

До тех пор пока первый процесс преобладает, плотность электронного газа в зоне проводимости растет и уровень Ферми поднимается. Когда начинает преобладать второй процесс, уровень Ферми начинает опускаться; когда половина примесных электронов перешла в зону, уровень Ферми совпадает с примесными уровнями, затем пересекает их и приближается к середине зоны — начинается область собственной проводимости.

3. Аналогично все происходит в дырочном (нескомпенсированном) полупроводнике. При абсолютном нуле уровень Ферми проходит посередине между верхним краем валентной зоны и акцепторными уровнями, затем сначала опускается и приближается ко дну валентной зоны, потом начинает подниматься, пересекает акцепторные уровни и приближается к середине запрещенной зоны.

В некоторых случаях мы еще более упростим вопрос и будем считать, что уровень химического потенциала во всей области примесной проводимости проходит посередине между примесными уровнями и краем соответствующей зоны.

### 1.3. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

#### ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПОДВИЖНОСТИ И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

В отсутствие поля скорости свободных электронов имеют всевозможные направления. Под действием электрического поля  $E$  электроны получают ускорение  $a = -eE/m_n$  и направленную по полю добавку к скорости  $\Delta v = a\tau_n$ , где  $\tau_n$  — время, в течение которого действует ускорение  $a$ . Если бы  $\tau_n$  не было ничем ограничено, то и скорость электрона в направлении поля неограниченно возрастала бы. В действительности, однако, это не так. Теория показывает, что в строго периодическом поле, т. е. в идеальной кристаллической решетке с покоящимися атомами, электроны действительно двигались бы ускоренно на протяжении очень больших промежутков времени. Но идеальных кристаллов не существует. В реальных же кристаллах всегда существуют нарушения периодического потенциала, обусловленные, во-первых, тепловыми колебаниями атомов и, во-вторых, всевозможными дефектами решетки:

— так называемыми точечными дефектами: пустыми узлами и атомами в междуузлиях, нейтральными и заряженными примесными атомами (которые также могут размещаться в узлах и междуузлиях);

— линейными дефектами — краевыми и винтовыми дислокациями;

— плоскими дефектами — границами зерен, блоков, двойников;

— объемными дефектами — трещинами, полостями, включениями (в том числе зародышами) другой фазы.

В силу этого электрон лишь на сравнительно небольшом отрезке пути  $l_n$ , называемом длиной свободного пробега, движется ускоренно, затем испытывает соударение, теряет при этом свою направленную скорость, и весь процесс начинается сначала. При высоких температурах длину свободного пробега ограничивают тепловые колебания атомов, при низких — примеси и другие дефекты кристаллов.

Время  $\tau_n$ , входящее в выражение для  $\Delta v$ , которое называется временем свободного пробега, мы можем, зная длину свободного пробега  $l_n$ , вычислить по формуле

$$\tau_n = \frac{l_n}{v}. \quad (1.28)$$

Опыт показывает, что длина свободного пробега электрона обычно очень мала,  $l_n < 10^{-5}$  см, и в силу этого направленная добавка к скорости электрона  $\Delta v$  при не очень сильных полях мала по сравнению со скоростью хаотического теплового движения электронов  $v_0$  в отсутствие поля \*), поэтому в (1.28) вместо  $v$  может быть поставлено  $v_0$ :

$$\tau_n \approx \frac{l_n}{v_0}. \quad (1.29)$$

Средняя скорость, с которой электрон будет двигаться вдоль поля,

$$\bar{v} = \frac{\overline{\Delta v}}{2} = \frac{e}{2m_n} \frac{l_n}{v_0} E = u_n E, \quad (1.30)$$

где отношение скорости дрейфа электронов к электрическому полю обозначено буквой  $u$ :

$$u_n = \frac{e}{2m_n} \frac{l_n}{v_0}. \quad (1.31)$$

\*) Условия, при которых добавка к скорости становится сравнимой с тепловой скоростью, рассмотрены в § 5 гл. 5.

Это отношение называется подвижностью электрона. Иными словами, подвижность — это скорость дрейфа электронов в поле напряженностью  $1 \text{ в/см}$ . Более строгий расчет дает в два раза большее значение подвижности:

$$u_n = \frac{e}{m_n} \frac{l_n}{v_0} = \frac{e}{m_n} \tau_n. \quad (1.32)$$

Если в  $1 \text{ см}^3$  содержится  $n$  свободных электронов и все они движутся в направлении поля со скоростью  $\bar{v}$ , то через площадку в  $1 \text{ см}^2$  за секунду пройдут все электроны, находящиеся в объеме параллелепипеда длиной  $\bar{v}$ ; число таких электронов будет  $n\bar{v}$ ; заряд, перенесенный этими электронами, называется плотностью тока

$$j = en\bar{v} = \frac{ne^2\bar{l}_n}{m_n v_0} E.$$

Следовательно, электропроводность материала

$$\sigma_n = \frac{j}{E} = \frac{ne^2\bar{l}_n}{m_n v_0} = enu_n. \quad (1.33)$$

Совершенно аналогично вычисляется подвижность и электропроводность дырочного полупроводника; поэтому мы приведем здесь соответствующие выражения, не повторяя проделанных элементарных вычислений:

$$u_p = \frac{e}{m_p} \frac{\bar{l}_p}{v_0} \quad (1.34)$$

и

$$\sigma_p = \frac{e^2 p \bar{l}_p}{m_p v_0}. \quad (1.35) *$$

В области собственной и смешанной (т. е. переходной от примесной к собственной) проводимости электронная и дырочная проводимости складываются:

$$\sigma = e(nu_n + pu_p); \quad (1.36)$$

при наличии нескольких сортов носителей (дырок и электронов) с различными массами и подвижностями выражение (1.36) легко обобщается:

$$\sigma = \Sigma \sigma_i = \Sigma en_i u_i, \quad (1.37)$$

\*) В дальнейшем, в тех случаях, когда это не вызывает недоразумений, мы индексы  $n$  и  $p$  будем опускать.

где суммирование проводится по всем сортам носителей (и дыркам и электронам).

**ЗАВИСИМОСТЬ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА  
ЭЛЕКТРОНА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ. ТЕМПЕРАТУРНАЯ  
ЗАВИСИМОСТЬ ПОДВИЖНОСТИ**

Выше уже упоминалось, что длина свободного пробега, а следовательно, и подвижность электрона в реальных кристаллах ограничивается нарушениями периодического потенциала, обусловленными тепловыми колебаниями и дефектами решетки; дефекты играют основную роль при низких температурах, а тепловые колебания — при высоких. Мы должны рассмотреть теперь каждый механизм рассеяния электронов подробнее.

**Рассеяние на дефектах решетки.** На стр. 37 мы перечислили ряд причин, нарушающих периодичность потенциала в реальных кристаллах.

Для того чтобы электрон изменил направление своего движения в результате взаимодействия с нейтральным дефектом, необходим акт столкновения в буквальном смысле этого слова — траектория электрона должна проходить через место расположения дефекта либо через непосредственно примыкающую к нему область решетки, в которой им вызваны искажения.

Электрическое поле ионизированного примесного атома распространяется значительно дальше, и электрон, проходя на значительном расстоянии от него, изменит под действием этого поля направление своего движения. Поэтому из всех перечисленных выше дефектов основную роль в рассеянии электронов играют ионизированные примеси и только их мы сейчас будем рассматривать.

Чем больше тепловая скорость движения электрона, тем меньше времени он находится в непосредственной близости от примесного иона и тем меньшее отклонение он испытывает; поэтому длина свободного пробега электрона очень резко растет с увеличением его скорости. Теория показывает, что в этом случае длина свободного пробега пропорциональна четвертой степени скорости или, что то же самое, квадрату кинетической энергии:

$$\bar{l} \sim v_0^4 \sim \bar{\epsilon}^2. \quad (1.38)$$

Из (1.38) следует два важных вывода:

1. При рассеянии на ионах примеси доля участия электронов с различными скоростями в электрическом токе различна — основную роль играют быстрые электроны, так как их длина свободного пробега больше. Отсюда также следует, что средняя энергия в потоке (электрическом токе) электронов будет отлична (в большую сторону) от средней тепловой энергии.

2. Согласно (1.34) подвижность электрона пропорциональна отношению длины свободного пробега к средней скорости:  $u \sim \bar{l}/v_0$ , и согласно формуле (1.38)  $u \sim v_0^3$ . Но для невырожденного полупроводника средняя кинетическая энергия пропорциональна температуре, а средняя тепловая скорость пропорциональна квадратному корню из температуры  $v_0 \sim T^{1/2}$ ; следовательно, в рассматриваемом нами случае рассеяния электронов на ионах примеси

$$u \sim T^{\frac{3}{2}}. \quad (1.38a)$$

Таким образом, здесь осуществляется очень редкий случай, когда подвижность электронов растет с температурой.

#### **Рассеяние электронов на тепловых колебаниях решетки.**

С повышением температуры увеличиваются тепловые скорости электронов и уменьшается вероятность их рассеяния на примесных ионах. Одновременно при этом растут амплитуды тепловых колебаний атомов и растет роль этого механизма рассеяния. Поэтому при высоких температурах рассеяние на тепловых колебаниях играет решающую роль, а рассеянием на ионах примеси можно пренебречь. В этом случае зависимость длины свободного пробега электрона от температуры обусловлена двумя причинами: во-первых, как уже упоминали, с ростом температуры увеличиваются амплитуды тепловых колебаний атомов, что непосредственно ведет к уменьшению длины свободного пробега; во-вторых, длина свободного пробега электрона зависит от его кинетической энергии  $\epsilon$  (или, что то же самое, от  $v_0$ ), которая, в свою очередь, зависит от температуры.

Теория показывает, что в этом случае выражение для длины свободного пробега имеет вид

$$l = \epsilon^r l_0(T), \quad (1.39)$$

причем показатель степени  $r$  и температурная зависимость  $l_0(T)$  различны в кристаллах различного типа и в различных интервалах температур.

В *ионных полупроводниках* при рассеянии электронов на оптических колебаниях в области высоких температур \*)  $r = 1$  и

$$l_0(T) = \frac{a}{T}, \quad (1.40)$$

где  $a$  — некоторая константа; таким образом,

$$\bar{l} \sim \frac{\bar{\epsilon}}{T} \sim \frac{v_0^2}{T} \quad (1.41)$$

и, следовательно, подвижность

$$u \sim \tau \sim \frac{\bar{l}}{v_0} \sim \bar{\epsilon}^{-1/2} T^{-1}. \quad (1.42)$$

В невырожденных полупроводниках  $\bar{\epsilon} \sim T$ , и, следовательно,

$$u \sim T^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.43)$$

В тех же кристаллах, но при температурах ниже температуры Дебая  $r = \frac{1}{2}$ ,  $l_0(T) \sim e^{\theta/T}$ , где  $\theta$  — температура Дебая; следовательно,

$$\bar{l} \sim \frac{1}{\bar{\epsilon}^{\frac{1}{2}}} e^{\theta/T}, \quad (1.44)$$

время релаксации  $\bar{\tau} = \bar{l}/v_0$  не зависит от энергии и

$$u \sim e^{\theta/T}. \quad (1.45)$$

В ковалентных полупроводниках при рассеянии на акустических колебаниях  $r = 0$

$$\bar{l} \sim T^{-1} \quad (1.46)$$

и не зависит от энергии; таким образом,

$$u \sim \bar{\epsilon}^{-\frac{1}{2}} T^{-1} \sim T^{-3/2}. \quad (1.47)$$

\*) Т. е. температур, выше температуры Дебая, см. гл. 2, § 4 и 5.

Теория показывает также, что подвижность и прямо [см. формулу (1.32)] и косвенно (через  $v_0$  и  $l_0$ ) зависит от эффективной массы по двум причинам: так как тепловая средняя скорость зависит от эффективной массы  $1/2 \overline{mv_0^2} = = 3/2 kT$  и так как вероятность столкновений, а следовательно, и длина свободного пробега  $l$  зависят от плотности состояний  $g(\epsilon)$ , а плотность состояний зависит от эффективной массы.

Экспериментальные и теоретические исследования, проведенные за последние годы, показали, что в целом ряде полупроводников (в первую очередь в полупроводниках с узкой запрещенной зоной) эффективная масса зависит от температуры.

Причины этого заключаются в следующем. Эффективная масса в полупроводниках с узкой запрещенной зоной растет по мере роста расстояния от дна зоны. Так как с ростом температуры средняя энергия электронов растет и они удаляются от дна зоны, то соответственно растет и средняя эффективная масса, входящая в выражение (1.32). Эффективная масса зависит также от межатомных расстояний: с ростом межатомных расстояний она, как правило, увеличивается; таким образом, она возрастает из-за теплового расширения кристалла. В некоторых случаях на эффективную массу оказывают также прямое влияние тепловые колебания.

В силу температурной зависимости эффективной массы температурная зависимость подвижности в области высоких температур (т. е. рассеяния на тепловых колебаниях решетки) оказывается часто более крутой, чем это предсказывают формулы, приведенные выше. В ряде полупроводников  $\mu \sim T^{-2}$ ;  $\mu \sim T^{-2.5}$  и даже  $\mu \sim T^{-3}$ .

Для дальнейшего важно, однако, что длина свободного пробега в большинстве случаев является степенной функцией от энергии электрона:

$$l \sim \epsilon^r, \quad (1.48)$$

где показатель степени  $r$  зависит от механизма рассеяния электронов; в атомной решетке при расстоянии на акустических колебаниях  $r = 0$ ;  $r = 1$  при  $T > \theta$  и  $r = 1/2$  при  $T < \theta$  в ионной решетке; при рассеянии электронов на ионах примеси  $r = 2$ .

За последние годы обнаружен довольно широкий класс полупроводников (окислы переходных металлов и др.),

в которых при низких температурах перемещение электронов носит характер активационных скачков и подвижность экспоненциально растет с повышением температуры. Этот механизм электропроводности теоретически еще мало изучен, несмотря на то, что на этих материалах основан важный класс полупроводниковых приборов — терморезисторы.

#### 1.4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

В твердом теле существуют два основных механизма переноса тепла: упругими колебаниями решетки и свободными электронами (разумеется, если таковые имеются)\*). В соответствии с этим теплопроводность  $\kappa$  можно разбить на две части — решеточную ( $\kappa_p$ ) и электронную ( $\kappa_{эл}$ ):

$$\kappa = \kappa_p + \kappa_{эл}. \quad (1.49)$$

В металлах число свободных электронов очень велико (порядка  $10^{22}$  в  $1 \text{ см}^3$ ) и велика электронная теплопроводность. В диэлектриках свободных электронов почти нет и  $\kappa = \kappa_p$ . В полупроводниках обычно решеточная теплопроводность много больше электронной, однако в тех случаях, когда число свободных электронов относительно велико (порядка  $10^{18}$ — $10^{20}$  в  $1 \text{ см}^3$ ),  $\kappa_{эл}$  и  $\kappa_p$  могут быть одного и того же порядка.

Рассмотрим обе составляющие теплопроводности отдельно.

##### ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Механизм электронной теплопроводности ничем не отличается от механизма теплопроводности обычного газа, и можно для ее анализа воспользоваться формулой для теплопроводности газа, вывод которой приводится в любом учебнике физики:

$$\kappa_{эл} = \frac{1}{3} C_v \bar{v}_0 \bar{l}, \quad (1.50)$$

где  $C_v$  — теплоемкость  $1 \text{ см}^3$  при постоянном объеме;  $\bar{v}_0$  — средняя тепловая скорость и  $\bar{l}$  — средняя длина свободного пробега молекул газа.

\*) Мы здесь не останавливаемся на переносе тепла излучением, который не имеет большого значения в большинстве полупроводников (см. гл. 6).