эти потоки. В обоих случаях в направлении оси y, т. е. с одной грани на другую, текут равные электронные и дырочные токи, определяемые соотношением (7.82); весь этот ток генерируется на одной грани и рекомбинирует на другой, и, таким образом, можно подсчитать тепло, переносимое электронами и дырками в этом случае. Эффект Эттингсгаузена может, так же как и эффект Пельтье, быть использован для перекачки тепла, т. е. охлаждения, термостатирования, кондиционирования воздуха и т. д.

Эффекты Холла и Эттингсгаузена называются поперечными гальваномагнитными эффектами: разность потенциалов и разность температуры появляются в направлении, перпендикулярном направлению электрического тока.

7.4. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В заключение рассмотрим качественно эффект Холла и изменение сопротивления в сильных, в классическом смысле, магнитных полях, т. е. при

$$\frac{uH}{c} \gg 1. \tag{7.87}$$

Согласно (1.124) в этом случае холловское поле будет много больше исходного, и в первом приближении мы можем считать, что все поле направлено по «оси Холла», которую мы примем за ось x. Так как период прецессии электрона много меньше времени свободного пробега, то в первом приближении столкновениями мы также можем пренебречь и считать, что электроны движутся по циклоидам в направлении, перпендикулярном электрическому полю, т. е. в направлении y*). Таким образом, вырисовывается очень своеобразная картина — поле повернулось на 90° по отношению к первоначальному, но ток повернут на 90° по отношению к полю и поэтому течет в нужном направлении. Согласно (7.86) $v_y = (E_x/H)\,c$ и

$$j_y = ev_y n = \frac{eE_x cn}{H}. \tag{7.88}$$

По определению, постоянная Холла равна отношению э. д. с. Холла к плотности тока и магнитному полю.

*) Таким образом ось y будет теперь осью тока, а ось x — осью холловского поля; т. е. оси будут повернуты на 90° по отношению к их положению, рассмотренному ранее.

Согласно (7.88)

$$R_X = \frac{E_x}{Hj_y} = \frac{1}{enc}, \tag{7.89}$$

т. е. несмотря на то, что макроскопическая картина явлений кардинально изменилась, выражение для постоянной Холла осталось прежним.

В случае двух знаков носителей дырочный ток

$$j_p = \frac{epc}{H} E_x, \tag{7.90}$$

электронный ток

$$j_n = \frac{enc}{H} E_x. \tag{7.91}$$

При этом нетрудно убедиться, что оба тока направлены в одну и ту же сторону. Следовательно, результирующий ток

$$j_y = j_p - j_n = \frac{ec}{H} E_x (p - n) \tag{7.92}$$

и постоянная Холла

$$R_X = \frac{E_x}{j_y H} = \frac{1}{ec} \frac{1}{p - n}. \tag{7.93}$$

До сих пор мы совершенно не учитывали столкновений, считая, что все поле направлено по оси x, $E_y = 0$, а следовательно, удельная электропроводность $\sigma = j_y/E_y = \infty$. Для того чтобы получить конечную электропроводность, мы должны учесть столкновения. Сделаем это приближенно и получим поэтому приближенные формулы. Учтем, что поле по оси y не равно нулю, а согласно (1.124) $E_x = E_y \frac{uH}{c}$ (напомним, что оси теперь повернуты на 90°), откуда

$$E_y = E_x \frac{c}{uH} = E_x \frac{T}{\tau}. \tag{7.94 *}$$

Следовательно,

$$\sigma_y = \frac{j_y}{E_y} = \frac{encE_x uH}{HE_x c} = enu_H, \tag{7.95}$$

---

*) Соотношение (7.94) можно просто интерпретировать, если предположить, что после каждого столкновения электрон перескакивает на соседнюю циклоиду и $\Delta y = \Delta x \frac{T}{\tau}$, где $T = cm/eH$; все рассуждения здесь справедливы с точностью до коэффициента, поэтому множитель 2π в T мы опустим.

т. е. мы пришли к обычному выражению для электропроводности, и нам остается лишь выяснить, насколько подвижность в сильном магнитном поле меньше, чем в отсутствие поля. Если мы предположим, что подвижность электронов падает во столько же раз, во сколько увеличивается длина их пути, т. е. во сколько раз длина циклоиды больше отрезка oo', то получим

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_0}=\frac{\pi}{4}, \qquad (7.96)$$

где σ_H обозначена электропроводность в сильном магнитном поле. Строгая теория дает

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_0}=\frac{9\pi}{32}. \qquad (7.97)$$

При наличии двух знаков носителей картина значительно усложняется. Как мы уже упоминали, токи дырок и электронов текут в одну и ту же сторону и результирующий ток по оси y

$$j_y=j_p-j_n=\frac{ec}{H}E_x(p-n). \qquad (7.98)$$

Однако если учесть столкновения, то электронный и дырочный токи отклоняются в противоположные стороны и (так как заряды электронов и дырок противоположны) по оси будет протекать суммарный ток

$$j'_x=j_p^y\frac{T_p}{\tau_p}+j_n^y\frac{T_n}{\tau_n}=\frac{ec}{H}\left(\frac{pT_p}{\tau_p}+\frac{nT_n}{\tau_n}\right)E_x. \qquad (7.99)$$

Поле, направленное вдоль оси $y\,(E_y)$, будет создавать ток вдоль оси x:

$$j''_x=\frac{ec}{H}E_y(p-n). \qquad (7.100)$$

В стационарных условиях ток j''_x должен компенсировать ток j'_x:

$$\frac{ec}{H}\left(\frac{pT_p}{\tau_p}+\frac{nT_n}{\tau_n}\right)E_x=\frac{ec}{H}E_y(p-n), \qquad (7.100a)$$

откуда

$$E_y=\frac{1}{p-n}\left(\frac{pT_p}{\tau_p}+\frac{nT_n}{\tau_n}\right)E_x$$

или

$$E_y=\frac{cE_x}{eH(p-n)}\left[\frac{pm_p}{\tau_p}+\frac{nm_n}{\tau_n}\right]; \qquad (7.101)$$

с другой стороны,

$$j_y = \frac{ec}{H} E_x (p - n). \tag{7.102}$$

Согласно (7.101) и (7.102) находим удельное сопротивление ρ:

$$\rho = \frac{E_y}{j_y} = \frac{1}{e^2 (p-n)^2} \left[\frac{p m_p}{\tau_p} + \frac{n m_n}{\tau_n} \right]. \tag{7.103}$$

Выражение (7.103) можно также преобразовать к виду

$$\rho = \frac{1}{(p-n)^2} \left[\frac{p^2}{\sigma_p} + \frac{n^2}{\sigma_n} \right]. \tag{7.104}$$

При наличии одного знака носителей ($p = 0$ или $n = 0$) выражение (7.104) переходит в (7.95), при наличии двух знаков носителей сопротивление значительно возрастает; это является следствием уменьшения тока вдоль оси y (который в этом случае является разностью двух токов) и увеличения напряжения E_y.

Однако и в этом случае, как и при наличии одного знака носителей, сопротивление в магнитном поле не возрастает безгранично, а асимптотически приближается к предельному значению, выражаемому (7.104).

Иначе обстоит дело в области собственной проводимости. Очевидно, что выражения (7.103) и (7.104) в этом случае неприменимы, так как при $p = n$ они дают нулевой ток и бесконечное сопротивление вне зависимости от магнитного поля.

Все дело в том, что холловское поле в этом случае не образуется, так как дырочный ток вдоль оси

$$j_p^x = \frac{ec}{H} p E_y \tag{7.105}$$

и электронный

$$j_n^x = \frac{ec}{H} n E_y \tag{7.106}$$

текут в одну сторону и компенсируют друг друга.

Однако под действием столкновений они отклоняются в противоположные стороны и создают суммарный ток вдоль оси y:

$$j_y = j_p^x \frac{T_p}{\tau_p} + j_n^x \frac{T_n}{\tau_n} = E_y \frac{c^2}{H^2} n \left(\frac{m_p}{\tau_p} + \frac{m_n}{\tau_n} \right) \tag{7.107}$$

и

$$\sigma = \frac{j_y}{E_y} = \frac{c^2}{H^2} n \left(\frac{m_p}{\tau_p} + \frac{m_n}{\tau_n} \right). \tag{7.108}$$

Таким образом, в этом случае электропроводность неограниченно убывает ($\sim H^{-2}$) и, как это на первый взгляд ни парадоксально, обратно пропорциональна времени релаксации.

В действительности в этом нет ничего удивительного, так как ток вдоль оси y в этом случае возникает только в результате столкновений.

7.5. ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Рассмотрим примесный полупроводниковый образец, вдоль которого существует перепад температур (пока в отсутствие магнитного поля). Концентрация и скорости электронов на горячем конце больше, чем на холодном; поэтому поток электронов от горячего конца к холодному $j_{\text{гор}}$ больше, чем в обратном направлении $j_{\text{хол}}$, в результате чего возникает поле термо-э. д. с., тормозящее горячие электроны, ускоряющее холодные и уравнивающее эти потоки. Таким образом, в стационарном состоянии в разомкнутой цепи благодаря термо-э. д. с.

$$j_{\text{гор}} = j_{\text{хол}} = j_0. \tag{7.109}$$

Уменьшая энергию и поток горячих электронов и увеличивая энергию и поток холодных электронов, термо-э. д. с. уменьшает теплопроводность электронного газа [16], но, разумеется, не обращает ее в нуль — это противоречило бы второму началу термодинамики.

Таким образом, энергия электронов, идущих от горячего конца, остается больше и поток тепла вдоль образца будет равен

$$Q = \frac{1}{e}\left(j_{\text{гор}}\bar{\varepsilon}_{\text{гор}} - j_{\text{хол}}\bar{\varepsilon}_{\text{хол}}\right) = \frac{j_0}{e}\left(\bar{\varepsilon}_{\text{гор}} - \bar{\varepsilon}_{\text{хол}}\right) > 0. \tag{7.110}$$

Посмотрим теперь, что произойдет, если мы включим магнитное поле. Тогда электроны, движущиеся от горячего конца, будут отклоняться на одну боковую грань, и она будет нагреваться, а электроны, движущиеся от холодного конца, будут отклоняться на противоположную грань, и она будет охлаждаться. Это явление носит название эффекта Риги — Ледюка. Теория дает следующее выражение для поперечного градиента температуры в примесном невырожденном полупроводнике при простой