Согласно (4.6), магнитные заряды в свободном виде не существуют. В самом деле, взаимодействия электрических и магнитных зарядов тождественны. Поэтому можно применить теорему Гаусса (3.4) и к магнитному полю. Тогда магнитный поток Φ сквозь замкнутую поверхность S с учетом (1.7) равен

$$\Phi = \int_S (\mathbf{nB})\, \mathrm{d}S = 4\pi \sum_{i\in V} m_i = 0. \tag{4.7}$$

Отсюда по аналогии с (3.5) следует (4.6).

Из уравнения (4.7), выражающего факт неразделимости магнитных зарядов противоположных знаков, вытекает, что магнитные силовые линии всегда замкнуты. В связи с этим можно считать (4.6) справедливым не только для статических, но и для зависящих от времени магнитных полей $\mathbf{B}$. Что же касается закона Ампера (4.2), то (см. § 6) он нуждается в дальнейшем обобщении на нестационарный случай.

§ 5. ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ФАРАДЕЯ

Найдем теперь дифференциальную форму закона электромагнитной индукции Фарадея. Для этого воспользуемся формулировкой Максвелла (1.17) и ограничимся случаем неподвижных контуров (как учесть движение контура, мы установим в § 50). Так как, по определению, э. д. с. индукции в контуре C равна

$$\mathscr{E} = \oint_C (\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{l}), \tag{5.1}$$

то, применяя теорему Стокса, преобразуем (1.17) к виду

$$\oint_C (\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{l}) = \int_S (\mathbf{n}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E})\, \mathrm{d}S = -\frac{1}{c}\int_S \left(\mathbf{n}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \mathrm{d}S, \tag{5.2}$$

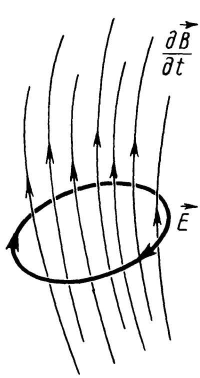

Рис. 5.1

где S — правоориентированная поверхность, натянутая на контур C. Ввиду произвольности S из (5.2) следует, что

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{5.3}$$

(*дифференциальная форма закона электромагнитной индукции Фарадея*).

Согласно (5.3), переменное магнитное поле $\mathbf{B}$ порождает в каждой точке пространства *вихревое электрическое поле* $\mathbf{E}$ (рис. 5.1) с отличной от нуля циркуляцией (5.1) (в противоположность потенциальному электростатическому полю, для которого $\mathscr{E}\equiv 0$, так как $\operatorname{rot}\mathbf{E}=0$). Взаимосвязь электрического и магнитного полей, выражаемая уравнением (5.3), позволяет рассматривать их как различные проявления *единого электромагнитного поля.*

Задача 5.1. *Показать, что уравнение* (4.6) *можно рассматривать как начальное условие, которому удовлетворяет магнитная индукция* **B**.

§ 6. ТОК СМЕЩЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ВАКУУМЕ

Уравнение (4.2) не может быть справедливым в нестационарном случае, поскольку из него следует, что $\operatorname{div}\mathbf{j}=0$, тогда как, согласно (2.7),

$$\operatorname{div}\mathbf{j}=-\partial\rho/\partial t.$$

Противоречие исчезает только в стационарном пределе, когда $\partial\rho/\partial t=0$. Поэтому уравнение (4.2) необходимо обобщить, добавив справа некоторый вектор, исчезающий в стационарном случае, т. е. вектор вида $\partial\mathbf{C}/\partial t$, названный Максвеллом *током смещения*:

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j}+\frac{\partial\mathbf{C}}{\partial t}\right). \tag{6.1}$$

Учитывая (2.7), получаем

$$\operatorname{div}(\partial\mathbf{C}/\partial t)=-\operatorname{div}\mathbf{j}=\partial\rho/\partial t,$$

или, согласно (3.5),

$$\operatorname{div}\left(4\pi\frac{\partial\mathbf{C}}{\partial t}-\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right)=0. \tag{6.2}$$

Самым общим решением (6.2) будет $4\pi(\partial\mathbf{C}/\partial t)=\partial\mathbf{E}/\partial t+\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}$ — произвольный вектор. Простейшее предположение $\operatorname{rot}\mathbf{a}=0$, сделанное Максвеллом, было обосновано им, пожалуй, лишь соображениями эстетического порядка*. В самом деле, в этом случае появляется некоторая симметрия основных уравнений, поскольку уравнение (6.1) приобретает вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \tag{6.3}$$

и внешне (при $\mathbf{j}=0$) становится похожим на уравнение (5.3). Конечно, справедливость уравнения (6.3) в конце концов обосновывается экспериментальным подтверждением вытекающих из него следствий.

---

* Памятная надпись, сделанная Дираком 3 октября 1956 г. на стене кабинета теоретической физики Московского государственного университета, гласит: «Physical law should have mathematical beauty», что означает: «Физический закон должен быть математически изящным».