

ТАБЛИЦА 36
ИНТЕГРАЛЫ ВИДА

$$\int R(\sin x, \cos x) dx.$$

36.1. $\int \frac{\sin x dx}{a+b \cos x} = -\frac{1}{b} \ln |a+b \cos x|.$

36.2. $\int \frac{\sin x dx}{(a+b \cos x)^n} = \frac{1}{(n-1)b(a+b \cos x)^{n-1}} \quad (n \geq 2).$

36.3. $\int \frac{\sin x dx}{\cos x (1+\cos x)} = \ln \left| \frac{1+\cos x}{\cos x} \right|.$

36.4. $\int \frac{\sin x dx}{\cos x (1+\sin x)} = \frac{1}{2(1+\sin x)} \pm \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right|.$

36.5. $\int \frac{\sin x dx}{(a+b \cos x)(\alpha+\beta \cos x)} = \frac{1}{a\beta-b\alpha} \ln \left| \frac{a+b \cos x}{\alpha+\beta \cos x} \right| \quad (a\beta-b\alpha \neq 0).$

36.6. $\int \frac{\alpha+\beta \sin x}{a+b \cos x} dx = -\frac{\beta}{b} \ln |a+b \cos x| + \alpha \int \frac{dx}{a+b \cos x}$
(см. 33.14).

36.7. $\int \frac{\cos x dx}{a+b \sin x} = \frac{1}{b} \ln |a+b \sin x|.$

36.8. $\int \frac{\cos x dx}{(a+b \sin x)^n} = -\frac{1}{(n-1)b(a+b \sin x)^{n-1}} \quad (n \geq 2).$

36.9. $\int \frac{\cos x dx}{\sin x (1 \pm \sin x)} = \ln \left| \frac{\sin x}{1 \pm \sin x} \right|.$

36.10. $\int \frac{\cos x dx}{\sin x (1 \pm \cos x)} = -\frac{1}{2(1 \pm \cos x)} \pm \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|.$

36.11. $\int \frac{\cos x dx}{(a+b \sin x)(\alpha+\beta \sin x)} = \frac{1}{a\beta-b\alpha} \ln \left| \frac{\alpha+\beta \sin x}{a+b \sin x} \right| \quad (a\beta-b\alpha \neq 0).$

36.12. $\int \frac{\alpha+\beta \cos x}{a+b \sin x} dx = -\frac{\beta}{b} \ln |a+b \sin x| + \alpha \int \frac{dx}{a+b \sin x}$ (см. 30.14).

36.13. $\int \frac{dx}{\sin x (1 \pm \cos x)} = \pm \frac{1}{2(1 \pm \cos x)} + \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|.$

36.14. $\int \frac{dx}{\cos x (1 \pm \sin x)} = \mp \frac{1}{2(1 \pm \sin x)} + \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|.$

36.15. $\int \frac{dx}{\sin x \pm \cos x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \pm \frac{\pi}{8} \right) \right|.$

36.16. $\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x + \arccos \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{2} \right|.$

36.17. $\int \frac{dx}{(a \cos x + b \sin x)^n} = \int \frac{d(x-\varphi)}{|\varrho \cos(x-\varphi)|^n},$
где $a=\varrho \cos \varphi$, $b=\varrho \sin \varphi$ (см. 33.7)

36.18. $\int \frac{dx}{1 \pm \cos x \pm \sin x} = \pm \ln \left| 1 \pm \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|.$

36.19. $\int \frac{dx}{a+b \cos x+c \sin x} = \int \frac{dt}{a+\sqrt{b^2+c^2} \sin t},$
где $t=x+\arctg \frac{b}{c}$ (см. 30.14).

36.20. $\int \frac{dx}{(a+b \cos x+c \sin x)^n} = \int \frac{d(x-\varphi)}{|a+\varrho \cos(x-\varphi)|^n},$
где $b=\varrho \cos \varphi$, $c=\varrho \sin \varphi$

36.21. $\int \frac{\sin x dx}{\sin x \pm \cos x} = \frac{x}{2} \mp \frac{1}{2} \ln |\sin x \pm \cos x|.$

36.22. $\int \frac{\cos x dx}{\sin x \pm \cos x} = \pm \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln |\sin x \pm \cos x|.$

36.23. $\int \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{1}{ab} \arctg \left(\frac{b}{a} \operatorname{tg} x \right) \quad (a>0, b>0).$

36.24. $\int \frac{dx}{a^2 \cos^2 x - b^2 \sin^2 x} = \frac{1}{2ab} \ln \left| \frac{b \operatorname{tg} x + a}{b \operatorname{tg} x - a} \right|.$

36.25. $\int \frac{\sin x \cos x dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x} = \frac{1}{2(b-a)} \ln |\alpha \cos^2 x + b \sin^2 x| \quad (\alpha \neq b).$