138. Соприкасающаяся плоскость. Плоскость, определяемая векторами $\mathbf{t}$ и $\mathbf{n}$, называется *соприкасающейся плоскостью* кривой. Нормалью к этой плоскости служит вектор $\mathbf{b}$. Найдем выражения для направляющих косинусов этого вектора.

Ввиду того, что это — единичный вектор, его направляющие косинусы равны его составляющим b_x, b_y, b_z. Из формул (17) вытекает

$$\left.\begin{aligned} \alpha_2 &= b_x = t_y n_z - t_z n_y, \\ \beta_2 &= b_y = t_z n_x - t_x n_z, \\ \gamma_2 &= b_z = t_x n_y - t_y n_x, \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

где $t_x, \ldots, n_x, \ldots$ — составляющие векторов $\mathbf{t}$ и $\mathbf{n}$. Но, как мы видели выше, t_x, t_y, t_z пропорциональны dx, dy, dz, а n_x, n_y, n_z — пропорциональны составляющим вектора $\mathbf{N}$, которые равны $\frac{d^2x}{ds^2}$, $\frac{d^2y}{ds^2}$ и $\frac{d^2z}{ds^2}$, а эти последние в свою очередь, в силу (24), пропорциональны разностям

$$d^2x\,ds - d^2s\,dx, \qquad d^2y\,ds - d^2s\,dy, \qquad d^2z\,ds - d^2s\,dz. \tag{30}$$

Заменяя в формулах (29) t_x, t_y, t_z на dx, dy, dz; n_x, n_y, n_z — разностями (30) и производя сокращения, убедимся в том, что направляющие косинусы бинормали пропорциональны выражениям

$$\left.\begin{aligned} A = dy\,d^2z - dz\,d^2y, \quad B = dz\,d^2x - dx\,d^2z, \\ C = dx\,d^2y - dy\,d^2x, \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

которые мы ввели выше [136]. Обозначая через (x, y, z) координаты переменной точки M кривой (L), можем написать уравнение соприкасающейся плоскости в виде

$$A(X - x) + B(Y - y) + C(Z - z) = 0.$$

В тех точках, где длина $|\mathbf{N}| = 0$, т. е. $\rho = \infty$, все три величины (31) равны нулю, как это следует из (27), и соприкасающаяся плоскость не определена. Не определено и направление главной нормали и бинормали.