

ТАБЛИЦА 5  
ИНТЕГРАЛЫ ВИДА

$$\int \frac{x^{\pm n} dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m}; \quad a > 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ b > 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$5.1. \int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.2. \int \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^2} = \frac{x}{2a^2 (a^2 + b^2 x^2)} + \frac{1}{2a^3 b} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.3. \int \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} = \frac{x}{2(m-1)a^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} + \\ + \frac{2m-3}{2(m-1)a^2} \int \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (m \geq 2).$$

$$5.4. \int \frac{x dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{1}{2b^2} \ln(a^2 + b^2 x^2).$$

$$5.5. \int \frac{x dx}{(a^2 + b^2 x^2)^2} = -\frac{1}{2b^2 (a^2 + b^2 x^2)}.$$

$$5.6. \int \frac{x dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} = -\frac{1}{2(m-1)b^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (m \geq 2).$$

$$5.7. \int \frac{x^2 dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{x}{b^2} - \frac{a}{b^3} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.8. \int \frac{x^2 dx}{(a^2 + b^2 x^2)^2} = -\frac{x}{2b^2 (a^2 + b^2 x^2)} + \frac{1}{2ab^3} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.9. \int \frac{x^2 dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} = -\frac{x}{2(m-1)b^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} + \\ + \frac{1}{2(m-1)b^2} \int \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (\text{см. 5.3}).$$

$$5.10. \int \frac{x^3 dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{x^2}{2b^2} - \frac{a^2}{2b^4} \ln(a^2 + b^2 x^2).$$

$$5.11. \int \frac{x^3 dx}{(a^2 + b^2 x^2)^2} = \frac{a^2}{2b^4 (a^2 + b^2 x^2)} + \frac{1}{2b^4} \ln(a^2 + b^2 x^2).$$

$$5.12. \int \frac{x^3 dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} = -\frac{1}{2(m-2)b^4 (a^2 + b^2 x^2)^{m-2}} + \\ + \frac{a^2}{2(m-1)b^4 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (m \geq 3).$$

$$5.13. \int \frac{x^n dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} = -\frac{x^{n-1}}{2(m-1)b^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} + \\ + \frac{n-1}{2(m-1)b^2} \int \frac{x^{n-2} dx}{(a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (m \geq 2).$$

$$5.14. \int \frac{dx}{x(a^2 + b^2 x^2)} = \frac{1}{2a^2} \ln \frac{x^2}{a^2 + b^2 x^2}.$$

$$5.15. \int \frac{dx}{x(a^2 + b^2 x^2)^2} = \frac{1}{2a^2 (a^2 + b^2 x^2)} + \frac{1}{2a^4} \ln \frac{x^2}{a^2 + b^2 x^2}.$$

$$5.16. \int \frac{dx}{x(a^2 + b^2 x^2)^m} = \frac{1}{2(m-1)a^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} + \\ + \frac{1}{a^2} \int \frac{dx}{x(a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} \quad (m \geq 2).$$

$$5.17. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)} = -\frac{1}{a^2 x} - \frac{b}{a^3} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.18. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)^2} = \frac{1}{a^4 x} - \frac{b^2 x}{2a^4 (a^2 + b^2 x^2)} - \frac{3b}{2a^5} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a}.$$

$$5.19. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)^m} = \\ = \frac{-1}{a^2 x (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} - \frac{2(m-1)b^2}{a^4} \int \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^m} \quad (\text{см. 5.3}).$$

$$5.20. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)} = -\frac{1}{2a^2 x^2} - \frac{b^2}{2a^4} \ln \frac{x^2}{a^2 + b^2 x^2}.$$

$$5.21. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)^2} = -\frac{1}{2a^4 x^2} - \frac{b^2}{2a^4 (a^2 + b^2 x^2)} - \frac{b^2}{a^6} \ln \frac{x^2}{a^2 + b^2 x^2}.$$

$$5.22. \int \frac{dx}{x^2(a^2 + b^2 x^2)^m} = \\ = -\frac{1}{2a^2 x^2 (a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} - \frac{mb^2}{a^2} \int \frac{dx}{x(a^2 + b^2 x^2)^m} \quad (\text{см. 5.16}).$$

$$5.23. \int \frac{dx}{x^n(a^2 + b^2 x^2)^m} = -\frac{1}{(n-1)a^2 x^{n-1}(a^2 + b^2 x^2)^{m-1}} - \\ - \frac{(2m+n-3)b^2}{(n-1)a^2} \int \frac{dx}{x^{n-2}(a^2 + b^2 x^2)^m} \quad (n \geq 2).$$