

ГЛАВА VI

РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ

§ 22. НАЧАЛО РАЗВИТИЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО АППАРАТА МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

После установления Ньютоном основных понятий и законов механики механика развивалась по нескольким основным направлениям. Некоторые из них были намечены еще до Ньютона.

В первую очередь рассмотрим направление, заключающееся в разработке аналитического аппарата, основанного на принципе ускоряющих сил (так называл это направление Лагранж). Это направление предполагает прямое применение второго закона Ньютона для определения движения материальной точки, системы материальных точек или твердого тела по заданным силам или же, наоборот, определение сил по заданным движениям. Такого рода задачи как раз и решал Ньютон. Однако он не разработал аналитический аппарат для их решения. Ньютон не использовал аналитический аппарат дифференциального и интегрального исчисления в явном виде, а применял геометрический метод. Последний заключался в том, что механические величины выражались в виде различных геометрических величин и соотношений между ними, т. е. соотношений между отрезками, кривыми, касательными, углами и т. д. Решения конкретных задач у Ньютона выглядели весьма искусственно, каждая задача решалась своим способом. Эйлер писал:

«Хотя читатель и убеждается в истине выставленных предложений, но он не получает достаточно ясного и точного их понимания, так что, если чуть-чуть изменить те же самые вопросы, он едва ли будет в состоянии разрешить их самостоятельно»¹⁾.

В построении аналитического аппарата, основанного на принципе ускоряющих сил, основная роль принадлежит петербургскому академику Леонарду Эйлеру (1707—1783). Эйлер (швейцарец по национальности) был приглашен в Петербургскую Академию наук в 1727 г., где проработал до 1741 г., после чего уехал в Германию. В 1766 г. он вновь вернулся в Россию и прожил в Петербурге до своей смерти. Эйлеру принадлежит огромное количество трудов по

¹⁾ Эйлер Л. Основы динамики точки. М. — Л., Гостехиздат, 1938, с. 33—34.

различным вопросам математики, физики и т. д. Многие из них сыграли ведущую роль в развитии физико-математических наук. Эйлер интересовался и методологическими вопросами физики. Он не признавал дальнедействующих сил и был сторонником волновой теории света. По многим вопросам он стоял на тех же позициях, что и Ломоносов. В научно-популярном сочинении «Письма к немецкой принцессе» изложены методологические взгляды Эйлера на вопросы естественных наук.

В 1736 г. была издана «Механика» — сочинение в двух томах, а в 1765 г. — «Теория движения твердых тел». В этих сочинениях Эйлер опубликовал

значительную часть своих исследований по механике. Эйлер следует Ньютону в понимании основной задачи механики, а также ее основных понятий. Однако в отличие от последнего он не отказывается от обсуждения вопроса о природе силы. Он полагает, что всякое взаимодействие в конечном счете должно сводиться к контактному. Сущность силы, по Эйлеру, заключена в основных свойствах материи: инерции и непроницаемости. Когда два тела движутся навстречу друг другу и соприкасаются, то вследствие непроницаемости, с одной стороны, и в результате стремления сохранить свое движение, с другой стороны, их движения должны измениться.

Эйлер разработал аналитический аппарат механики материальной точки, которую он определяет как частицу материи, имеющую очень малые размеры («тельце», по терминологии Эйлера). Первоначально Эйлер решил задачу для прямолинейного движения материальной точки. Он свел эту задачу к решению дифференциального уравнения $F = m \frac{d^2x}{dt^2}$. Если известна сила F как функция x , то интегрирование этого уравнения при заданных начальных значениях дает решение задачи. Затем Эйлер переходит к более общим случаям движения материальной точки, применяя различные способы разложения движения на составляющие.

В 1742 г. в работе английского ученого Маклорена «Трактат о флюксиях» был введен метод разложения движений и сил по трем взаимно перпендикулярным (декартовым) координатным осям. Этот метод затем использовал Эйлер и свел решение задачи о движении материальной точки под действием заданных сил к решению



Леонард Эйлер

дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \lambda \frac{p}{m}; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \lambda \frac{q}{m}; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \lambda \frac{r}{m}.$$

Здесь x, y, z — координаты материальной точки, m — ее масса; p, q, r — компоненты действующей силы; λ — коэффициент пропорциональности, величина которого определяется выбором единиц. (Помимо декартовых координат Эйлер применял и другие.)

Эйлер является основоположником механики твердого тела. Он впервые вывел уравнение движения твердого тела, а также разработал способы определения положения этого тела (с помощью так называемых углов Эйлера). Эйлер ввел в механику основные понятия динамики твердого тела, такие, как момент инерции, свободные оси и т. п. Эйлер рассматривает движение твердого тела как сложное, состоящее из поступательного движения центра масс и вращательного движения вокруг этого центра. Таким образом, получается шесть уравнений: три уравнения движения центра масс и три уравнения вращательного движения вокруг этого центра масс. В случае, когда движение тела происходит вокруг неподвижной точки, Эйлер преобразовывает последние три уравнения, вводя новую подвижную прямоугольную систему координат, жестко связанную с телом, так что ее начало совпадает с этой точкой, а оси координат — с главными осями инерции, проходящими через данную точку. В этой системе координат он получает уравнения:

$$P = A \frac{dp}{dt} - (C - B)qr, \quad Q = B \frac{dq}{dt} - (A - C)rp,$$

$$R = C \frac{dr}{dt} - (B - A)pq.$$

Здесь p, q, r — составляющие угловой скорости вращения твердого тела относительно трех главных осей; A, B, C — главные моменты инерции тела; P, Q, R — слагающие общего момента силы относительно тех же координат.

Создание аналитического аппарата механики, основанного на принципе ускоряющих сил, однако, не могло полностью удовлетворить потребности этой науки. Многие проблемы, стоявшие перед механикой, только лишь теоретически сводились к основной задаче динамики Ньютона, и решение их с помощью принципа ускоряющих сил было по меньшей мере достаточно трудно. Принцип ускоряющих сил применим непосредственно при решении вопросов небесной механики, баллистики, движения корабля и т. п., т. е. если значения сил, действующих на тело, заранее известны. Иначе дело обстояло с проблемами движения или равновесия системы тел, подверженных связям, а также тел, сталкивающихся друг с другом. Лагранж писал:

«Эти задачи состоят в определении движения многих тел, тяжелых или лишенных тяжести, которые толкают или тянут друг друга с помощью нитей или негибких рычагов, к которым они неподвижно прикреплены или вдоль кото-

рых они могут свободно скользить и которые, после сообщения им каких-либо импульсов, представляются затем самим себе или принуждаются двигаться по заданным кривым линиям или поверхностям»¹⁾.

Большому интересу к подобным задачам в XVIII в. несомненно способствовало то обстоятельство, что они были непосредственно связаны с решением технических проблем мануфактурного производства, особенно с расчетом различного рода механизмов, непрерывно совершенствовавшихся и усложнявшихся. К таким задачам нельзя было непосредственно применять принцип ускоряющих сил, так как сами силы не заданы, а их следовало определить. Решение подобного рода задач требовало большого искусства. Лагранж отмечал:

«При разрешении всякой задачи требовалась всегда особая ловкость для определения всех сил, которые в данном случае должны быть приняты во внимание. Это и придавало указанным задачам большую привлекательность и побуждало математиков к соревнованию»²⁾.

Естественно, подобное положение заставляло искать другие пути, заключавшиеся в разработке общих методов решения таких задач, основанных не только на принципе ускоряющих сил. Поиски этих методов некоторые ученые, бывшие в оппозиции к ньютоновству, связывали с попытками построения иной системы механики, чем это было сделано Ньютоном, и прежде всего с попытки не использовать понятие силы. Так, например, было у Даламбера, предложившего новый принцип механики. В процессе поисков и развивались в механике направления, отличные от принципа ускоряющих сил, в рамках которых формировались важные положения не только собственно механики, но и физики вообще. Одно из таких направлений основывалось на применении законов сохранения.

§ 23. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Как уже отмечалось, первым был установлен закон сохранения количества движения. Он принадлежит Декарту, однако понимался им неверно. Вскоре ошибка Декарта была выяснена и этот закон стал общепризнанным. Его стали использовать при решении задач механики. В частности, он был применен для решения задачи об ударе тел.

Вторым был установлен в механике закон сохранения живых сил, или (в современном понимании) закон сохранения энергии. Этот закон был открыт не сразу. Как уже отмечалось, Гюйгенс, а еще раньше Галилей использовали частный случай закона сохранения энергии. Позже Лейбниц сформулировал уже в общей форме закон сохранения живых сил и противопоставил его закону сохранения количества движения. Он применял этот закон при решении конкретных задач механики. И Декарт, и Лейбниц исходили

¹⁾ Лагранж Ж. Аналитическая механика. Т. I, М. — Л., Гостехиздат. с. 311.

²⁾ Там же.