ТАБЛИЦА 50

ИНТЕГРАЛЫ ВИДА

$$\int x^{\pm n}\operatorname{ch}^{\pm m} px\,dx;\qquad \begin{matrix} n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \\ m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots \end{matrix}$$

50.1. $\int \operatorname{ch} px\,dx=\frac{1}{p}\operatorname{sh} px.$

50.2. $\int \operatorname{ch}^2 px\,dx=\frac{\operatorname{sh} 2px}{4p}+\frac{x}{2}.$

50.3. $\int \operatorname{ch}^3 px\,dx=\frac{\operatorname{sh} px}{3p}(\operatorname{sh}^2 px+3).$

50.4. $\int \operatorname{ch}^4 px\,dx=\frac{1}{8p}\left(\frac{1}{4}\operatorname{sh} 4px+2\operatorname{sh} 2px+3x\right).$

50.5. $\int \operatorname{ch}^m px\,dx=\frac{1}{mp}\operatorname{sh} px\operatorname{ch}^{m-1} px-\frac{(m-1)}{m}\int \operatorname{ch}^{m-2} px\,dx.$

50.6. $\int x\operatorname{ch} px\,dx=\frac{x}{p}\operatorname{sh} px-\frac{1}{p^2}\operatorname{ch} px.$

50.7. $\int x\operatorname{ch}^2 px\,dx=\frac{x\operatorname{sh} 2px}{4p}-\frac{\operatorname{ch} 2px}{8p^2}+\frac{x^2}{4}.$

50.8. $\int x\operatorname{ch}^3 px\,dx=\frac{x\operatorname{sh} px}{3p}(\operatorname{sh}^2 px+3)-\frac{\operatorname{ch} px}{9p^2}(\operatorname{ch}^2 px+6).$

50.9. $\int x^2\operatorname{ch} px\,dx=\frac{p^2x^2+2}{p^3}\operatorname{sh} px-\frac{2x}{p^2}\operatorname{ch} px.$

50.10. $\int x^2\operatorname{ch}^2 px\,dx=\frac{p^2x^2+1}{4p^3}\operatorname{sh} 2px-\frac{x\operatorname{ch} 2px}{4p^2}+\frac{x^3}{6}.$

50.11. $\int x^2\operatorname{ch}^3 px\,dx=\frac{\operatorname{sh} px}{9p^2}(9p^2x^2\operatorname{ch}^2 px+p\operatorname{sh}^2 px+18-6p)-$
$$-\frac{2x\operatorname{ch} px}{9p^2}(\operatorname{ch}^2 px+12).$$

50.12. $\int x^3\operatorname{ch} px\,dx=\frac{(p^3x^3+6x)}{p^3}\operatorname{sh} px-\frac{(3p^2x^2+6)}{p^4}\operatorname{ch} px.$

50.13. $\int x^n\operatorname{ch} px\,dx=\frac{x^n}{p}\operatorname{sh} px-\frac{n}{p}\int x^{n-1}\operatorname{sh} px\,dx.$

50.14. $\int x^n\operatorname{ch}^2 px\,dx=\frac{x^n}{4p}\operatorname{sh} 2px+\frac{x^{n+1}}{2(n+1)}-\frac{n}{2^{n+2}p^{n+1}}\int t^{n-1}\operatorname{sh} t\,dt,$
где $t=2px$ (см. 49.13).

50.15. * $\int \frac{\operatorname{ch} px}{x}dx=\ln|px|+\frac{(px)^2}{2\cdot 2!}+\frac{(px)^4}{4\cdot 4!}+\frac{(px)^6}{6\cdot 6!}+\ldots$

50.16. * $\int \frac{\operatorname{ch} px}{x^2}dx=-\frac{\operatorname{ch} px}{x}+p\int \frac{\operatorname{sh} px}{x}dx.$

50.17. * $\int \frac{\operatorname{ch}^2 px}{x}dx=\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{1}{2}\int \frac{\operatorname{ch} pt}{t}t,$ где $t=2x$ (см. 50.15).

50.18. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} px}=\frac{1}{p}\operatorname{arctg}(\operatorname{sh} px).$

50.19. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 px}=\frac{1}{p}\operatorname{th} px.$

50.20. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^3 px}=\frac{1}{2p}\frac{\operatorname{sh} px}{\operatorname{ch}^2 px}+\frac{1}{2p}\operatorname{arctg}(\operatorname{sh} px).$

50.21. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^m px}=\frac{\operatorname{sh} px}{(m-1)p\operatorname{ch}^{m-1} px}+\frac{m-2}{m-1}\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^{m-2} px}\quad (m\geqslant 2).$

50.22. * $\int \frac{x\,dx}{\operatorname{ch} px}=\frac{1}{p^2}\left[\frac{(px)^2}{2}-\frac{(px)^4}{4\cdot 2!}+\frac{5(px)^6}{6\cdot 4!}-\frac{61(px)^8}{8\cdot 6!}+\right.$
$$\left.+\frac{138(px)^{10}}{10\cdot 8!}+\ldots+\frac{(-1)^n E_n}{(2n+2)(2n)!}(px)^{2n+2}+\ldots\right]\quad (p^2x^2<\pi^2/4).$$

50.23. $\int \frac{x\,dx}{\operatorname{ch}^2 px}=\frac{1}{p^2}(px\operatorname{th} px-\ln\operatorname{ch} px).$

50.24. $\int \operatorname{ch} px\operatorname{ch} qx\,dx=\frac{\operatorname{sh}(p+q)x}{2(p+q)}+\frac{\operatorname{sh}(p-q)x}{2(p-q)}\quad (p^2\neq q^2).$