

Выражение для термо-э. д. с. при тех же предположениях (один сорт носителей, параболическая зонная структура, степенная зависимость длины свободного пробега от энергии), но при произвольной степени вырождения имеет вид

$$\alpha = \frac{k}{e} \left[\frac{r+2}{r+1} \frac{F_{r+1}(\mu^*)}{F_r(\mu^*)} - \mu^* \right], \quad (6.19)$$

где $F_r(\mu^*)$, $F_{r+1}(\mu^*)$ — интегралы Ферми:

$$F_r(\mu^*) = \int_0^{\infty} \frac{x^r dx}{e^{x-\mu^*} + 1}. \quad (6.20)$$

В случае невырожденного электронного газа ($\mu^* < -2$) выражение (6.19) упрощается:

$$\alpha = \frac{k}{e} \left[r + 2 + \ln \frac{2(2\pi m k T)^{3/2}}{h^3 n} \right], \quad (6.21)$$

где m — эффективная масса плотности состояний; $m = N^{\frac{2}{3}} (m_1, m_2, m_3)^{\frac{1}{3}}$ (N — число эллипсоидов и m_1, m_2, m_3 — главные значения тензора эффективной массы)*.

В случае нескольких сортов носителей (электронов с различной эффективной массой или электронов и дырок) выражение для термо-э. д. с. принимает следующий вид:

$$\alpha = \frac{\sum \alpha_i \sigma_i}{\sum \sigma_i}, \quad (6.22)$$

где α_i — «парциальная» термо-э. д. с. для i -го сорта носителей, вычисленная согласно (6.19) или (6.21) с учетом знака носителей, и σ_i — соответствующая электропроводность.

6.3. УВЛЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ФОНОНАМИ

Относительно недавно был открыт еще один источник термо-э. д. с. — так называемый эффект увлечения электронов фононами. При низких температурах эта составляющая термо-э. д. с. может быть в десятки и сотни раз больше рассмотренных выше. Качественно это явление можно объяснить следующим образом. Если в твердом теле существует градиент температуры, то число фононов, движущихся от

*) Формула (6.21) была выведена впервые советским физиком Н. Л. Писаренко (1940 г.).

горячего конца к холодному, будет больше, чем в обратном направлении. При своем направленном движении фононы в результате столкновений с электронами будут увлекать за собой последние, и на холодном конце образца будет накапливаться отрицательный заряд (а на горячем — положительный) до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не уравнивает эффект увлечения. Эта разность потенциалов и представляет собой дополнительную термо-э. д. с. Наоборот, если в теле существует электрический (а не тепловой) ток, то электроны увлекают за собой фононы, чем вызывается дополнительный перенос тепла (эффект Пельтье). Впервые возможность существования такого эффекта в металлах в 1945 г. предсказал Л. Э. Гуревич. Он же указал на возможность существования такого эффекта в полупроводниках. В 1951 г. Г. Е. Пикус рассмотрел это явление в полупроводниках количественно и вывел формулу для дополнительной (возникающей вследствие увлечения электронов фононами) термо-э. д. с.:

$$\alpha_{\phi} = \frac{1}{3} \frac{k}{e} \frac{m\omega_{\phi}^2}{k} \frac{1}{T} \frac{\tau_{\phi}}{\tau_{\text{э}}}, \quad (6.23)$$

где ω_{ϕ} — скорость звука; τ_{ϕ} и $\tau_{\text{э}}$ — время релаксации фононов и электронов соответственно.

Величина $m\omega_{\phi}^2/k$ имеет размерность температуры, а именно, это та температура, при которой тепловая скорость электронов равна скорости фононов. Нетрудно убедиться в том, что эта величина приблизительно равна 1°K , $k/e = 90 \text{ мкв/град}$, следовательно,

$$\alpha_{\phi} \approx \frac{30}{T} \frac{\bar{\tau}_{\phi}}{\tau_{\text{э}}}. \quad (6.24)$$

Значение $\bar{\tau}_{\phi}$ можно получить из выражения для теплопроводности кристаллической решетки, если воспользоваться формулой Дебая для $\kappa_{\text{р}}$ (1.64)

$$\kappa_{\text{р}} = \frac{1}{3} C \bar{l}_{\phi} \omega_{\phi} = \frac{1}{3} C \omega_{\phi}^2 \bar{\tau}_{\phi}. \quad (6.25)$$

Значение $\bar{\tau}_{\text{э}}$ можно оценить, зная подвижность электронов $u = (e/m)\tau_{\text{э}}$.

Проведя этот анализ и убедившись в том, что $\bar{\tau}_{\phi}$ обычно не больше чем на порядок отличается от $\bar{\tau}_{\text{э}}$, Пикус пришел к выводу, что α_{ϕ} не может играть существенной роли.

Однако в 1953 г. Фредерикс и Гебалле, измеряя термо-электродвижущую силу германия, обнаружили, что при низких температурах она возрастает до значений, во много раз превосходящих предсказанные обычной теорией. В 1955 г. Хуллом и Гебалле было найдено, что в p -кремнии термо-э. д. с. достигает еще больших значений, порядка 50 мв/град . Теоретическое объяснение этих аномально больших значений было дано в 1958 г. Херрингом и Фредериксом на основе эффекта увлечения электронов фононами и формулы (6.23), впервые выведенной Пикусом.

Дело в том, что в (6.23) должно входить среднее время релаксации не для всех фононов, а для тех, которые могут взаимодействовать с электронами. Как было показано в гл. 5, из законов сохранения энергии и импульса при столкновении электронов с фононами следует, что волновой вектор фонона q должен удовлетворять неравенству

$$q < 2k,$$

где k — волновой вектор электрона.

Следовательно, длина волны таких фононов $\lambda \approx 1/q$ должна быть одного порядка или больше, чем длина волны электронов. Последняя при комнатной температуре достигает порядка 10^{-7} см , а при низких — соответственно возрастает. Отсюда следует, что в (6.23) должно входить время релаксации для фононов, длина волны которых во много раз превышает постоянную решетки. Херринг показал, что время релаксации для таких фононов $\tau_{\text{ф}}$ на несколько порядков больше, чем среднее время релаксации $\bar{\tau}_{\text{ф}}$, получаемое из анализа формулы (6.25) для теплопроводности, и, следовательно, будет значительно больше, чем ожидал Пикус.

Покажем, как на основании простых наглядных соображений можно вывести формулу (6.23). Если температура всего тела постоянна, то фононы движутся во всех возможных направлениях; распределение скоростей фононов по направлениям изотропно. Если же существует градиент температуры, то, как мы уже упоминали, число фононов, движущихся от горячего конца к холодному, становится больше, чем в обратном; мы можем сказать, что на беспорядочное движение фононов накладывается дрейф в тепловом поле (аналогично тому, как при наличии градиента потенциала на хаотическое движение электронов накладывается дрейф в электрическом поле).

Через скорость этого дрейфа ω_d и количество энергии, заключенное в единице объема, $\epsilon = CT$ (где C — теплоемкость) можно выразить поток тепла, переносимый фононами:

$$Q = \epsilon \omega_d = CT \omega_d, \quad (6.26)$$

с другой стороны,

$$Q = \kappa \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{3} C \omega_\phi l_\phi \frac{dT}{dx}. \quad (6.27)$$

Сравнивая эти две формулы, получаем

$$\omega_d = \frac{1}{3} \frac{\omega_\phi l_\phi}{T} \frac{dT}{dx}, \quad (6.28)$$

Если электроны взаимодействуют только с фононами (а не рассеиваются на каких-либо дефектах решетки), то они тоже приобретут скорость ω_d и будут накапливаться на холодном конце проводника до тех пор, пока возникшее вследствие этого электрическое поле E_ϕ не создаст скорость uE_ϕ , равную и противоположно направленную ω_d . Следовательно, в равновесии $uE_\phi = \omega_\phi$, откуда

$$E_\phi = \frac{1}{3} \frac{\omega_\phi l_\phi}{Tu} \frac{dT}{dx} \quad (6.28a)$$

и

$$\alpha_\phi = \frac{1}{3} \frac{\omega_\phi l_\phi}{Tu}. \quad (6.29)$$

Подставив в (6.29) $l_\phi = \tau_\phi \omega_\phi$ и $u = (e/m) \tau_\phi$, получим

$$\alpha_\phi = \frac{1}{3} \frac{k}{e} \frac{m \omega_\phi^2}{kT} \frac{\tau_\phi}{\tau_\theta} \quad (6.30)$$

в полном согласии с (6.23).

Разумеется, все рассуждения, приведенные выше, относятся к длинноволновым фононам, и соответствующее значение τ_ϕ следует подставить в (6.30).

При рассмотрении термоэлектрических явлений, связанных с взаимодействием электронов с фононами, также возможны два подхода: α -подход (т. е. вывод, проведенный нами выше) и π -подход. Покажем, что формулу (6.30) можно получить и вторым путем. Для этого предположим, что градиент температуры отсутствует, но существует

градиент потенциала. В этом случае электроны и фононы меняются местами: электроны, двигаясь в направлении градиента потенциала, увлекают за собой взаимодействующие с ними длинноволновые фононы и таким образом создают поток тепла, пропорциональный электрическому току (дополнительный эффект Пельтье). Подсчитаем этот поток тепла и, поделив его на ток, узнаем добавочный коэффициент Пельтье:

$$Q = \sum_q \varepsilon_q \omega_\Phi(q) = \bar{\omega}_\Phi^2 \sum hq = \bar{\omega}_\Phi^2 P_q, \quad (6.31)$$

где ε_q — энергия фононов; $\varepsilon_q = h\nu = hq\omega_\Phi$, и $P_q = \sum hq$ — полный импульс фононов, взаимодействующих с электронами.

При вычислении $\bar{\omega}_\Phi$ мы должны провести усреднение по всевозможным направлениям, поэтому $\bar{\omega}_\Phi^2 = 1/3 \omega_\Phi^2$; нам остается вычислить P_q . Для этого рассмотрим более детально механизм взаимодействия электронов с длинноволновыми фононами и длинноволновых фононов с коротковолновыми.

Электроны, ускоряясь в электрическом поле, приобретают за единицу времени импульс $\Delta p_a = eEn$ и при столкновениях передают этот импульс длинноволновым фононам, которые, получив этот импульс от электронов, теряют его при столкновениях с коротковолновыми фононами *). Следовательно, в стационарных условиях

$$\frac{dP_q}{dt} = eEn - \frac{P_q}{\tau_\Phi} = 0, \quad (6.32)$$

откуда $P_q = \tau_\Phi eEn$ и, так как

$$E = \frac{j}{eun}, \quad (6.33)$$

то $P_q = (\tau_\Phi / u) j$. Согласно (6.31)

$$Q = \frac{1}{3} \frac{\bar{\omega}_\Phi^2 \tau_\Phi}{u} j, \quad (6.34)$$

откуда

$$\Pi_\Phi = \frac{Q}{j} = \frac{1}{3} \frac{\bar{\omega}_\Phi^2 \tau_\Phi}{u} = \frac{1}{3} \frac{\omega_\Phi l_\Phi}{u} \quad (6.35)$$

*) Коротковолновые фононы, в свою очередь, отдают этот импульс кристаллической решетке.

$$\alpha_{\Phi} = \frac{\Pi_{\Phi}}{T} = \frac{1}{3} \frac{\omega_{\Phi} l_{\Phi}}{uT} \quad (6.36)$$

в полном согласии с (6.23) и (6.29).

6.4. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕРМО-Э. Д. С. ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ

Приведем несколько графиков, иллюстрирующих качественно концентрационную и температурную зависимости термо-э. д. с. На рис. 6.2 представлены качественно

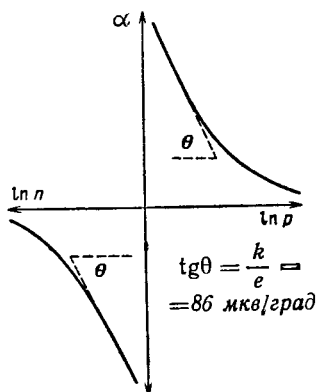


Рис. 6.2. Зависимость термо-э. д. с. от концентрации носителей.

в полулогарифмическом масштабе зависимости термо-э. д. с. от концентрации электронов (левая часть рисунка) или дырок (правая часть рисунка), соответствующие формуле (6.37):

$$\alpha_{p, n} = \pm \frac{k}{e} \left[\frac{r+2}{r+1} \frac{F_{r+1}(\mu^*)}{F_r(\mu^*)} - \mu^* \right], \quad (6.37)$$

где μ^* — приведенный химический потенциал — выражается через концентрацию носителей соотношением

$$n = \frac{4\pi(2mkT)^{3/2}}{h^3} F_{1/2}(\mu^*). \quad (6.38)$$

Рисунок построен для $r=0$ и $m=m_0$. При отсутствии вырождения ($\mu^* < -2$) оба выражения, (6.37) и (6.38),