7

ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ И ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

7.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Если проводник (или полупроводник), по которому протекает электрический ток или тепловой поток, поместить в магнитное поле, то в нем возникает ряд эффектов: уменьшается его электро- и теплопроводность, в направлении, перпендикулярном магнитному полю и току, возникает разность потенциалов и разность температур. Каждое из этих явлений имеет свое название (большей частью связанное с именем открывшего его ученого), а все они называются соответственно гальваномагнитными и термомагнитными явлениями.

Иными словами, гальваномагнитными явлениями называют явления, возникающие в проводниках первого рода *) при одновременном воздействии электрического и магнитного полей; термомагнитными явлениями называют эффекты, вызванные одновременным воздействием на проводник и магнитного, и температурного поля.

Рассмотрим коротко характер движения электрона при наличии электрического и магнитного поля, вначале каждого в отдельности, а затем при их одновременном действии на электрон. При этом мы будем рассматривать свободный электрон, т. е. влияние периодического поля учтем приближенно введением изотропной эффективной массы, а столкновениями на первых порах пренебрежем.

*) Т. е. в материалах, в которых ток переносится электронами. В проводниках второго рода, в которых ток переносится ионами, гальваномагнитные явления не обнаруживаются, по-видимому, потому, что скорости ионов и вследствие этого и магнитная составляющая силы Лоренца малы.

В постоянном электрическом поле на электрон действует сила

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} \tag{7.1}$$

и ускорение

$$\mathbf{w}_E = \frac{e}{m}\mathbf{E}. \tag{7.2}$$

Таким образом, скорость электрона изменяется по закону

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{w}_E t,$$

и в общем случае (если направление начальной скорости не совпадает с направлением поля) он движется по параболе

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{w}_E t^2}{2}. \tag{7.3}$$

В частном случае, если $v_0 = 0$ или $\mathbf{v}_0 \parallel \mathbf{E}$, эта парабола вырождается в прямую.

В магнитном поле на электрон действует сила

$$\mathbf{F}_H = \frac{e[\mathbf{vH}]}{c} \tag{7.4}$$

и ускорение

$$\mathbf{w}_H = \frac{e}{mc}[\mathbf{vH}]. \tag{7.5}$$

По абсолютной величине согласно (7.4)

$$|\mathbf{F}_H| = \frac{1}{c} evH \sin(\mathbf{vH}), \tag{7.6}$$

т. е. в том случае, когда $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$, то $\mathbf{F}_H = 0$; если $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$, то $\mathbf{F}_H = evH/c$. В общем случае скорость электрона можно разложить на две составляющие: параллельную и перпендикулярную полю $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}; \tag{7.7}$$

магнитная сила будет равна

$$|\mathbf{F}_H| = \frac{ev_{\perp}H}{c}. \tag{7.8}$$

По направлению сила $\mathbf{F}_H$ будет перпендикулярна $v_{\perp}$ и $v_{\parallel}$ и, меняя все время направление $v_{\perp}$ (но не воздействуя при этом на $v_{\parallel}$), заставит электрон двигаться по винтовой линии вдоль магнитного поля.

Рассмотрим случай, когда $v_{\parallel} = 0$. При этом электрон будет двигаться по окружности, радиус которой можно найти из условия равенства центробежной и центростремительной сил:

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{evH}{c}, \tag{7.9}$$

откуда

$$r=\frac{mvc}{eH}. \tag{7.10}$$

Так как все входящие в (7.10) величины постоянны, радиус траектории будет тоже постоянен; это и подтверждает, что электрон будет двигаться по окружности. Период обращения электронов согласно (7.10) равен

$$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi mc}{eH}, \tag{7.11}$$

угловая скорость

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{eH}{mc} \tag{7.12}$$

и число оборотов в 1 *сек*

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{eH}{2\pi mc}. \tag{7.13}$$

Как видно из (7.12) и (7.13), угловая скорость и число оборотов не будут зависеть от скорости электрона до тех пор, пока скорость не достигнет релятивистских значений, при которых масса начинает зависеть от скорости.

Перейдем к наиболее важному для нас случаю — к одновременному воздействию на электрон электрического и магнитного полей. Общая сила, действующая на электрический заряд e в электрическом поле E и магнитном поле H, выражается формулой

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_E+\mathbf{F}_H=e\left[\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{vH}]\right]. \tag{7.14}$$

Как мы уже упоминали, соотношение (7.14) было выведено немецким ученым Лоренцом, и $\mathbf{F}$ поэтому носит название силы Лоренца. Формула (7.14) лежит в основе расчета всех современных ускорителей (циклотрона, бетатрона, синхротрона), масс-спектрографов (т. е. приборов для разделения потока заряженных частиц по их массам), β-спектрометров (приборов для измерения энергий β-частиц). При этом особую роль играет то, что частота ω, входящая в (7.13), зависит только от магнитного поля и отношения e/m; на этой закономерности, в частности, основан метод исследования энергетического спектра электронов, названный методом циклотронного резонанса.

При одновременном воздействии электрического и магнитного полей скорость электрона уже не будет постоянной, и в общем случае он будет двигаться по весьма сложной траектории; поэтому мы остановимся лишь на относительно простых примерах, имеющих для нас наибольшее значение. Если электрическое и магнитное поля параллельны, то электрон движется так же, как при отсутствии электрического поля — по винтовой линии, с той лишь разницей, что его скорость вращения, как и в первом случае ($E = 0$), остается постоянной ($v_\perp = \text{const}$), а скорость поступательного движения ($v_{||}$) все время возрастает, поэтому соответственно возрастает и шаг винта. (Можно представить траекторию электрона как параболу, навитую на цилиндр.)

Если начальная скорость электрона равна нулю или параллельна магнитному полю, то эта винтовая линия (как и при $E = 0$) вырождается в прямую.

Этот сравнительно простой случай ($E \parallel H$) играет роль в гальвано- и термомагнитных явлениях лишь при наличии анизотропии эффективной массы или времени релаксации. При этих условиях он становится весьма сложным и выходит за пределы нашего рассмотрения. Поэтому мы перейдем к наиболее важному для нас случаю скрещенных (перпендикулярных) электрических и магнитных полей.

Рассмотрим эту ситуацию сначала качественно, причем положим для простоты начальную скорость электрона v_0 равной нулю, следовательно, в начальный момент и $F_H = 0$. Представим себе, что электрическое поле направлено по оси y (рис. 7.1), а магнитное — перпендикулярно плоскости чертежа. Тогда под действием электрического поля будет создаваться ускорение

$$w_y = eE_y/m,$$

и в первый момент электрон начнет двигаться равноускоренно вдоль оси y. Однако сразу же при этом возникнет магнитная сила

$$F_H = evH/c,$$

которая начнет отклонять электрон от первоначального направления движения.

В первый момент магнитная сила $\mathbf{F}_H \perp \mathbf{F}_E$ и поэтому не будет влиять на ускорение электрона, однако по мере возрастания скорости электрона будет возрастать и по мере искривления траектории, оставаясь перпендикулярной к скорости, будет раскладываться на две составляющие, одна из которых $(F_H)_y = ev_x H/c$ будет создавать ускорение, вычитающееся из ускорения электрического поля. Поэтому с некоторого момента T составляющая

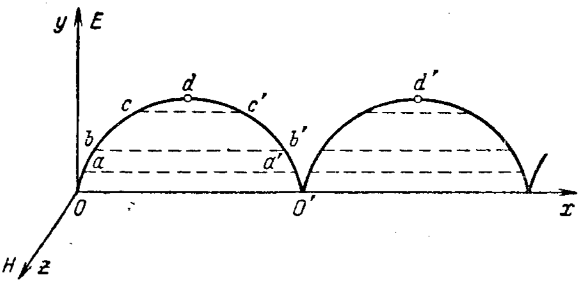

Рис. *7.1.* Траектория движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях.

скорости электрона по оси y начнет уменьшаться и в какой-то момент обратится в нуль (точка d на рис. 7.1). После этой точки электрон начнет двигаться по оси y в обратном направлении, приближаясь к оси x. При этом надо иметь в виду, что полная магнитная сила все время остается перпендикулярной полной скорости электрона и поэтому не может менять эту скорость, равную $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, а уменьшая одну составляющую, одновременно соответствующим образом увеличивает другую. Поэтому в каждый данный момент скорость электрона, как это следует из закона сохранения энергии, будет определяться работой сил электрического поля

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = e(\varphi_0 - \varphi) \tag{7.15}$$

или в рассматриваемом нами случае

$$\frac{mv^2}{2} = eEy. \tag{7.16}$$

Из (7.16) непосредственно следует, что скорости электрона в точках a и a', b и b' и c и c' (т. е. в точках, одинаково удаленных от оси x) будут одинаковы; следовательно, в точке o' скорость опять обратится в нуль, и после этого весь участок траектории $oabb'a'o'$ повторится, снова сдвинутый на величину oo' по оси x.

Для того чтобы найти траекторию электрона в аналитической форме, проинтегрируем его уравнение движения:

$$m\mathbf{w} = e\mathbf{E} + \frac{e\,[\mathbf{vH}]}{c} \tag{7.17}$$

или в координатной форме

$$m\ddot{x} = \frac{e\dot{y}H}{c}, \tag{7.18}$$

$$m\ddot{y} = eE - \frac{eH\dot{x}}{c}. \tag{7.19}$$

Обозначим $eE/m = w$ и $eH/cm = \omega = \frac{1}{T}$. Тогда (7.18), (7.19) перепишутся в виде

$$\ddot{x} = \omega\dot{y}, \tag{7.20}$$

$$\ddot{y} = w - \omega\dot{x}. \tag{7.21}$$

Интегрируя эти уравнения при начальных условиях $t = 0$, $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$, получаем:

$$\dot{x} = wT\left(1 - \cos\frac{t}{T}\right), \tag{7.22}$$

$$\dot{y} = wT\sin\frac{t}{T}, \tag{7.23}$$

$$x = wT^2\left(\frac{t}{T} - \sin\frac{t}{T}\right), \tag{7.24}$$

$$y = wT^2\left(1 - \cos\frac{t}{T}\right). \tag{7.25}$$

Уравнения (7.24) и (7.25) есть уравнения циклоиды (кривой, которую описывает точка, находящаяся на ободе катящегося колеса) в параметрической форме. Согласно (7.22) и (7.23) средняя скорость поступательного движения $v_y = 0$, $v_x = wT$, угловая скорость вращения $\omega = eH/mc$ и радиус

$$r = \frac{mvc}{eH}. \tag{7.26}$$

Мы предположили, что $v_0 = 0$; если бы мы не делали этого ограничения, то в зависимости от направления начальной скорости получили бы укороченную или удлиненную циклоиду.

Таким образом, полученное решение подтверждает тот парадоксальный на первый взгляд вывод, к которому мы пришли при качественном рассмотрении движения электрона: при наличии электрического поля на вращательное движение электрона накладывается равномерное поступательное, но в направлении, перпендикулярном к электрическому полю.

Прежде чем перейти непосредственно к изучению гальвано- и термомагнитных явлений, напомним классификацию слабых и сильных магнитных полей. Как уже упоминалось в гл. 1, слабыми называют такие магнитные поля, в которых радиус кривизны r [см. (7.26)] траектории электрона много больше его длины свободного пробега l:

$$r \gg l. \tag{7.27}$$

При этих условиях действие магнитного поля на электрон за время его свободного пробега будет относительно слабым; оно выразится в том, что траектория электрона незначительно искривится и направление его движения отклонится от первоначального на небольшой угол φ:

$$\varphi = \frac{l}{r}. \tag{7.28}$$

Но подвижность электрона u выражается через его длину свободного пробега формулой

$$u = \frac{e}{m} \frac{l}{v}.$$

Подставляя в (7.28) значение r из (7.26), получаем

$$\varphi = \frac{e}{m} \frac{l}{v} \frac{H}{c} \tag{7.29}$$

или

$$\varphi = \frac{uH}{c}. \tag{7.30}$$

Следовательно, неравенство (7.27), положенное нами в основу определения слабого поля, может быть заменено эквивалентным $\varphi \ll 1$ или

$$\frac{uH}{c} \ll 1. \qquad (7.31)$$

Последнее определение слабого поля (7.31) является наиболее удобным, так как в него входят величины u и H, непосредственно измеряемые на опыте.

Сильными магнитными полями мы называем такие поля, в которых выполняется неравенство, противоположное (7.31) или (7.27):

$$r \ll l \qquad (7.32)$$

или

$$\frac{uH}{c} \gg 1. \qquad (7.33)$$

В этом случае характер движения электрона существенно изменяется: в промежутке между столкновениями он уже движется не по почти прямолинейной траектории (как в случае слабых магнитных полей), а проходит ряд циклов либо винтовой линии, либо циклоиды, либо еще более сложной траектории.

Из сказанного выше следует, что деление на слабые и сильные поля не является абсолютным: при одном и том же значении поля для одного материала (с низкой подвижностью) может выполняться неравенство (7.31), а для другого (с большой подвижностью) — противоположное неравенство (7.33). Более того, для одного и того же материала при высоких температурах данное поле может быть слабым, а при низких температурах — сильным. Так, например, для чистого германия подвижность электронов составляет при комнатной температуре $u \approx$ ≈ 3000 *см²/в·сек*$\cdot 300 = 9 \cdot 10^5$ CGS (E). Поле напряженностью 10^4 *эрст* будет приблизительно удовлетворять неравенству (7.31):

$$\frac{uH}{c} = \frac{9 \cdot 10^5 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^{10}} < 1. \qquad (7.34)$$

При температуре 10° К подвижность для того же германия будет 10^4—10^5 *см²/в·сек*, и то же самое магнитное поле в 10^4 *эрст* мы должны будем считать сильным.

В дырочном германии имеются две зоны — зона легких и тяжелых дырок, подвижности которых отличаются при комнатной температуре примерно в 10 раз. Поэтому одно и то же поле может быть слабым для одного сорта дырок и сильным для другого.

Наряду с приведенными выше определениями сильных магнитных полей существует другое, основанное на изменениях, вносимых магнитным полем в спектр электрона (в то время как приведенное выше определение основано на кинетических эффектах).

Можно доказать строго (а мы здесь ограничимся качественными соображениями), что при наличии магнитного поля энергетический спектр электрона становится частично дискретным. Действительно, для свободного электрона кинетическая энергия

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2m_0}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2), \tag{7.35}$$

где волновые векторы k_x, k_y и k_z могут принимать любые значения.

Представим теперь, что электрон находится в магнитном поле, направленном по оси z. Тогда согласно сказанному выше электрон будет в плоскости xy совершать вращательное движение с частотой $\omega = eH/mc$, которое можно представить как сумму двух колебательных движений. Но, как мы видели выше, осциллятор может иметь не любые значения энергии, а лишь квантованные, кратные $h\omega$, это же следует отнести и к движению электрона в плоскости xy. Следовательно, при наличии магнитного поля энергия электрона может принимать значения

$$\varepsilon = h\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{h^2k_z^2}{2m}. \tag{7.36}$$

(Составляющая кинетической энергии по оси z может принимать по-прежнему любые значения.)

Такое радикальное изменение спектра сказывается на всех свойствах электронного газа, особенно четко это проявляется при вырождении. Так, если мы будем постепенно увеличивать магнитное поле (а следовательно, и ω) так, что через уровень Ферми будут последовательно проходить сгущения и разрежения плотности состояний, все свойства электронного газа, обусловленные плотностью состояний на поверхности Ферми, будут меняться периодически. Точно так же будут осциллировать и другие кинетические коэффициенты.

Целый ряд этих явлений получил свое название по имени открывших их ученых. Так, осцилляция магнитной восприимчивости названа эффектом де Гааза — Ван-Альфена, осцилляция электропроводности — эффектом Шубникова — де Гааза.

Теория для таких так называемых «квантующих полей» должна быть также радикально перестроена, так как кинетическое уравнение Больцмана в данном случае неприменимо. В самом деле, кинетическое уравнение (точнее, его левая часть) подразумевает непрерывное перемещение (дрейф) частиц в фазовом пространстве, а это невозможно при дискретных уровнях энергии и ограниченной (окружностью) траектории в обычном пространстве *).

Энергетический спектр электрона имеет дискретный вид для движения в плоскости xy до тех пор, пока средняя тепловая энергия меньше, чем расстояние $h\omega$ между дискретными уровнями, называемыми уровнями Ландау, т. е. до тех пор, пока

$$kT \ll h\omega = 2\mu H,$$

где $\mu = eh/2mc$ — магнетон Бора для электрона с эффективной массой m.

Если имеет место обратное неравенство $kT \gg h\omega$, то тепловое движение размывает всю картину и спектр электрона становится таким же, как в отсутствие магнитного поля.

Таким образом, мы имеем два критерия сильного поля: классический (7.33)

$$\frac{uH}{c} \gg 1 \tag{7.37}$$

и квантовый (7.37)

$$\frac{h\omega}{kT} \gg 1. \tag{7.37a}$$

Эти критерии неэквивалентны друг другу и по смыслу и по величине критического поля; первый (7.33) лишь означает, что траектория электрона претерпевает радикальные изменения, а второй (7.37) указывает на радикаль-

---

*) В действительности дискретное изменение энергии есть следствие ограниченности траектории. Условие стабильности любой замкнутой орбиты требует, чтобы на ней поместилось целое число волн: $2\pi r = n\lambda$, отсюда вытекают дискретные значения импульса и энергии.

ное изменение энергетического спектра *). Обычно критерию (7.37а) соответствуют более сильные поля или низкие температуры.

Объем и характер этой книги не позволяют остановиться более подробно на явлениях в квантующих магнитных полях; следующие разделы будут посвящены гальваномагнитным явлениям в слабых магнитных полях, а затем мы коротко остановимся на явлениях в сильных полях в классическом смысле.

Гальваномагнитные явления и соответствующие коэффициенты различают также по условиям теплообмена с окружающей средой; если теплообмен отсутствует, то коэффициенты называют адиабатическими, если образец поддерживается при постоянной температуре, то изотермическими. Мы здесь рассмотрим изотермические эффекты, так как выражения для соответствующих коэффициентов в этом случае значительно проще.

Все гальвано- и термомагнитные явления в слабых полях могут быть проанализированы строго и последовательно на основе решения кинетического уравнения с учетом магнитных членов (которые мы отбросили вначале). Мы начнем, однако, с качественного рассмотрения картины, а затем коротко воспроизведем математический анализ.

7.2. ЭФФЕКТ ХОЛЛА И ИЗМЕНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В первой главе мы получили приближенное выражение для э. д. с. Холла, исходя из тех соображений, что в стационарных условиях «холловская сила» eE_y должна уравновешивать магнитную силу evH/c:

$$eE_y = \frac{ev_xH}{c}. \tag{7.38}$$

В действительности этот ход рассуждений неправилен по крайней мере по двум причинам:

1) равенство (7.38) не может выполняться одновременно для всех электронов, имеющих скорости, различные и по величине и по направлению;

---

*) Точнее, для того чтобы спектр стал дискретным, необходимо выполнение обоих условий, так как если условие (7.37) не будет выполняться, то квантованный уровень будет размываться за счет столкновений.