

ТАБЛИЦА 24
ИНТЕГРАЛЫ ВИДА

- $$\int x^{\pm n} \sqrt{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx; \quad \begin{matrix} a > 0, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b > 0, & m = 1, 3, 5, \dots \end{matrix}$$
- 24.1. $\int V^{a^2 - b^2 x^2} dx = \frac{x \sqrt{a^2 - b^2 x^2}}{2} + \frac{a^2}{2b} \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.2. $\int V^{(a^2 - b^2 x^2)^3} dx = \frac{5a^2 x - 2b^2 x^3}{8} V^{a^2 - b^2 x^2} + \frac{3a^4}{8b} \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.3. $\int V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx = \frac{x}{m+1} V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} + \frac{ma^2}{m+1} \int V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}} dx \quad (m \geq 3).$
- 24.4. $\int x V^{a^2 - b^2 x^2} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{3b^2}.$
- 24.5. $\int x V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m+2}}}{(m+2) b^2}.$
- 24.6. $\int x^2 V^{a^2 - b^2 x^2} dx = \frac{2b^2 x^3 - a^2 x}{8b^2} V^{a^2 - b^2 x^2} + \frac{a^4}{8b^3} \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.7. $\int x^2 V^{(a^2 - b^2 x^2)^3} dx = -\frac{x V^{(a^2 - b^2 x^2)^5}}{6b^2} + \frac{a^2 x V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{24b^2} + \frac{a^4 x V^{a^2 - b^2 x^2}}{16b^2} + \frac{a^6}{16b^3} \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.8. $\int x^2 V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx = -\frac{x V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m+2}}}{(m+3) b^2} + \frac{a^2}{(m+3) b^2} \int V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx \quad (\text{см. 24.3}).$
- 24.9. $\int x^3 V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx = \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m+4}}}{(m+4) b^4} - \frac{a^2 V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m+2}}}{(m+2) b^4},$
- 24.10. $\int x^3 V^{a^2 - b^2 x^2} dx = -\frac{x^3 V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{6b^2} - \frac{a^2 x V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{8b^4} + \frac{a^4 x V^{a^2 - b^2 x^2}}{16b^4} + \frac{a^6}{16b^5} \arcsin \frac{bx}{a},$
- 24.11. $\int x^n V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx = -\frac{x^{n-1} V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m+2}}}{(m+n+1) b^2} + \frac{(n-1) a^2}{(m+n+1) b^2} \int x^{n-2} V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} dx.$

- 24.12. $\int \frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{x} dx = V^{a^2 - b^2 x^2} - a \ln \left| \frac{a + V^{a^2 - b^2 x^2}}{bx} \right|.$
- 24.13. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{x} dx = \frac{4a^2 - b^2 x^2}{3} V^{a^2 - b^2 x^2} - a^3 \ln \left| \frac{a + V^{a^2 - b^2 x^2}}{bx} \right|.$
- 24.14. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^m}}{x} dx = \frac{1}{m} V^{(a^2 - b^2 x^2)^m} + a^2 b^2 \int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}}}{x} dx.$
- 24.15. $\int \frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{x^2} dx = -\frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{x} - b \arcsin \frac{x}{a}.$
- 24.16. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{x^2} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{x} - \frac{3b^2 x}{2} V^{a^2 - b^2 x^2} - \frac{3a^2 b}{2} \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.17. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^m}}{x^2} dx = a^2 \int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}}}{x^2} dx - b^2 \int V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}} dx \quad (\text{см. 24.3}).$
- 24.18. $\int \frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{x^3} dx = -\frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{2x^2} + \frac{b^2}{2a} \ln \left| \frac{a + V^{a^2 - b^2 x^2}}{bx} \right|.$
- 24.19. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{x^3} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{2x^2} - \frac{3b^2 V^{a^2 - b^2 x^2}}{2} + \frac{3ab^3}{2} \ln \left| \frac{a + V^{a^2 - b^2 x^2}}{bx} \right|.$
- 24.20. $\int \frac{V^{a^2 - b^2 x^2}}{x^4} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{3a^2 x^3}.$
- 24.21. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{x^4} dx = -\frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^3}}{3x^3} + \frac{b^2 V^{a^2 - b^2 x^2}}{x} + b^3 \arcsin \frac{bx}{a}.$
- 24.22. $\int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^m}}{x^n} dx = a^2 \int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}}}{x^n} dx - b^2 \int \frac{V^{(a^2 - b^2 x^2)^{m-2}}}{x^{n-2}} dx \quad (m \geq 3).$