134. Эвольвента. Сама кривая (L) по отношению к своей эволюте (L_1) называется *эвольвентой*. Из свойств эволюты нетрудно получить правило построения эвольвенты по заданной эволюте. Если C — переменная точка на (L_1) и s_1 — длина дуги этой кривой, то, откладывая на касательной к (L_1) в точке C в отрицательном направлении отрезок $\overline{CM} = s_1 + a$, где a — некоторая постоянная, получим геометрическое место (L) концов M. Нетрудно показать, что это геометрическое место и будет искомой эвольвентой (рис. 102). Чтобы обнаружить это, достаточно доказать, что отрезок CM будет служить нормалью к кривой (L). Пусть, как и выше, $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_1$ — радиусы-векторы кривых (L) и (L_1), $\mathbf{t}_1$ — единичный вектор касательной к (L_1). По построению

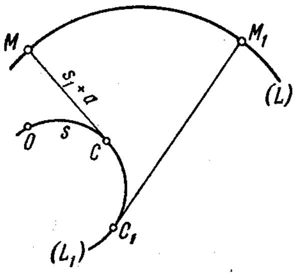

Рис. 102.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - (s_1 + a)\,\mathbf{t}_1,$$

откуда, дифференцируя по s_1,

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds_1} = \mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_1 - (s_1 + a)\frac{d\mathbf{t}_1}{ds_1}, \text{ то есть } \frac{d\mathbf{r}}{ds_1} = -(s_1 + a)\frac{d\mathbf{t}_1}{ds_1}.$$

Отсюда видно, что вектор $\dfrac{d\mathbf{r}}{ds_1}$, параллельный касательной к (L), в то же время параллелен вектору $\dfrac{d\mathbf{t}_1}{ds_1}$, т. е. параллелен нормали к (L_1), а отсюда следует, что касательная $\overline{CM}$ к (L_1) есть нормаль к (L).

Мы можем придавать произвольное значение постоянной a в формуле $\overline{CM} = s_1 + a$, а потому можем получить бесчисленное множество эвольвент для заданной эволюты. Из самого способа построения следует, что любые две эвольвенты будут иметь общие нормали и что отрезок нормали между этими двумя эвольвентами будет сохранять постоянную длину, равную разности значений постоянной a, соответствующих взятым эвольвентам. Такие две кривые называются *параллельными кривыми*.