda(a\lambda + b)z + b(c_1 - \lambda c)\ln[(a\lambda + b)z + ac_1 + bc] = (a\lambda + b)^2(x + c)$. **26.** $(y + x - 1)^5(y - x + 1)^2 = C$. **27.** $e^{10y - 20x} = C(5x + 10y + 7)^2$. **28.** $e^{-2\operatorname{arctg}\frac{y+2}{x-3}} = C(y + 2)$. **29.** $x = -y + a\operatorname{tg}\frac{y + C}{a}$. **30.** $y = e^{-\int P\,dx}\left[C - (n-1)\int Qe^{-(n-1)\int P\,dx}\,dx\right]^{-\frac{1}{n-1}}$. **31.** $i = Ce^{-\frac{R}{L}t} + LE_0\sin(\omega t - \delta)$: $(R^2 + \omega^2 L^2)^{-1/2}$; $\operatorname{tg}\delta = \frac{L\omega}{R}$. **32.** $y = \frac{C}{\cos x} + \frac{1}{2}\sin x + \frac{x}{2\cos x}$. **33.** $y = Ce^{-\varphi(x)} + \varphi(x) - 1$. **34.** $y = Ce^{x^2} + \frac{1}{2}x^2$. **35.** $y = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}\left(C + \ln\frac{-1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}\right)$. **36.** $x = y^2 + Cy^2 e^{\frac{1}{y}}$. **37.** $\frac{1}{y} = x\left(C - \frac{1}{2}\ln^2 x\right)$. **38.** $y = \sqrt{2\sqrt{1 - x^2} + x^2 - 1}$. **39.** $\frac{1}{x} = Ce^{-\frac{1}{2}y^2} - y^2 + 2$.

40. $y^2 = -x\ln x + Cx$. **41.** $y = \dfrac{-Cx^{2/3}+2x}{Cx^{5/3}-x^2}$. **42.** $y = \dfrac{2x^4-2C}{x^5+Cx}$. **43.** Частное решение $y = 2x$. **44.** $y = \dfrac{\operatorname{ctg}\left(\dfrac{1}{x}+C\right)}{x^2} - \dfrac{1}{x}$. **45.** $\dfrac{df}{dx} = C(1+f^2)$; $f = \operatorname{tg} Cx$. **46.** $\operatorname{arctg} y + C = \dfrac{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1+y^2}+y-x}{xy+1}$. **47.** $(y^2-2x^2-3)^3 = C(y^2-x^2-1)^2$. **48.** $y^4+2xy^2-x^2 = C$. **49.** $(x+y)^2+a^2+b^2 = C(b^2x-a^2y)^2$. **50.** $y(x) = \dfrac{e^{kx}}{e^{-k\omega}-1}\displaystyle\int_x^{x+\omega} e^{-kt} f(t)\,dt$. *Указание.* Написать общее решение и проверить, что при надлежащем выборе постоянной $y(x+\omega)-y(x)\equiv 0$, **52.** $\sqrt{1+x^2+y^2}+\operatorname{arctg}\dfrac{x}{y} = C$. **53.** $\dfrac{x^2}{y^3}-\dfrac{1}{y} = C$. **54.** $\sin\dfrac{y}{x}-\cos\dfrac{x}{y}+x-\dfrac{1}{y} = C$. **55.** $\dfrac{xy}{x-y}+\ln\dfrac{x}{y} = C$. **56.** $\mu = \dfrac{1}{x^2y}$; $2\ln y - \dfrac{y^2}{x} = C$. **57.** $x^2y+\dfrac{1}{y} = C$. *Указание.* Найти общее выражение интегрирующего множителя для $x^2y^2\,dy + 2xy^3\,dx$ и подобрать произвольную функцию так, чтобы он не зависел от x. **58.** $\dfrac{1}{k}x^{bk}y^{ak}+\dfrac{1}{l}x^{\beta l}y^{\alpha l} = C$, где k и l — корни уравнений $ak-\alpha l = -m$, $bk-\beta l = -n$ в случае $a\beta - b\alpha \neq 0$; если $a\beta - b\alpha = 0$, то интеграл будет $x^by^a = C$. *Указание.* Общее выражение интегрирующего множителя первых двух членов есть $\dfrac{1}{xy}\varphi(x^by^a)$; для последних $\dfrac{1}{x^{m+1}y^{n+1}}\psi(x^\beta y^\alpha)$; подбираем φ и ψ как степени аргументов, чтобы оба множителя оказались равными. **59.** $x^2-\dfrac{x}{y}+y+\ln y = C$. **60.** $\mu = e^{-x^2}$. **61.** $\mu = \dfrac{1}{x^2y^2}$. **62.** $\mu = y^{-n}e^{-(n-1)\int P\,dx}$. **63.** $\mu = \dfrac{1}{x^2+y^2}$, общее решение $\dfrac{x^3+xy+y^3}{x+y} = C$. **64.** $f(x, y) = \dfrac{\varphi(x)+\psi(x)\chi(y)}{\chi'(y)}$; φ, ψ, χ — произвольные функции. **65.** $y = x+C$; $y = \sqrt{C^2-x^2}$. **66.** $y = x\operatorname{sh}(x+C)$. *Указание.* Разрешив уравнение относительно p, положить $\dfrac{y}{x} = u$. **67.** $y = \dfrac{1}{3}x^3+C$; $y = Ce^{\frac{1}{2}x^2}$; $y = \dfrac{1}{C-x}$. **68.** $(y-C)^2 = 4xC$. **69.** $x = t^3+t^2$; $y = \dfrac{3}{2}t^2+2t+C$. **70.** $x = \dfrac{1}{t}-t^2$, $y = \dfrac{1}{t}-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{2t^5}{5}+C$. **71.** $y = \dfrac{3t^2}{1+t^3}$, $x = -t+\ln\dfrac{1+t}{\sqrt{1-t+t^2}}+\operatorname{arctg}\dfrac{2t-1}{\sqrt{3}}+C$. **72.** $y = e^pp^2$; $x = e^p(p+1)+C$. **73.** $y = x-C-\dfrac{1}{x-C}$ ($y_0 = 0$ представляет место точек прикосновения, особого решения нет). **74.** $y = a(1+\cos 2\varphi)$, $x = a(-2\varphi-\sin 2\varphi)+C$ (циклоиды). **75.** $y = C^2(x-C)^2$; особые решения $y = 0$, $y = \dfrac{x^4}{16}$. **76.** $y = -\dfrac{x^2}{4}+Cx+C^2$, особое решение $y = \dfrac{-x^2}{2}$. **77.** $k\neq 1$, $x^3+y^2 = \dfrac{2Cx+C^2}{k^2-1}$; $k = 1$, $x^2+y^2 = Cx$ (удобно ввести полярные координаты). **78.** $y = \dfrac{C+a\arcsin p}{\sqrt{1-p^2}}-ap$. **79.** $x = -p-\dfrac{1}{2}+\dfrac{C}{(1-p)^2}$.

80. Особое решение $y=\frac{(x+1)^2}{4}$. **81.** Особое решение $y^4=-\frac{32x^3}{27}$. **82.** Особое решение $x^2+y^2=1$. **83.** $x=\frac{C}{\sqrt{p}}-\frac{p}{3}$. **84.** Дифференциальное уравнение $y=px+\frac{ap}{\sqrt{1+p^2}}$, кривая — астроида. $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{2}{3}}=1$. **85.** $y=x$ не есть решение. **86.** $y=x$ есть особое решение. **87.** $y=0$ есть особое решение. **88.** Выполнена единственность, $y=0$ есть обыкновенное решение. **89.** $y=0$ есть особое решение. **90.** Общее решение $y=Cx+\frac{C^2}{2}$, особое $y=-\frac{x^2}{2}$. **91.** $y=\pm 2x$. **92.** Огибающая $y=-x$; $x=0$. **93.** См. задачу 73. **94.** См. задачу 75. **95.** Общее решение $2Cy=(x+C)^2$, особые решения $y=0$; $y=2x$. **96.** $y=\frac{x^2}{4}$. **97.** См. задачу 76. **98.** $y=2e^{\frac{x}{2}}$, $y=Ce^x+\frac{1}{C}$. **99.** $\frac{x^2}{2C^2}+\frac{y^2}{C^2}=1$. **100.** $r=Ce^{k\varphi}$. **101.** $y=C\,|\,x\,|^n$. **102.** $(x^2+y^2)^2-2Cxy=0$; лемнискаты повёрнуты на $\frac{\pi}{4}$. **103.** $\rho=a[1+\cos(\theta-2a)]$. **104.** То же семейство кривых линий. **105.** $\rho^2=c\sin 2\theta$. **106.** $x=\sin\varphi$, $y=-\frac{1}{8}\varphi\cos 2\varphi+\frac{3}{16}\varphi+C_2\sin\varphi+\frac{7}{48}\sin 2\varphi-\frac{C_1}{4}\cos 2\varphi-\frac{1}{192}\sin 4\varphi+C_3$. **107.** $x+C_2=\frac{2}{3}(\sqrt{y}+C_1)^{3/2}-2C_1(\sqrt{y}+C_1)^{1/2}$. **108.** $y=\frac{1}{6a^3C^5}[C^4(x+C_1)^2-a^6]^{3/2}-\frac{a^3}{2C^3}(x+C_1)\ln[C^2(x+C_1)+\sqrt{C^4(x+C_1)^2-a^6}]+\frac{a^3}{2C^5}\sqrt{C^4(x+C_1)^2-a^6}+C_2x+C_3$. **109.** $y=\operatorname{sh}(x+C_1)+C_2x+C_3$. **110.** $x=\frac{y_0}{4}\left\{\left(\frac{y}{y_0}\right)^2-1-2\ln\frac{y}{y_0}\right\}+x_0$. **111.** $y=2a+C_1(1-\cos\varphi)$, $x=C_1(\varphi-\sin\varphi)+C_2$. Семейство циклоид. **112.** $y=\frac{C_1x^3}{6}-\frac{C_1^3x^3}{2}+C_2x+C_3$. **113.** $\ln y=C_1e^x+C_2e^{-x}$. **114.** $y=C_1e^{C_2x}$. **115.** $y=C_1\sqrt{x^2+C_2}$. **116.** $y=nx\ln\frac{C_1x}{1+C_2x}$. **117.** $c'x^{c^2}=\frac{c\sqrt{y}+\sqrt{cy-2x}}{c\sqrt{y}-\sqrt{cy-2x}}-e^{\frac{2c\sqrt{y}\sqrt{cy-2x}}{(c^2-c)y+2x}}$. **118.** $c'x^{c^2}=\frac{c\sqrt{y}+\sqrt{cy-2x^2}}{c\sqrt{y}-\sqrt{cy+2x^2}}\times e^{\frac{2c\sqrt{y}\sqrt{cy+2x^2}}{(c^2-c)y-2x^2}}$. **119.** $y'^2-x^2y^2=C$. **120.** $y=\frac{(x^2+C_1)^{3/2}}{3x^2}+\frac{C_2}{x^2}$. **121.** $x^2y^3+2xy+x^2=C_1x+C_2$. **122.** $x=C_1\left(\ln\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}+\cos\varphi\right)+C_2$, $y=C_1\sin\varphi$. Семейство трактрис. **123.** $y=C_2+\frac{1}{2}\int\left[e^{\frac{x^2}{a^2}+C_1}-e^{-\left(\frac{x^2}{a^2}+C_1\right)}\right]dx$.

124. $y=C_1x\sqrt{x^2+C_2}$. **125.** $\ln y=1-\frac{1}{Cx+C'}$. **126.** $y=C_1x+C_2+\sqrt{C_3x+C_4}$; $y=ax^2+bx+c$. **129.** $x=-\frac{2t}{3}+\frac{C_1}{t^2}$; $y=\frac{2}{27}t^3-\frac{2C_1}{3}\ln t+\frac{4C_1^2}{3t^3}+C_2$. **130.** $x=\frac{C_1}{t^2}+\frac{2}{5}t^3$; $y=-\frac{4C_1^2}{t}-\frac{7}{10}t^4+\frac{2}{75}t^3+C_2$. **131.** $y''+y=0$. **132.** $y''-2\operatorname{ctg}2xy'=0$; интервалы $k\frac{\pi}{2}<x<(k+1)\frac{\pi}{2}$, $k=0, \pm1, \pm2, \ldots$; $1=\sin^2x+\cos^2x$, $\cos 2x=\cos^2x-\sin^2x$. **133.** $W(x)=\frac{C}{1-x^2}$. **134.** $y=C_1\frac{\sin x}{x}+C_2\frac{\cos x}{x}$. **135.** $y=C_2+(C_1-C_2x)\operatorname{ctg}x$. **136.** $y=C_1x+C_2x^2+C_3x^3$. **137.** $y=C_1x+C_2\sin x+C_3\cos x$. **138.** $y=C_1+C_2x^2+C_3(\arcsin x+x\sqrt{1-x^2})$ **139.** $y=C_1x+C_2x^2+x^3$. **140.** $y=C_1e^x+C_2x-(x^2+1)$. **141.** $y=C_1\cos x+C_2\sin x+C_3x^2+x^3$. **142.** $y=\ln x\left(C_1+C_2\int\frac{dx}{\ln^2x}+e^x\right)$. **143.** Соотношение $\frac{dp_2}{dx}=-2p_1p_2$; y_1 найдётся из соотношения $\frac{y_1'^2}{y_1^2}=-p_2$. **144.** $v=\frac{y_1y''W[y_1,y_2]\,y'W'[y_1,y_2]+y(y_1'y_2''-y_1''y_2')}{(W[y_1,y_2])^2}$. **145.** $y=C_1e^{-2x}+C_2(4x^2+1)$. **146.** Частные решения: $y_1=\frac{1}{\sin x}$, $y_2=\operatorname{ctg}x$. **147.** $y=C_1+C_2x+C_3e^{x\sqrt{2}}+C_4e^{-x\sqrt{2}}$. **148.** $y=e^x(C_1+C_2x+C_3x^2)$. **149.** $y=e^x(C_1\cos x+C_2\sin x)+e^{-x}(C_3\cos x+C_4\sin x)$. **150.** $y=C_1e^x+C_2e^{-x}+C_3\cos x+C_4\sin x$. **151.** $y=C_1e^{\frac{x}{2}}+C_2e^{-x}$. **152.** $y=e^{-\frac{x}{2}}\left\{(C_1+C_2x)\cos\frac{x\sqrt{3}}{2}+(C_3+C_4x)\sin\frac{x\sqrt{3}}{2}\right\}$. **153.** $y=e^{2x}(C_1+C_2x)+\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+\frac{3}{8}$. **154.** $y=C_1e^{2x}+C_2e^{4x}+\frac{1}{3}e^x-\frac{x}{2}e^{2x}$. **155.** $y=C_1e^{-x}+C_2\cos x+C_3\ln x+e^x\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{8}\right)$. **156.** $y=e^x\left(C_1+C_2x+C_3x^2+C_4x^3+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{120}x^5\right)$. **157.** $y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x-\frac{x^2}{8}\cos 2x+\frac{x}{16}\sin 2x$. **158.** $y=e^{-\frac{x}{2}}\left[\left(C_1-\frac{1}{\sqrt{3}}x\right)\cos\frac{x\sqrt{3}}{2}+C_2\sin\frac{x\sqrt{3}}{2}\right]$. **159.** $y=C_1e^x+C_2e^{-x}+(e^x+e^{-x})\operatorname{arctg}e^x$. **160.** $y=C_1e^{x\sqrt{2}}+C_2e^{-x\sqrt{2}}+e^{x^2}$. **161.** $y=C_1\cos x+C_2\sin x+\frac{1}{16}\cos 3x+\frac{1}{4}x\sin x$. **162.** Ряд Фурье для правой части: $-\sum^{\infty}\frac{\cos mx}{m}$; при $m=3$ имеем резонанс. Общее решение уравнения: $y=\left(C_1-\frac{1}{18}x\right)\cos 3x+C_2\sin 3x-\frac{1}{8}\cos x-\frac{1}{10}\cos 2x+$

$+\sum_{m=4}^{\infty}\frac{1}{m(m^2-9)}\cos mx$. **163.** $R=C_1r^n+C_2r^{-(n+1)}$. **164.** $y=C_1x^2+C_2x^5-$ $-\frac{1}{2}x$. **165.** $y=x(C_1\cos\ln x+C_2\sin\ln x)-x\ln x$. **166.** $y=\frac{C_1}{x}+C_2x^2+$ $+\frac{1}{3}\left\{\left(x^2-\frac{1}{x}\right)\ln x-\frac{1}{3x}-\frac{x^2}{3}\right\}$. **167.** $y=x(C_1+C_2\ln x)+C_3x^2+\frac{1}{4}x^3-$ $-\frac{3}{2}x(\ln x)^2$. **168.** $y=C_1\cos\ln(1+x)+[C_2+2\ln(1+x)]\sin\ln(1+x)$. **169.** $y=xz$. **170.** Подстановка $y=x^{-p+\frac{1}{2}}z$, $n=p-\frac{1}{2}$. **171.** $y=C_1e^{\frac{x^2}{2}}+$ $+C_2e^{-\frac{x^2}{2}}$. **172.** $y=e^{x^2}(C_1\cos x+C_2\sin x+\sin 2x)$. **173.** $y=e^{\sqrt{x}}(C_1x^2+$ $+\frac{C_2}{x})$. **174.** $y_1=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{8}-\ldots+\frac{(-1)^nx^{2n}}{2\cdot4\ldots2n}+\ldots$; $y_2=x-\frac{x^3}{3}+$ $+\frac{x^5}{1\cdot3\cdot5}-\ldots+\frac{(-1)^nx^{2n-1}}{1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)}+\ldots$ Легко видеть, что $y_1=e^{-\frac{x^2}{2}}$; y_2 получаем квадратурами. **175.** $x=C_1e^t+e^{-\frac{t}{2}}\left(C_2\cos\frac{t\sqrt{3}}{2}+\right.$ $\left.+C_3\sin\frac{t\sqrt{3}}{2}\right)$; $y=C_1e^t+\frac{e^{-\frac{t}{2}}}{2}\left[(-C_2+C_3\sqrt{3})\cos\frac{t\sqrt{3}}{2}+\right.$ $\left.+(-C_3-C_2\sqrt{3})\sin\frac{t\sqrt{3}}{2}\right]$; $z=C_1e^t+\frac{e^{-\frac{t}{2}}}{2}\left[(-C_2-C_3\sqrt{3})\cos\frac{t\sqrt{3}}{2}+\right.$ $\left.+(C_2\sqrt{3}-C_3)\sin\frac{t\sqrt{3}}{2}\right]$. **176.** $y=C_1+C_2e^{2x}-\frac{x^2}{4}-\frac{x}{4}$; $z=-C_1+C_2e^{2x}+$ $+\frac{x^2}{4}-\frac{x}{4}-\frac{1}{4}$. **177.** $y=\frac{1}{(C_1x+C_2)^2}$; $z=-\frac{1}{2C_1(C_1x+C_2)}$. **178.** $y=x+$ $+C_2e^{C_1x}$; $z=-\frac{1}{C_1C_2}e^{-C_1x}$. **179.** $y_3=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}$; $z_3=\frac{x}{1}-\frac{x^3}{3!}$. **180.** $y_3=$ $=x+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{12}$. **181.** $y_4=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{12}-\frac{x^6}{120}$. **182.** $y=\sqrt{C_1e^{2x}+C_2e^{-2x}}$, $z=\sqrt{C_1e^{2x}-C_2e^{-2x}}$. **183.** $y=\frac{1}{C_1e^x+C_2e^{-x}}$, $z=\frac{1}{-C_1e^x+C_2e^{-x}}$. **184.** $x=C_1e^t+C_2e^{-2t}$, $y=C_1e^t+C_3e^{-2t}$, $z=C_1e^t-(C_2+C_3)e^{-2t}$. **185.** $x=$ $=e^{-t}(C_1t^2+C_2t+C_3)+t^2-3t+3$; $y=e^{-t}(-2C_1t-C_2)+t$; $z=2C_1e^{-t}+t-1$. **186.** $x=e^{-4t}(A\cos t+B\sin t)+\frac{31}{26}e^t-\frac{93}{17}$; $y=e^{-4t}[(A-B)\sin t-$ $-(A+B)\cos t]-\frac{2}{13}e^t+\frac{6}{17}$. **187.** $y=C_1e^x+e^{\frac{x}{2}}\left(C_2\cos\frac{x\sqrt{23}}{2}+C_3+\right.$ $\left.+\sin\frac{x\sqrt{23}}{2}\right)+\frac{1}{4}e^{2x}$; $z=C_1e^x+\frac{e^{\frac{x}{2}}}{4}\left[(-7C_2-\sqrt{23}C_3)\cos\frac{x\sqrt{23}}{2}+\right.$

$+(-7C_3+C_2\sqrt{23})\sin\frac{x\sqrt{23}}{2}\Big]-\frac{1}{8}e^{2x}$. **188.** $y=e^t\left(C_1+\frac{t}{2}\right)+e^{-t}\left(C_2-\frac{t}{2}\right)$, $x=e^t\left(C_1-\frac{1}{2}+\frac{t}{2}\right)+e^{-t}\left(-C_2+\frac{1}{2}+\frac{t}{2}\right)$. **189.** $z=C_1x^2-\frac{C_2}{x}$, $y=(1-2C_1)\,x-\frac{C_2}{x^2}$. **190.** $t=e\tau$; $x=C_1t^2+C_2t^{-2}-\frac{2}{3}t$, $y=\frac{1}{3}C_1t^3-$ $-C_2t^{-2}-\frac{1}{3}t$. **191.** $x=C_1t+C_2t^2+C_3t^{-1}$, $y=C_1t-C_2t^2+2C_3t^{-1}$, $z=2C_1t+$ $+3C_2t^2+C_3t^{-1}$. **192.** $x=\frac{4}{25}e^t-\frac{1}{36}e^{2t}+e^{-4t}(C_1+C_2t)$, $y=\frac{1}{25}e^t+\frac{7}{36}e^{2t}-$ $-e^{4t}(C_1+C_2+C_2t)$. **193.** $\frac{z-x}{y-x}=C_1$; $(x-y)^2(x+y+z)=C_2$. **194.** $\frac{zy}{x}=C_1$; $x^2+y^2+z^2=C_2$. **195.** $xy=C_1$; $(x+y)(x+y+z)=C_2$. **196.** $x=\ln(C_1t+C_2)$, $y=\ln(C_1t+C_2)+C_3-C_2$; $z=(C_1+1)t+C_2$. **197.** Прямолинейные образующие поверхностей параллельны плоскости xOy и пересекают ось Oz (конoиды). Указанная задача Коши определяет гиперболический параболоид. **198.** Искомое частное решение: $f=y-z+2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{z}-\sqrt{y})$. **199.** Общее решение — поверхности вращения вокруг оси, проходящей через начало, с угловыми коэффициентами $\cos\alpha:\cos\beta:\cos\gamma=l:m:n$; характеристики — окружности с центрами на этой оси, лежащие в перпендикулярных к ней плоскостях. **200.** $\Phi\left((x-u)\,S^{\frac{1}{3}},\ (y-u)\,S^{\frac{1}{3}},\ (z-u)\,S^{\frac{1}{3}}\right)=0$, где $S=x+y+z+u$. **201.** $u=\frac{1}{2}x^2yz-\frac{1}{6}x^3(bz+cy)=\frac{1}{12}bcx^4+$ $+\varphi(y-bx,\ z-cx)$. **202.** $z=\frac{1}{x^3y^3}\varphi\left(\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}\right)$. **203.** $z=\sqrt{xy}$ (Гюнтер). **204.** Уравнение: $px+qy=\frac{1}{k}\sqrt{x^2+y^2}$; общее решение: $z=\frac{1}{k}\sqrt{x^2+y^2}+$ $+\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$; k = тангенсу угла прямолинейных образующих с осью Oz, φ — произвольная функция (Гурса). **205.** $\frac{z-y}{xz}=C$. **206.** $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{y-z}+$ $+\frac{1}{z-x}=C$. **207.** $\frac{(1-z^2)\,x+y}{z}=C$. **208.** Условие интегрируемости не выполнено. **209.** $x^2-y^2+z^2=\frac{1}{2}(x+y)$. **210.** Условие интегрируемости не выполнено. Приводя уравнение к виду $0=dx+y\,dy+z\,dz+z\,dy=$ $=d\left(x+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right)+z\,dy$, полагаем $x+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}=\varphi(y)$ (φ — произвольная функция); тогда второе соотношение $z=-\varphi'(y)$. **211.** Полный интеграл $z=\frac{1}{2a}(x+ay)^2+b$; решение задачи Коши $z=xy+y\sqrt{x^2+1}$. **212.** $2\sqrt{1+az}+\ln\frac{\sqrt{1+az}-1}{\sqrt{1+az}+1}=x+ay+b$. **213.** Замена переменных $z=\zeta^2$, $x=\frac{1}{\xi}$, $y=\frac{1}{\eta}$, или непосредственно — вспомогательное уравнение $p=\frac{a}{x}+\frac{\ln x}{x}$. **214.** $z=x-y+2\sqrt{axy}+b$. **215.** $z^2=\frac{x^2}{\cos^2\alpha}+\frac{y^2}{\sin^2\alpha}+\beta$. **216.** $z=\frac{x^2}{4}+xy+y^2$; $z=-\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}$. **217.** $x^2+y^2+z^2=1$. **218.** $2z=$

$= x^2 + y^2 + x\sqrt{x^2+a} + y\sqrt{y^2-a-1} + a\ln(x+\sqrt{x^2+a}) - (a+1)\ln(y+$
$+\sqrt{y^2-a-1}) + b$. **219.** $\sqrt{a^2-2a-x-z} + (a-1)\ln(\sqrt{a^2-2a-x-z}-$
$-a+1) + \frac{x}{2} + ay = b$. **220.** 1) $z = xy$; 2) $x = \frac{u}{2}(e^t+1)$, $y = u^2(2e^t-1)$;
$z = u^3e^{2t}$; $t_0 = 0$. **221.** $x = \cos u + t\cos\left(u+\frac{\pi}{6}\right)$; $y = \sin u + t\sin\left(u+\frac{\pi}{6}\right)$;
$z = \frac{1}{2}u + t$; $t_0 = 0$. **222.** $x = -3u^2 + (3u^2+1)\tau$; $y = \frac{2u^3}{3u^2+1} + \frac{u^3+u}{3u+1}\tau$;
$z = \frac{6u^5}{3u^2+1} + \frac{-3u^5+u^3}{3u^2+1}\tau$; $\tau_0 = 1$. **223.** Уравнение Монжа $dz^2 = dx^2 + dy^2$,
его решение $x = -\omega'(\alpha)\sin\alpha - \omega''\cos\alpha$, $y = -\omega'\cos\alpha + \omega''\sin\alpha$, $z = \omega + \omega''$.
224. Соответствующее уравнение в частных производных $pq = 1$; $x =$
$= -\frac{1}{2}a\omega'' - \omega'$, $y = -\frac{1}{2}a^3\omega''$, $z = -a^2\omega'' - a\omega' + \omega$. **225.** Уравнение
$dz^2 = 4z\,dx\,dy$, решение $z = -a - \frac{2\omega'}{\omega''}$, $y = -\omega + 2\frac{\omega'^2}{\omega''}$, $z = -4\frac{\omega'^3}{\omega''^2}$.

226. $q = \frac{h'_{y_0} + h'_{z_0}q_0}{g'_{y_0} + g'_{z_0}q_0}$; $p = \frac{g'_x h'_{y_0} - h'_x g'_{y_0} + q_0(g'_x h'_{z_0} - h'_x g'_{z_0})}{g'_{y_0} + g'_{z_0}q_0}$.