

где

$$\tau_{0\text{опт}} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{Ma^3 (\hbar\omega_0)^2}{z^2 e^4 m^{1/2}}. \quad (5.976)$$

При произвольной степени вырождения и простой зонной структуре из (5.68) в общем случае получаем следующие выражения для электропроводности

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{16\pi m e^2}{3\hbar^3} l_0(T) (kT)^{r+1} F_r(\mu^*) \quad (5.68a)$$

и подвижности

$$u = \frac{\sigma}{en}, \quad (5.68б)$$

где

$$n = 4\pi \left(\frac{2mkT}{\hbar^2} \right)^{3/2} F_{1/2}(\mu^*).$$

5.5. ЯВЛЕНИЯ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Все выводы относительно подвижности и электропроводности, сделанные выше, основывались на двух предположениях: 1) направленная добавка к скорости Δv_x [см. формулу (5.2)] мала по сравнению с тепловой скоростью v_0 и 2) концентрация носителей электричества не зависит от поля и остается равновесной, определяемой статистикой Максвелла — Больцмана или Ферми. В действительности оба эти условия соблюдаются в полупроводниках до определенных для каждого материала и температуры критических полей; новые эффекты, которые происходят при нарушении хотя бы одного из этих условий, называются явлениями в сильных полях. На них мы и остановимся коротко в этом параграфе.

В первую очередь — это отступления от закона Ома, т. е. нарушение линейной зависимости тока от напряжения. Согласно формулам

$$j = \sigma E \text{ и } \sigma = en\mu \quad (5.98)$$

это будет иметь место, когда либо подвижность, либо концентрация носителей начнут зависеть от поля.

Рассмотрим каждое из этих явлений в отдельности.

Согласно выражению

$$u = \frac{e}{m} \frac{l}{v} \quad (5.99)$$

подвижность начинает зависеть от поля с того момента, как скорость v в (5.3а) перестает быть постоянной, т. е. когда добавкой Δv к скорости за счет поля нельзя пренебречь по сравнению с тепловой скоростью v_0 , иными словами, критерием слабого поля является условие

$$\Delta v \ll v_0. \quad (5.100)$$

Добавку к тепловой скорости Δv можно оценить, исходя из закона сохранения энергии (в дальнейшем мы увидим, что эта оценка не точна):

$$\frac{m}{2} [(\overline{v_0 + \Delta v})^2 - \overline{v_0^2}] = eE\bar{l} \quad (5.101)$$

или, так как $\overline{\Delta v \cdot v_0} = 0$ (поскольку $\overline{v_0}$ направлено беспорядочно, а Δv — по полю), то

$$\frac{m}{2} \Delta \overline{v^2} = eE\bar{l}. \quad (5.102)$$

Таким образом, сформулированный выше критерий слабых полей будет иметь вид

$$eE\bar{l} \ll \frac{3}{2} kT. \quad (5.103)$$

При комнатной температуре $\frac{3}{2} kT \approx 0,04$ эв, полагая тепловую скорость электрона $\overline{v_0} \approx 10^7$ см/сек и время между соударениями $\bar{\tau} \approx 10^{-13}$ сек, получаем

$$l \approx \tau v \approx 10^{-6} \text{ см}. \quad (5.104)$$

В этом случае критическое поле приблизительно равно 10^4 в/см.

При понижении температуры средняя кинетическая энергия электронов падает пропорционально температуре, длина свободного пробега, если исключить рассеяние на ионах примеси (на котором мы остановимся отдельно), либо остается постоянной, либо растет с понижением температуры; поэтому согласно (5.103) критическое поле, как правило, довольно резко падает с понижением температу-

ры. Так, например, в достаточно чистом германии подвижность при гелиевых температурах начинает зависеть от поля при полях меньше 10 в/см.

Здесь следует подчеркнуть, что критические поля в неоднородных полупроводниках могут проявляться при очень малых разностях потенциала. Так, например, в кристалле, в котором имеется p - n переход, на него, как правило, падает все напряжение (так как сопротивление p - n перехода много больше сопротивления толщи полупроводника). Толщина p - n перехода d меняется в различных приборах от 10^{-3} до 10^{-7} см. При $d = 10^{-7}$ см и разности потенциалов 1 в поле достигнет колоссальных размеров:

$$E = \frac{V}{l} = 10^7 \frac{в}{см}. \quad (5.105)$$

Следовательно, в тех случаях, когда эффекты, связанные с сильными полями, нежелательны, p - n переход следует делать достаточно толстым. Это, в частности, относится к силовым выпрямителям; одним из условий, необходимых для того, чтобы они выдерживали большое обратное напряжение (порядка 10^3 в/см), является достаточная толщина p - n перехода ($d \sim 10^{-4}$ см). При толстом p - n переходе прямая ветвь вольтамперной характеристики хуже, чем при тонком, однако на это приходится идти, чтобы обеспечить высокое обратное напряжение. Напротив, в приборах, основанных на явлениях в сильных полях (туннельных диодах и приборах, основанных на лавинном эффекте), p - n переход должен быть тонким *).

В поликристаллических образцах также очень часто сопротивление прослоек между зернами бывает во много раз больше сопротивлений самих зерен. Размеры зерен обычно колеблются в пределах от 10^{-2} до 1 мм, а толщина прослоек — в пределах 10^{-3} — 10^{-6} см. Следовательно, и в этом случае поле в прослойках может быть в 10 — 10^6 раз больше, чем поле, приложенное к образцу. На этом «усилении поля» основан целый ряд полупроводниковых приборов: действие нелинейных сопротивлений из карбида

*) Толщина p - n перехода также играет весьма существенную роль в его частотных характеристиках. Чем меньше она, тем больше емкость p - n перехода, что ухудшает его частотные характеристики; с другой стороны, при уменьшении толщины перехода уменьшается время пролета носителей, что весьма важно для работы на высоких частотах.

кремния и других материалов, фоточувствительных пленок из сернистого свинца и т. д.

После этого краткого отступления вернемся к влиянию поля на подвижность — проанализируем качественно, как это влияние зависит от механизма рассеяния носителей.

Рассеяние на тепловых колебаниях акустической ветви атомной решетки. Согласно формуле (5.53)

$$l \sim \varepsilon^r \quad (5.106)$$

и, следовательно,

$$u \sim \tau = \frac{l}{v} \sim \varepsilon^{r-\frac{1}{2}}. \quad (5.107)$$

В рассматриваемом нами случае $r=0$, следовательно,

$$u \sim \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \sim v^{-1}. \quad (5.108)$$

Согласно (5.102) в сильном поле $v = \sqrt{E}$, следовательно,

$$u \sim E^{-\frac{1}{2}}; \quad (5.109)$$

к этому же выводу пришел Л. Д. Ландау, исходя из строгого анализа.

Рассеяние на ионах примеси ($r=2$)

$$l \sim \varepsilon^2 \sim v^4 \text{ и } u \sim v^3. \quad (5.110)$$

Следовательно, в этом случае подвижность должна расти с ростом поля, что действительно наблюдалось в германии при температурах порядка 20°K и поле, приблизительно равном 100 в/см . Однако при дальнейшем росте поля подвижность начинала падать. Это странное на первый взгляд явление имеет простое качественное объяснение.

Действительно, при температурах, отличных от абсолютного нуля, наряду с примесным рассеянием имеет место рассеяние на тепловых колебаниях решетки, однако с понижением температуры интенсивность тепловых колебаний падает, одновременно с этим падает и средняя тепловая скорость электронов, а следовательно, соответственно растет эффективность рассеяния на ионах примеси, и при низких температурах это рассеяние начинает играть преобладающую роль. Поэтому при наличии ионов примеси темпе-

температурная зависимость подвижности в широком интервале температур имеет вид, схематически представленный на рис. 5.5. В области рассеяния на тепловых колебаниях решетки подвижность падает с ростом температуры по закону $\mu \sim T^{-\frac{3}{2}}$, при низких температурах преобладает рассеяние на ионах примеси и подвижность растет пропорционально $\mu \sim T^{\frac{3}{2}}$. При этом излом в зависимости подвижности от температуры проявляется при тем более высокой темпе-

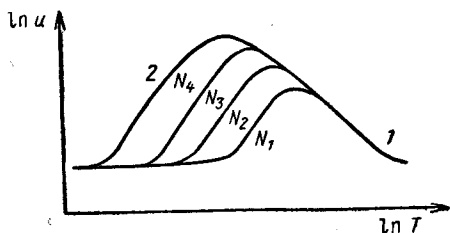


Рис. 5.5. Температурная зависимость подвижности для различного количества ионов примеси:

1 — область высоких температур (т. е. рассеяния на акустических тепловых колебаниях) $\mu \sim T^{-3/2}$; 2 — область низких температур рассеяния на ионах примеси.

ратуре, чем больше содержание ионов ($N_1 > N_2 > N_3 > N_4$). Наконец, при дальнейшем понижении температуры наступает вырождение: скорость электронов перестает зависеть от температуры и поэтому подвижность перестает зависеть от температуры и содержания примесей *).

Посмотрим теперь, что происходит в достаточно сильных полях, когда скорость электрона начинает увеличиваться с ростом поля. С этой точки зрения (т. е. в связи с ростом скорости электронов) увеличение поля эквивалентно росту температуры **). Поэтому эффективность рассеяния на ионах

*) Описанная выше (и представленная на рис. 5.5) картина, как уже упоминалось, схематична. В действительности по целому ряду причин наблюдаются отклонения от закона $l \sim e^2$, и все зависимости в связи с этим носят более сложный характер.

***) Когда $v \gg v_0$ и $1/2mv^2 \gg 3/2kT$, т. е. нарушается тепловое равновесие между электронами и решеткой, вводят температуру электронного газа $T_э$, определяемую условием $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT_э$.

Из сказанного выше следует, что температура электронного газа всегда выше температуры решетки (или равна ей).

падает и подвижность растет до тех пор, пока не начинает сказываться рассеяние на тепловых колебаниях решетки, после этого она начинает падать по закону $\mu \sim E^{-\frac{1}{2}}$. Поэтому зависимость подвижности от поля должна иметь вид, аналогичный температурным зависимостям подвижности (рис. 5.5). Эти закономерности, как мы уже упоминали, качественно подтвердились на германии при низких температурах.

Рассеяние на оптических колебаниях ионной решетки. При температурах ниже температуры Дебая

$$r = 1$$

и

$$\mu \sim \frac{l}{v} \sim v \sim E^{\frac{1}{2}}, \quad (5.111)$$

т. е. подвижность должна расти с увеличением поля; при температуре выше температуры Дебая $r = 1/2$ и подвижность не должна, если исходить из этих качественных соображений, зависеть от поля:

$$\mu \sim \frac{l}{v} \sim \frac{\frac{1}{\varepsilon^2}}{\frac{1}{\varepsilon^2}} = \text{const.} \quad (5.112)$$

Однако более строгий анализ, проведенный Б. И. Давыдовым [9], показал, что в этом случае в сильных полях (т. е. при росте v) нарушаются предпосылки, необходимые для правомерности выражения для подвижности (5.3а), и все выводы надо пересмотреть.

В заключение этого раздела уточним определение сильного поля. В действительности полевые приращения скорости Δv , входящие в неравенство (5.100) и равенство (5.102), разные. Дело в том, что большинство столкновений, которые испытывает электрон, почти упругие, а следовательно, при них скорость почти не меняется по абсолютной величине и требуется большое число таких столкновений, чтобы электрон пришел в тепловое равновесие с решеткой; поэтому добавка Δv к скорости электрона в стационарном состоянии, входящая в неравенство (5.100), много больше добавки, приобретаемой на *одной* длине свободного

пробега, определяемой соотношением (5.102), эту добавку мы обозначим Δv_1 .

Оценим отношение $\Delta v/\Delta v_1$ на примере столкновений электронов с ионами. В этом случае при одном столкновении электрон теряет следующую часть своей энергии [см. (5.22)]:

$$\Delta \bar{\varepsilon} \approx \frac{m}{M} \bar{\varepsilon}. \quad (5.113)$$

Следовательно, энергия электрона в электрическом поле будет возрастать до тех пор, пока потеря энергии при одном столкновении не будет равна энергии, приобретаемой за время одного свободного пробега. Таким образом, условие стационарности будет иметь вид

$$eE\bar{l} - \frac{m}{M} \bar{\varepsilon} = 0,$$

откуда

$$\bar{\varepsilon} = eEl \frac{M}{m} = eEl\alpha, \quad (5.114)$$

где

$$\alpha = M/m$$

и

$$\Delta v = \Delta v_1 \sqrt{\frac{M}{m}} = \Delta v_1 \sqrt{\alpha}.$$

Полагая $M = 10^4 m$, получаем

$$\Delta v = 100 \Delta v_1. \quad (5.115)$$

Согласно (5.115) явления в сильных полях могут начинаться тогда, когда приращение энергии электрона на длине свободного пробега в 10^4 раз меньше его средней тепловой энергии. Аналогичные оценки параметра α для рассеяния на тепловых колебаниях дают $\alpha = 100$; эта цифра ближе к истине, так как в сделанном выше расчете мы не учли тепловых колебаний, столкновения с которыми являются менее упругими и роль которых будет расти по мере роста энергии электрона.

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ НОСИТЕЛЕЙ

Существует несколько механизмов влияния поля на концентрацию носителей:

— электростатическая ионизация — за счет туннельного эффекта,

— термоэлектронная ионизация,

— ударная ионизация.

Рассмотрим каждое из этих явлений в отдельности.

Электростатическая ионизация. На рис. 5.6 представлена зонная структура беспримесного полупроводника при наличии сильного электрического поля; как видно

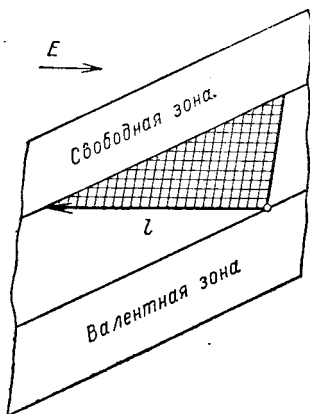


Рис. 5.6. Схема зонной диаграммы беспримесного полупроводника при наличии сильного поля, иллюстрирующая электростатическую ионизацию.

Заштрихована площадь барьера.

из рисунка, в этом случае возможен переход электрона из валентной зоны в свободную. Оценим вероятность такого перехода. Волновая функция зонного электрона $\psi = A e^{-2\pi i k x}$ может быть преобразована к виду, более удобному для оценки этой вероятности; для этого выразим волновое число k через энергию электрона:

$$k = \frac{p}{\hbar} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2Tm} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(\mathcal{E} - U)}, \quad (5.116)$$

и тогда

$$\psi = A \exp \left[\frac{2\pi i}{\hbar} \sqrt{2m(\mathcal{E} - U)} x \right], \quad (5.117)$$

где T — кинетическая; U — потенциальная и \mathcal{E} — полная энергия электрона.

Формула (5.117) показывает, что при попадании электрона в область отрицательной полной энергии, т. е. в область потенциального барьера, волновая функция начинает

затухать по закону

$$\psi(x) = A e^{-\alpha x},$$

где

$$\alpha = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2\Delta\mathcal{E}m}.$$

Здесь $\Delta\mathcal{E} = (U - \mathcal{E})$ — высота барьера; вероятность просачивания через барьер определяется соотношением

$$\omega \approx e^{-\int_0^l \alpha^2 dx}. \quad (5.118)$$

В рассматриваемом случае $\Delta\mathcal{E}_0$ — ширина запрещенной зоны, барьер имеет форму треугольника, основание которого l , как видно из рис. 5.6, определяется условием $eEl = \Delta\mathcal{E}_0$, откуда

$$\omega \approx \exp\left(-\frac{\pi^2 ma}{h^2} \frac{\Delta\mathcal{E}_0^2}{lE}\right). \quad (5.119)$$

Оценка по формуле (5.119) показывает, что при $\Delta\mathcal{E}_0 \approx 1$ эВ вероятность туннельного эффекта становится заметной при полях порядка 10^7 в/см.

При электростатической ионизации доноров вероятность туннельного эффекта значительно возрастает, так как при этом и высота, и ширина барьера становятся меньше; в данном случае этот эффект может быть замечен при полях порядка 10^6 в/см.

Еще более вероятен туннельный эффект на контакте полупроводника и металла, если при этом ширина барьера не увеличивается областью объемного заряда. На этом эффекте основано действие туннельных диодов (см. гл. 8).

Особенностью электростатической ионизации является тот факт, что ее вероятность не зависит от температуры; по этому признаку такой механизм ионизации можно отличить от двух других, к рассмотрению которых мы сейчас перейдем.

Термоэлектронная ионизация. На рис. 5.7 представлен энергетический спектр донорного примесного атома при наличии сильного электрического поля. Как видно из рисунка, в этом случае действие поля проявляется в двух аспектах: 1) появляется возможность безактивационного просачивания в зону проводимости путем туннельного эффекта (этот механизм мы рассмотрели выше) и 2) умень-

шается на величину ΔW энергия активации, необходимая для теплового заброса электрона в зону проводимости. Так как величина ΔW (как видно из рисунка) растет с ростом поля, то соответственно будет расти число электронов в свободной зоне и электропроводность. Этот механизм иони-

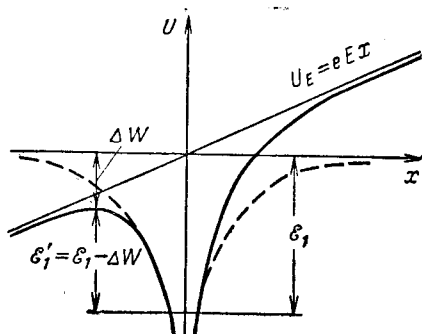


Рис. 5.7. Схема термоэлектронной ионизации.

зации называется термоэлектронным. Нетрудно оценить этот эффект количественно.

В отсутствие поля число электронов в зоне проводимости

$$n_0 = A e^{-\Delta \mathcal{E}_1 / 2kT}, \quad (5.120)$$

где A — коэффициент, слабо зависящий от температуры и $\Delta \mathcal{E}_1$ — энергия ионизации (активации) примесных атомов (см. рис. 5.7).

При наличии поля величина \mathcal{E}_1 снижается на ΔW и

$$\mathcal{E}'_1 = \mathcal{E}_1 - \Delta W, \quad (5.120a)$$

$$n = A e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}'_1}{2kT}} = n_0 e^{\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (5.121)$$

Величина ΔW численно равна потенциальной энергии электрона в той точке x_0 , где энергия достигает максимума (см. рис. 5.7).

Согласно рис. 5.7 при наличии поля ход потенциальной энергии вблизи примесного атома в направлении поля (x) будет выражаться соотношением

$$U = -\frac{e^2}{\kappa x} - eEx. \quad (5.122)$$

Высота потенциального барьера будет максимальна в точке x_0 , определяемой уравнением

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{x=x_0} = \frac{e^2}{x_0^2 \kappa} - eE = 0, \quad (5.123)$$

откуда

$$x_0 = \sqrt{\frac{e}{\kappa E}}. \quad (5.124)$$

Высота барьера в точке $x = x_0$

$$U(x)_{x=x_0} = \Delta W = -2e \sqrt{\frac{eE}{\kappa}}, \quad (5.125)$$

и, следовательно,

$$n = n_0 \exp \left(- \frac{e \sqrt{\frac{eE}{\kappa}}}{kT} \right). \quad (5.126)$$

Оценка n согласно формуле (5.126) показывает, что рост концентрации носителей за счет термоионной ионизации должен наблюдаться при относительно слабых полях, порядка 10^2 — 10^3 в/см, что в действительности не имеет места. Для того чтобы согласовать теорию Я. И. Френкеля (изложенную выше) с опытом, А. И. Губанов внес в нее два уточнения.

1. Если учесть экранировку заряда примесного атома свободными электронами, то ход потенциала вблизи него будет выражаться формулой

$$U = \frac{e^2}{\kappa x} e^{-\frac{x}{r_0}}, \quad (5.127)$$

где r_0 — радиус экранировки Дебая, равный

$$r_0 = \sqrt{\frac{\kappa kT}{8\pi n e^2}}. \quad (5.128)$$

Согласно (5.127) U быстрее стремится к нулю по мере роста r , чем без учета экранировки, и, следовательно, при наличии поля «горб» потенциала будет ближе к ядру и выше; поэтому эффект поля будет меньше.

2. Согласно развитой теории электрон каждый раз покидает примесный атом, когда его энергия достигает значения (5.120а).

В действительности это неточно, так как только в одной точке орбиты, x_0 , энергии электрона достаточно, чтобы

оторваться от примесного атома (во всех остальных точках орбиты высота потенциального барьера выше).

Для того чтобы электрон достиг этой точки, не растратив по пути свою энергию, приобретенную в поле, необходимо, чтобы длина орбиты была меньше длины свободного пробега электрона $2\pi x_0 < l$ или, более грубо,

$$l > x_0. \quad (5.129)$$

Учет этих двух поправок позволяет лучше согласовать изложенную выше теорию с опытом.

Согласно теории Я. И. Френкеля эффект поля должен экспоненциально расти с температурой.

Ударная ионизация. На рис. 5.8 схематически представлено движение электрона в зоне проводимости при наличии

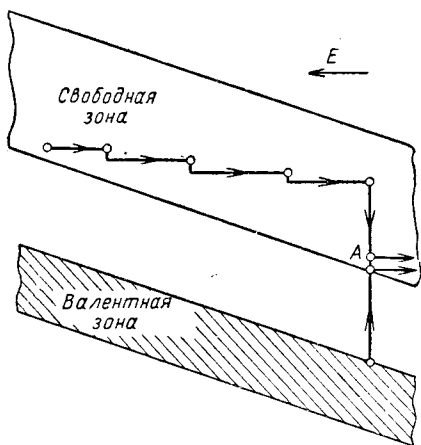


Рис. 5.8. Схема ударной ионизации.

сильного поля. Как видно из рис. 5.8, в точке А его кинетическая энергия становится достаточной для того, чтобы перебросить электрон из валентной зоны в свободную, после чего весь процесс может начаться сначала. Поля, при которых начинается ударная ионизация, можно грубо оценить согласно формуле (5.114)

$$aeEl = \Delta \mathcal{E}_0, \quad (5.130)$$

где $\Delta \mathcal{E}_0$ — ширина запрещенной зоны; недостатком формулы (5.130) является то, что в нее входит длина свободного пробега электрона, которая, как мы видели, сама зависит от поля.

Однако соотношение (5.130) правильно указывает, что вероятность ударной ионизации должна зависеть от l , т. е. от чистоты материала и от температуры, что действительно наблюдается на опыте. Теоретические оценки и опыт показывают, что ударная ионизация начинает играть существенную роль при полях 10^4 — 10^6 в/см.

Впервые предположение об ударной ионизации было высказано А. Ф. Иоффе для объяснения механизма пробоя твердых диэлектриков. Теория ударной ионизации была развита Фрейлихом, Гиппелем, Келдышем и др.

Существует два механизма ударной ионизации. Первый из них — *низковольтный*, т. е. такой, при котором электрон на одной длине свободного пробега приобретает лишь незначительную энергию, но все же превышающую tu , которую он теряет при соударении.

При этом накопление энергии электроном происходит постепенно и, так как при каждом или в результате небольшого числа столкновений электрон теряет направленную по полю составляющую скорости (v_x), она (т. е. направленная составляющая скорости) остается малой ($v_x \ll v$), а растет скорость хаотического движения, т. е. тепловая скорость. Таким образом, при этом нарушается тепловое равновесие между решеткой и электронным газом; последний приобретает свою собственную температуру, которая может значительно превосходить температуру решетки.

Так как в этом случае рост энергии электрона происходит постепенно, то такой пробой должен развиваться более эффективно в толстом слое (в противоположность туннельному эффекту). Эту закономерность подтвердил опыт: пробивное напряжение p - n перехода падает с ростом толщины запорного слоя.

Разумеется, эта закономерность наблюдается до определенного предела: если толщина слоя становится настолько большой, что все электроны, созданные полем, не успевают из него выйти, а рекомбинируют в нем, то критическое поле перестает зависеть от L .

Второй механизм ударной ионизации, в отличие от первого, можно условно назвать *высоковольтным*; в этом случае электрон уже на одной длине свободного пробега приобретает скорость, достаточную для вырывания другого электрона.

В этом случае становится велика направленная составляющая скорости v_x , а хаотическая скорость может оставаться близкой к нормальной, если напряженность поля такова, что он (электрон) при неупругом столкновении всю приобретенную скорость теряет.

Интересно отметить, что, хотя поле в этом случае больше, чем в первом, температура электронов может быть значительно ниже, так как начинает более эффективно действовать новый (неупругий) механизм столкновений.

В данном случае может наблюдаться периодический рост температуры электронов с ростом поля (так как она определяется разностью между энергией, приобретенной на длине свободного пробега, и потерей энергии при одном акте ионизации).

Отличие этого типа ионизации от рассмотренного выше заключается в том, что материал при этом сохраняет свой тип проводимости: в полупроводнике n -типа электрон ионизирует донорные уровни и образец остается электронным, в полупроводнике p -типа дырки забрасывают электроны из валентной зоны на примесные уровни и сохраняется дырочная проводимость.

В p - n переходе ионизация производится, как правило, и дырками и электронами и при каждом акте создается пара электрон — дырка.