ДОПОЛНЕНИЕ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ОПТИКА

Предметом молекулярной оптики является выявление связи между молекулярной структурой вещества и его оптическими свойствами. Мы рассмотрим электро- и магнитооптику—разделы молекулярной оптики, в которых изучается влияние на оптические свойства вещества внешних электрического и магнитного полей. Эти разделы находят широкое практическое применение.

1Д. Электрооптика (эффект Керра)

Начнем с изучения явления, открытого в 1875 г. английским физиком *Дж. Керром.* Суть его состоит в том, что оптически изотропное вещество, будучи помещенным во внешнее электрическое поле, становится оптически анизотропным: оно ведет себя как одноосный кристалл, главная оптическая ось которого совпадает с направлением поля. Это означает, что в таком веществе наблюдается двойное лучепреломление, т. е. показатель преломления света оказывается зависящим от его поляризации.

Для объяснения этого явления рассмотрим так называемую *ячейку Керра*, т. е. диэлектрический образец, помещенный в поле заряженного конденсатора. В дальнейшем будем различать постоянное поле конденсатора с напряженностью $\mathbf{E}_0=(0, 0, E_0)$ и поле линейно поляризованной световой волны, распространяющейся поперек поля конденсатора. Обозначим электрическую напряженность поля волны $\mathscr{E}=(0, \mathscr{E}_y, \mathscr{E}_z)$.

Будем считать, что поляризационные свойства отдельных молекул вещества известны. Допустим, что молекула обладает постоянным собственным электрическим дипольным моментом $\mathbf{p}_0$ и, кроме того, под действием внешнего поля $\mathbf{E}_0$ она может приобретать индуцированный дипольный момент $\hat{\alpha}_0\cdot\mathbf{E}_0$, где $\hat{\alpha}_0$—симметричный тензор статической поляризуемости молекулы. Итак, полный дипольный момент молекулы равен [см. (58.1)]

$$\mathbf{p}=\mathbf{p}_0+\hat{\alpha}_0\cdot\mathbf{E}_0.$$

Чтобы вычислить поляризованность $\mathbf{P}$ вещества, нужно усреднить вектор $\mathbf{p}$ по всем возможным ориентациям молекул и умножить среднее на концентрацию N молекул. Вероятность той или иной ориентации молекулы можно определить, использовав распределение Больцмана (58.5):

$$\mathrm{d}W=Z^{-1}\exp(-\beta U)\,\mathrm{d}q, \tag{1Д.1}$$

где $\beta=(kT)^{-1}$. Чтобы воспользоваться формулой (1Д.1), вычислим в соответствии с (58.6) энергию U взаимодействия молекулы с электрическим полем $\mathbf{E}_0$:

$$U=-(\mathbf{p}_0\mathbf{E}_0)-\frac{1}{2}\mathbf{E}_0\cdot\hat{\alpha}_0\cdot\mathbf{E}_0. \tag{1Д.2}$$

Ориентацию молекулы относительно системы координат XYZ будем задавать с помощью углов Эйлера ϑ, φ, ψ, для чего введем систему координат *123*, жестко связанную с молекулой, а ее оси направим по главным осям тензора поляризуемости $\hat{\alpha}_0$. Будем, кроме того, предполагать, что вектор $\mathbf{p}_0$ совпадает с главной осью *3*, что обычно выполняется.

Для вычисления постоянной Z в (1Д.1) из условия нормировки

$$\int \mathrm{d}W = Z^{-1}\int \mathrm{d}\Omega \mathrm{e}^{-\beta U} = 1, \tag{1Д.3}$$

где $\mathrm{d}\Omega = \sin\vartheta\, \mathrm{d}\vartheta\, \mathrm{d}\varphi\, \mathrm{d}\psi$; $\vartheta \in [0, \pi]$, φ, $\psi \in [0, 2\pi]$, заметим, что обычно (для нормальной температуры) $\beta U \ll 1$, и поэтому, ограничившись членами не выше второго порядка по E_0, найдем с помощью (1Д.2)

$$\mathrm{e}^{-\beta U} \approx 1 + \beta(\mathbf{p}_0\mathbf{E}_0) + (\beta/2)\mathbf{E}_0 \cdot \hat{\alpha} \cdot \mathbf{E}_0 + (\beta^2/2)(\mathbf{p}_0\mathbf{E}_0)^2.$$

Интеграл в (1Д.3) сводится к сферическим средним:

$$\langle \cos(iz)\cos(kz)\rangle_\Omega = \delta_{ik}/3, \quad \langle \cos^4(iz)\rangle_\Omega = \frac{1}{5},$$

$$\langle \cos^2(iz)\cos^2(kz)\rangle_\Omega = \frac{1}{15}, \quad \langle \cos^2(iy)\cos^2(kz)\rangle_\Omega = \frac{2}{15}, \quad i \neq k, \tag{1Д.4}$$

где, например, (ix) — угол между главной осью i и осью координат X. Заметим, что в главных осях $\alpha_{0ij} = \alpha_{0i}\delta_{ij}$, и поэтому

$$\mathrm{e}^{-\beta U} \approx 1 + \beta E_0 p_0 \cos\vartheta + (\beta/2)E_0^2\alpha_{0i}\cos^2(iz) + (\beta^2/2)p_0^2E_0^2\cos^2\vartheta. \tag{1Д.5}$$

Подставляя (1Д.5) в (1Д.3) и учитывая (1Д.4), получаем

$$Z = 8\pi^2\left[1 + (\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0 + \beta p_0^2)\right].$$

Посмотрим как изменится напряженность $\mathscr{E}$ электрического поля световой волны при прохождении ею вещества. Пусть при $x=0$ она имеет вид

$$\mathscr{E}(x=0) = \mathscr{E}_0 \mathrm{e}^{-i\omega t} = (\mathscr{E}_{0z} + \mathscr{E}_{0y})\mathrm{e}^{-i\omega t}.$$

Под действием поля волны каждая молекула приобретет дополнительный дипольный момент $\boldsymbol{\pi}$, который можно определить, зная тензор $\hat{\alpha}(\omega) \equiv \hat{\alpha}$ поляризуемости молекулы в переменном поле частоты ω:

$$\boldsymbol{\pi} = \hat{\alpha} \cdot \mathscr{E}. \tag{1Д.6}$$

Усредняя вектор (1Д.6) по распределению (1Д.5), получим переменную часть поляризованности

$$\mathscr{P} = N\langle \boldsymbol{\pi}\rangle = N\langle \hat{\alpha} \cdot \mathscr{E}\rangle,$$

а используя связь $\mathscr{D} = \mathscr{E} + 4\pi\mathscr{P} = \hat{\varepsilon} \cdot \mathscr{E}$, найдем тензор $\hat{\varepsilon}$ диэлектрической проницаемости и с его помощью из волнового уравнения типа (61.23) вычислим возможные значения фазовой скорости световой волны в среде. Это и позволит построить картину поля при $x > 0$.

Приступим к осуществлению этой программы, сделав естественное допущение о совпадении главных осей тензоров поляризуемостей $\hat{\alpha}$ и $\hat{\alpha}_0$, т. е. приняв $\alpha_{ij} = \alpha_i\delta_{ij}$. Используя (1Д.6), находим

$$\langle \pi_z \rangle = \langle \alpha_{zz}\mathscr{E}_z + \alpha_{zy}\mathscr{E}_y \rangle.$$

В то же время по закону преобразования тензора [см. (1П.22)]

$$\alpha_{zz} = \alpha_i\cos^2(iz), \quad \alpha_{zy} = \alpha_i\cos(iz)\cos(iy).$$

С помощью (1Д.4) и (1Д.5) легко получить, что $\langle \cos(iz)\cos(iy)\rangle = 0$ и

$$3\langle \cos^2(iz)\rangle = \left[1 + (\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0 + \beta p_0^2)\right]^{-1} \times$$
$$\times \left\{1 + 0{,}1\beta E_0^2\left[2\alpha_{0i} + \mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0 + \beta p_0^2(1 + 2\delta_{i3})\right]\right\}.$$

Поэтому

$$3\langle\pi_z\rangle=\mathscr{E}_z\left[1+(\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2)\right]^{-1}\times$$
$$\times\left\{\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}+0{,}1\beta E_0^2\left[2\mathrm{Sp}\,(\hat{\alpha}\cdot\hat{\alpha}_0)+\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}\,\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2(2\alpha_3+\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})\right]\right\}.$$

Совершенно аналогично вычисляем

$$\langle\pi_y\rangle=\langle\alpha_{yy}\mathscr{E}_y+\alpha_{yz}\mathscr{E}_z\rangle=\alpha_i\mathscr{E}_y\langle\cos^2(iy)\rangle+\alpha_i\mathscr{E}_z\langle\cos(iy)\cos(iz)\rangle=\alpha_i\mathscr{E}_y<\cos^2(iy)\rangle.$$

Поскольку

$$3\langle\cos^2(iy)\rangle=\left[1+(\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2)\right]^{-1}\times$$
$$\times\left\{1+0{,}1\beta E_0^2\left[2\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0-\alpha_{0i}+\beta p_0^2(2-\delta_{i3})\right]\right\},$$

то получаем

$$3\langle\pi_y\rangle=\mathscr{E}_y\left[1+(\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2)\right]^{-1}\times$$
$$\times\left\{\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}+0{,}1\beta E_0^2\left[2\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}\,\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0-\mathrm{Sp}\,(\hat{\alpha}\cdot\hat{\alpha}_0)+\beta p_0^2(2\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}-\alpha_3)\right]\right\}.$$

Наконец, $\langle\pi_x\rangle=0$, и в итоге тензор $\hat{\varepsilon}$ оказывается диагональным, со следующими интересующими нас главными значениями: $\varepsilon_z=\varepsilon_+$, $\varepsilon_y=\varepsilon_-$, где положено

$$\varepsilon_\pm=1+(4\pi/3)N\left[1+(\beta/6)E_0^2(\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2)\right]^{-1}\times$$
$$\times\left\{\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}+0{,}1\beta E_0^2\left[2\mathrm{Sp}\,(\hat{\alpha}\cdot\hat{\alpha}_0)\pm\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}\,\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha}_0+\beta p_0^2(2\alpha_3+\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})\right]\right\}.$$

Предполагая поглощение малым, т. е. считая $\hat{\alpha}$ и $\hat{\alpha}_0$ действительными, определим показатели преломления для обыкновенного луча: $n_0=n_y=(\mu\varepsilon_y)^{1/2}$, и для необыкновенного: $n_e=n_z=(\mu\varepsilon_z)^{1/2}$. С их помощью вычислим волновые векторы $k_0=n_0\omega/c$ и $k_e=n_e\omega/c$, определяющие фазу волны в среде:

$$\mathscr{E}(x>0)=(\mathscr{E}_{0z}e^{ik_ex}+\mathscr{E}_{0y}e^{ik_0x})e^{-i\omega t}=$$
$$=\left[(\mathscr{E}_{0z}+\mathscr{E}_{0y})\cos\tau+i(\mathscr{E}_{0z}-\mathscr{E}_{0y})\sin\tau\right]e^{i\chi}, \tag{1Д.7}$$

где обозначено $\tau=(k_e-k_0)x/2$, $\chi=\omega t-(k_e+k_0)x/2$.

Если падающий свет поляризован под углом $\pi/4$ к $\mathbf{E}_0$, то $|\mathscr{E}_{0z}|=|\mathscr{E}_{0y}|$, и формула (1Д.7) описывает эллиптически поляризованный свет. В этом легко убедиться, заметив, что векторы $\mathscr{E}_{0z}\pm\mathscr{E}_{0y}$ ортогональны, а так как они входят в (1Д.7) со сдвигом фазы $\pi/2$, то их линейная комбинация как раз и определяет вектор $\mathscr{E}$, который при фиксированном x описывает с течением времени эллипс. Как видно из (1Д.7) , главные оси эллипса направлены вдоль векторов $\mathscr{E}_{0z}\pm\mathscr{E}_{0y}$, а полуоси равны $a=\mathscr{E}_0|\sin\tau|$, $b=\mathscr{E}_0|\cos\tau|$. В зависимости от значения угла φ свет будет лево- или правополяризованным. Это легко установить, взяв реальную часть в (1Д.7):

$$\mathrm{Re}\,\mathscr{E}(x>0)=(\mathscr{E}_{0z}+\mathscr{E}_{0y})\cos\tau\cos\chi+(\mathscr{E}_{0z}-\mathscr{E}_{0y})\sin\tau\sin\chi.$$

Отсюда видно, что свет будет правополяризованным, т. е. вектор $\mathscr{E}$ будет вращаться по правому винту вокруг оси X, если угол τ лежит в нечетных четвертях, и наоборот,— левополяризованным, если τ лежит в четных четвертях. В тех точках, где $\tau=\pi r/4$, $r=1,\ 2,\dots$, свет будет поляризованным по кругу, так как тогда $a=b$. Минимальное расстояние, которое должен пройти свет, чтобы сменить линейную поляризацию на круговую, определится равенством $\varphi=\pi/4$, откуда находим

$$x=\pi\left[2(k_e-k_0)\right]^{-1}=\pi c\left[2\omega(n_e-n_0)\right]^{-1}\equiv l_{\min}. \tag{1Д.8}$$

Таким образом, величина эффекта Керра определяется разностью показателей преломления $n_e - n_0 = \mu^{1/2}(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_y})$. Если ограничиться первым неисчезающим членом разложения по степеням E_0^2, то получим

$$n_e - n_0 = \mathscr{B}\lambda_0 E_0^2, \qquad (1Д.9)$$

где $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$ — длина световой волны в вакууме, а $\mathscr{B}$ — *постоянная Керра*, равная

$$\mathscr{B} = 0{,}1(\omega/c)(\mu/\varepsilon)^{1/2} N\beta\left[\operatorname{Sp}(\hat{\alpha}\cdot\hat{\alpha}_0) - \frac{1}{3}\operatorname{Sp}\hat{\alpha}\operatorname{Sp}\hat{\alpha}_0 + \beta p_0^2\left(\alpha_3 - \frac{1}{3}\operatorname{Sp}\hat{\alpha}\right)\right]. \qquad (1Д.10)$$

Здесь $\varepsilon = 1 - (4\pi N/3)\operatorname{Sp}\hat{\alpha}$ — диэлектрическая проницаемость при отсутствии поля $\mathbf{E}_0$. Подстановка (1Д.9) в (1Д.8) дает для минимального расстояния, на котором наблюдается круговая поляризация, выражение

$$l_{\min} = (4\mathscr{B}E_0^2)^{-1}.$$

Из формулы (1Д.10) следует, что эффект Керра проявляется только в веществах, молекулы которых обладают неизотропной поляризуемостью, когда $\alpha_{ij} \neq \alpha\delta_{ij}$. Действительно, иначе $3\alpha_3 = \operatorname{Sp}\hat{\alpha} = 3\alpha$ и, кроме того, $3\operatorname{Sp}(\hat{\alpha}\cdot\hat{\alpha}_0) = \operatorname{Sp}\hat{\alpha}\operatorname{Sp}\hat{\alpha}_0$, так что $\mathscr{B} = 0$. Заметим еще, что так как постоянная $\mathscr{B}$ пропорциональна концентрации N молекул, то эффект Керра в газах незначителен и наблюдается только в жидкостях и твердых телах, когда N велико.

На практике эффект Керра применяется для получения модулированного светового потока Пожалуй, одно из самых широких его применений — звуковое кино. Действительно, если за ячейкой Керра поставить анализатор света, то интенсивность света на выходе будет зависеть от угла τ поворота плоскости поляризации, т. е. в конечном итоге — от E_0^2. Поэтому, если напряжение на конденсаторе будет меняться, то точно так же будет меняться и световой поток. Фиксируя его на кинопленке, мы получим «световую запись» звука, синхронную с изображением. Прочитать эту запись, т. е восстановить зависимость можно с помощью обычного фотоэлемента.

2Д. Магнитооптика (эффекты Фарадея и Коттона — Мутона)

Выясним теперь, как влияет постоянное магнитное поле $\mathbf{B}_0$ на оптические свойства вещества. Здесь следует различать два эффекта. С одной стороны, внешнее магнитное поле влияет на магнитную восприимчивость молекул, приводя к магнитной анизотропии вещества. Этот эффект полностью аналогичен эффекту Керра, и поэтому мы не будем специально на нем останавливаться, отметив, что сильнее всего он проявляется в тех средах, молекулы которых обладают значительными магнитными моментами (ферромагнетики). У обычных же веществ наведенные магнитные моменты весьма малы, так как содержат множитель $v/c \ll 1$. Для упрощения анализа мы не будем учитывать магнитной анизотропии, полагая $\mu_{ij} = \mu\delta_{ij}$.

С другой стороны, магнитное поле оказывает непосредственное воздействие на атомные электроны (сила Лоренца), и именно это обстоятельство оказывается решающим во всех магнитооптических явлениях. В дальнейшем мы ограничимся простейшей осцилляторной моделью вещества (см. § 61), задавшись целью выяснить существо отмеченных явлений. При составлении уравнений движения атомных электронов нужно еще учесть, что напряженность $\mathscr{E}$ электрического поля световой волны отличается от напряженности $\mathscr{E}'$ поля, непосредственно действующего на атомные электроны (см. § 58). Обычно для напряженности действующего поля получается выражение $\mathscr{E}' = \mathscr{E} + \varkappa\mathscr{P}$, где $\mathscr{P}$ — переменная поляризованность среды, а $\varkappa \approx 4\pi N/3$ (как в методе Лоренца).

Наконец, при составлении уравнений движения электронов будем пренебрегать индукцией $\mathscr{B}$ слабого магнитного поля световой волны по сравнению с $\mathbf{B}_0$. С учетом всего сказанного запишем следующие уравнения движения (см. § 61):

$$\ddot{\mathbf{r}}+\gamma\dot{\mathbf{r}}+\omega_0^2\mathbf{r}=\frac{e}{m}\left(\mathscr{E}+\varkappa\mathscr{P}+\frac{1}{c}[\dot{\mathbf{r}}\mathbf{B}_0]\right). \tag{2Д.1}$$

Введем в (2Д.1) вместо $\mathbf{r}$ поляризованность $\mathscr{P}=Ne\mathbf{r}$:

$$\mathscr{P}(\omega_c^2-i\gamma\omega-\omega^2)=\frac{Ne^2}{m}\mathscr{E}-i\frac{e\omega}{mc}[\mathscr{P}\mathbf{B}_0]. \tag{2Д.2}$$

Здесь мы учли зависимость $\mathbf{r}$ от времени типа $e^{-i\omega t}$, а также ввели новую собственную частоту $\omega_c\equiv(\omega_0^2-Ne^2\varkappa/m)^{1/2}$.

Разрешив уравнение (2Д.2) относительно $\mathscr{P}$, выразим поляризованность и электрическую индукцию $\mathscr{D}=\mathscr{E}+4\pi\mathscr{P}$ через $\mathscr{E}$:

$$\mathscr{D}=\varepsilon\mathscr{E}+i\,[\mathbf{g}\mathscr{E}]-\zeta\mathbf{g}(\mathbf{g}\mathscr{E}), \tag{2Д.3}$$

где введены обозначения:

$$\varepsilon=1+\omega_п^2\Delta(\Delta^2-\Omega^2\omega^2)^{-1},\quad \Delta\equiv\omega_c^2-i\gamma\omega-\omega^2,$$

$$\mathbf{g}=\omega_п^2\omega\mathbf{\Omega}(\Delta^2-\Omega^2\omega^2)^{-1},\ \zeta=(\Delta^2-\Omega^2\omega^2)\,\omega_п^{-2}\,\Delta^{-1},$$

$$\mathbf{\Omega}=e\mathbf{B}_0/(mc),\ \Omega=|\mathbf{\Omega}|,\quad \omega_п^2=4\pi Ne^2/m.$$

Вектор $\mathbf{\Omega}$ представляет собой вектор угловой скорости вращения электрона в магнитном поле $\mathbf{B}_0$. Вектор $\mathbf{g}$ называется *вектором гирации*, так как член $i\,[\mathbf{g}\mathscr{E}]$ в (2Д.3) приводит к эффекту вращения плоскости поляризации света. Среда с уравнением состояния типа (2Д.3) называется *гиротропной.*

Рассмотрим теперь световую волну, распространяющуюся в направлении $\mathbf{s}$. Запишем для нее волновое уравнение (61.23):

$$\mathscr{D}=y^2[\mathscr{E}-\mathbf{s}(\mathbf{s}\mathscr{E})],\quad \mathbf{s}y\equiv\mu^{-1/2}(c/\omega)\,\mathbf{k},$$

которое с учетом (2Д.3) принимает вид

$$(\varepsilon-y^2)\mathscr{E}+i\,[\mathbf{g}\mathscr{E}]-\zeta\mathbf{g}(\mathbf{g}\mathscr{E})+y^2\mathbf{s}(\mathbf{s}\mathscr{E})=0. \tag{2Д.4}$$

Решения уравнения (2Д.4) дадут нам возможные типы волн, характеризующиеся определенными значениями y и волнового вектора $\mathbf{k}=\mathbf{s}k$. Умножая уравнение (2Д.4) скалярно и векторно на $\mathbf{g}$, исключим из него комбинации $[\mathbf{g}\mathscr{E}]$ и $(\mathbf{g}\mathscr{E})$:

$$\mathscr{E}[(\varepsilon-y^2)^2-g^2]+\mathbf{g}y^2(\mathbf{sg})(\mathbf{s}\mathscr{E})\,\frac{1-\zeta(\varepsilon-y^2)}{\zeta g^2+y^2-\varepsilon}+i\,[\mathbf{gs}]\,y^2(\mathbf{s}\mathscr{E})+\mathbf{s}y^2(\varepsilon-y^2)(\mathbf{s}\mathscr{E})=0. \tag{2Д.5}$$

Как вскоре выяснится, волны в такой среде могут быть поперечными только при распространении в определенных направлениях. Поэтому рассмотрим сначала общий случай, когда $(\mathbf{s}\mathscr{E})\neq0$. Умножим (2Д.5) скалярно на $\mathbf{s}$ и для величины $x=y^2-\varepsilon$ найдем уравнение

$$x^2[\zeta(\mathbf{sg})^2-\varepsilon]-x(1+\zeta\varepsilon)[\mathbf{gs}]^2+\varepsilon(\mathbf{sg})^2-\zeta g^4=0.$$

Его решение дает возможные значения y^2:

$$y_{1,2}^2=\varepsilon+\frac{1}{2}[\zeta(\mathbf{sg})^2-\varepsilon]^{-1}\{[\mathbf{sg}]^2(1+\zeta\varepsilon)\pm([\mathbf{sg}]^4(1+\zeta\varepsilon)^2+$$

$$+4[\varepsilon-\zeta(\mathbf{sg})^2][\varepsilon(\mathbf{sg})^2-\zeta g^4])^{1/2}\}. \tag{2Д.6}$$

Таким образом, в каждом возможном направлении могут распространяться две волны с разными фазовыми скоростями. Исследуем некоторые частные случаи подробнее. Начнем с *эффекта Фарадея*. В этом случае свет распространяется вдоль магнитного поля, т. е. $\mathbf{g}=\mathbf{s}g$, и из (2Д.6) получаем

$$y_{1,2}^2=\varepsilon\pm g. \tag{2Д.7}$$

Подставляя эти значения y^2 в уравнение (2Д.5), убеждаемся, что оно выполняется только при $(\mathbf{s}\mathscr{E})=0$, т. е для поперечных волн. Подстановка (2Д.7) в (2Д.4) дает соотношение

$$\mathscr{E}\pm \mathrm{i}\,[\mathbf{s}\mathscr{E}]=0, \tag{2Д.8}$$

из которого следует, что волны поляризованы по кругу. В самом деле, соотношение (2Д.8) означает, что две ортогональные проекции вектора $\mathscr{E}$ сдвинуты по фазе на $\pi/2$ и имеют равные амплитуды, т. е. конец вектора $\mathscr{E}$ описывает окружность. При этом корень $y_1=(\varepsilon+g)^{1/2}$ отвечает левополяризованной волне, а корень $y_2=(\varepsilon-g)^{1/2}$ — правополяризованной. Так как фазовая скорость обратно пропорциональна y, то правая волна опережает левую. Это приводит к тому, что для линейно поляризованного падающего света наблюдается вращение плоскости поляризации по правому винту при прохождении света через образец.

Физическую причину этого понять нетрудно: так как волна поперечна, то она вызывает колебания атомных электронов поперек $\mathbf{B}_0$, магнитное же поле закручивает электроны по правому винту (из-за отрицательности их заряда), что и приводит к повороту векторов поляризованности $\mathscr{P}=Ne\mathbf{r}$ и электрической напряженности $\mathscr{E}\sim\mathscr{P}$.

Получим формулу для угла φ поворота плоскости поляризации. Для этого примем, что $\mathbf{B}_0=(0,\,0,\,B_0)$ и в точке $z=0$ напряженность электрического поля волны имеет вид $\mathscr{E}(z=0)=\mathscr{E}_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$. Представим это поле в виде линейной комбинации левой и правой круговых волн:

$$\mathscr{E}_0\equiv\frac{1}{2}(\mathscr{E}_0-\mathrm{i}\,[\mathbf{s}\mathscr{E}_0])+\frac{1}{2}(\mathscr{E}_0+\mathrm{i}\,[\mathbf{s}\mathscr{E}_0]).$$

Поскольку волновые векторы $\mathbf{k}_{1,2}$ для круговых волн нам известны, то электрическое поле в среде при $z>0$ описывается вектором

$$\mathscr{E}=\frac{1}{2}(\mathscr{E}_0-\mathrm{i}\,[\mathbf{s}\mathscr{E}_0])\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t+\mathrm{i}k_1z}+\frac{1}{2}(\mathscr{E}_0+\mathrm{i}\,[\mathbf{s}\mathscr{E}_0])\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t+\mathrm{i}k_2z}=$$

$$=(\mathscr{E}_0\cos\varphi+[\mathbf{s}\mathscr{E}_0]\sin\varphi)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t+\mathrm{i}(k_1+k_2)z/2},$$

где $\varphi=(k_1-k_2)z/2$. Это линейно поляризованная волна, плоскость поляризации которой повернута относительно $\mathscr{E}_0$ на угол

$$\varphi=\mu^{1/2}\,\frac{\omega}{2c}(y_1-y_2)z=\mu^{1/2}\frac{\omega}{c}gz\left[(\varepsilon+g)^{1/2}+(\varepsilon-g)^{1/2}\right]^{-1}. \tag{2Д.9}$$

Ограничившись случаем малого поглощения ($\gamma\approx0$) и учитывая, что обычно $\Omega\ll\omega$ и $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\omega\ll\mathrm{d}\varepsilon/\mathrm{d}\omega$, в первом приближении по Ω из (2Д.9) получим *формулу Беккереля* для вращения плоскости поляризации:

$$\varphi\approx\Omega\,\frac{\omega}{2c}\,\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}\omega}z\equiv bB_0z, \tag{2Д.10}$$

где $b=(\mathrm{d}n_0/\mathrm{d}\omega)\,|e|\,\omega/(2mc^2)$ — *постоянная Верде́*, а n_0 — показатель преломления при $B_0=0$.

Фарадей, который впервые в 1845 г. наблюдал это явление и обнаружил закономерность (2Д.10), заставлял луч света проходить образец много раз, используя систему зеркал. Это приводило к многократному усилению эффекта, так как вращение плоскости поляризации не зависит от направления луча и происходит всегда по правому винту вокруг вектора $\mathbf{B}_0$.

Рассмотрим теперь случай, когда свет распространяется поперек вектора $\mathbf{B}_0$ индукции магнитного поля. Тогда $(\mathbf{gs})=0$ и соотношение (2Д.6) дает следующие значения y^2:

$$y_1^2=\varepsilon-g^2\zeta, \quad y_2^2=\varepsilon-g^2/\varepsilon.$$

Выясним свойства волн, отвечающих этим значениям. Из (2Д.4) для первой волны находим, что $(\mathbf{s}\mathscr{E})=[\mathbf{g}\mathscr{E}]=0$, т. е. она является поперечной и поляризованной вдоль вектора $\mathbf{B}_0$. Что касается второй волны, то из (2Д.4) заключаем, что $(\mathbf{g}\mathscr{E})=0$, но $(\mathbf{s}\mathscr{E})\neq 0$. Таким образом, она уже не является поперечной, но поляризована поперек магнитного поля.

Итак, значения $y_{1,2}$ отвечают волнам, распространяющимся поперек магнитного поля и поляризованным вдоль и поперек $\mathbf{B}_0$ соответственно. Так как показатель преломления $n=y\mu^{1/2}$, то из-за различия n_1 и n_2 будет наблюдаться двойное лучепреломление, полностью аналогичное явлению Керра [за исключением того, что, вообще говоря, $(\mathbf{s}\mathscr{E})\neq 0$]. Как и явление Керра, этот эффект квадратичен по B_0 и характеризуется разностью

$$n_1-n_2\approx -\frac{e^2\omega^2(\varepsilon_0-1)^3}{2m^2c^2\varepsilon_0^{3/2}\omega_\text{п}^4}\,\mu^{1/2}B_0^2\equiv \mathscr{K}B_0^2,$$

где $\mathscr{K}$ — *постоянная Коттона — Мутона*, названная по именам французских физиков, впервые наблюдавших в 1905 г. двойное лучепреломление света в замагниченном веществе.

В заключение попробуем нарисовать качественную картину распространения света в среде, помещенной в магнитное поле. Мы обнаружили, что при распространении света вдоль магнитного поля возникают две волны, поляризованные по кругу и имеющие разные показатели преломления, т. е. наблюдается двойное круговое лучепреломление. Однако при распространении света поперек магнитного поля поляризация остается линейной, т. е. наблюдается обычное двойное лучепреломление. Очевидно, что при распространении света в промежуточном направлении, когда $g^2>(\mathbf{gs})^2>0$, тоже возникнут две волны, но поляризация их будет уже эллиптической, т. е. будет наблюдаться двойное эллиптическое лучепреломление.