воположность потенциальному электростатическому полю, для которого $\mathscr{E} \equiv 0$, так как $\mathrm{rot}\,\mathbf{E}=0$). Взаимосвязь электрического и магнитного полей, выражаемая уравнением (5.3), позволяет рассматривать их как различные проявления *единого электромагнитного поля.*

**Задача 5.1.** *Показать, что уравнение* (4.6) *можно рассматривать как начальное условие, которому удовлетворяет магнитная индукция* **B**.

## § 6. ТОК СМЕЩЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ВАКУУМЕ

Уравнение (4.2) не может быть справедливым в нестационарном случае, поскольку из него следует, что $\mathrm{div}\,\mathbf{j}=0$, тогда как, согласно (2.7),

$$\mathrm{div}\,\mathbf{j} = -\partial\rho/\partial t.$$

Противоречие исчезает только в стационарном пределе, когда $\partial\rho/\partial t=0$. Поэтому уравнение (4.2) необходимо обобщить, добавив справа некоторый вектор, исчезающий в стационарном случае, т. е. вектор вида $\partial\mathbf{C}/\partial t$, названный Максвеллом *током смещения*:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{C}}{\partial t}\right). \tag{6.1}$$

Учитывая (2.7), получаем

$$\mathrm{div}\,(\partial\mathbf{C}/\partial t) = -\mathrm{div}\,\mathbf{j} = \partial\rho/\partial t,$$

или, согласно (3.5),

$$\mathrm{div}\left(4\pi\frac{\partial\mathbf{C}}{\partial t} - \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0. \tag{6.2}$$

Самым общим решением (6.2) будет $4\pi(\partial\mathbf{C}/\partial t) = \partial\mathbf{E}/\partial t + \mathrm{rot}\,\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}$ — произвольный вектор. Простейшее предположение $\mathrm{rot}\,\mathbf{a}=0$, сделанное Максвеллом, было обосновано им, пожалуй, лишь соображениями эстетического порядка*. В самом деле, в этом случае появляется некоторая симметрия основных уравнений, поскольку уравнение (6.1) приобретает вид

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \tag{6.3}$$

и внешне (при $\mathbf{j}=0$) становится похожим на уравнение (5.3). Конечно, справедливость уравнения (6.3) в конце концов обосновывается экспериментальным подтверждением вытекающих из него следствий.

---

* Памятная надпись, сделанная Дираком 3 октября 1956 г. на стене кабинета теоретической физики Московского государственного университета, гласит: «Physical law should have mathematical beauty», что означает: «Физический закон должен быть математически изящным».

Итак, естественно сделать предположение, что в простейшем случае, когда электромагнитное поле возбуждается в вакууме заданными зарядами и токами, уравнениями для определения поля являются (3.5), (4.6), (5.3) и (6.3). Эта гипотеза была выдвинута Максвеллом, и вытекающие из нее следствия оказались в блестящем согласии с опытом. Система уравнений

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot}\mathbf{B}-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, &&\operatorname{rot}\mathbf{E}+\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=0,\\ &&\text{(I)}\qquad&&&&\text{(II)}\\ &\operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi\rho, &&\operatorname{div}\mathbf{B}=0 \end{aligned} \tag{6.4}$$

называется *уравнениями Максвелла* для электромагнитного поля в вакууме при наличии заданных зарядов и токов. Уравнения, содержащие источники $\rho$ и $\mathbf{j}$, обычно называют первой группой уравнений Максвелла, а уравнения, не содержащие $\rho$ и $\mathbf{j}$,— второй группой.

**Задача 6.1.** *Убедиться в непротиворечивости системы* (6.4), *доказав, что уравнение* (3.5) *можно рассматривать как начальное условие на поле* **E**.

Систему уравнений (6.4) можно записать и в *интегральной форме*, если воспользоваться теоремами Стокса и Гаусса — Остроградского:

$$\oint\limits_C(\mathbf{B}d\mathbf{l})=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_S(\mathbf{nE})\,dS+\frac{4\pi}{c}\int\limits_S(\mathbf{nj})\,dS,$$

$$\oint\limits_S(\mathbf{nE})\,dS=4\pi\int\limits_V\rho dV, \tag{6.5}$$

$$\oint\limits_C(\mathbf{E}d\mathbf{l})=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_S(\mathbf{nB})\,dS,\quad \oint\limits_S(\mathbf{nB})\,dS=0.$$

Выписанные уравнения выражают соответственно обобщенный закон Ампера, теорему Гаусса, закон электромагнитной индукции Фарадея и отсутствие магнитных зарядов*.

**Задача 6.2.** *Доказать следующие теоремы Дж. Дж. Томсона:* 1) *если электромагнитное поле порождается системой зарядов, движущихся с постоянной скоростью* $v<c$, *то*

$$\mathbf{B}=\frac{1}{c}[\mathbf{vE}]; \tag{6.6}$$

2) *если электромагнитное поле порождается системой постоянных токов, движущихся с постоянной скоростью* $v<c$, *то*

$$\mathbf{E}=\frac{1}{c}[\mathbf{Bv}]. \tag{6.7}$$

**Задача 6.3.** *В 1949 г. итальянский физик Э. Ферми предложил теорию ускорения космических лучей, предположив, что причиной ускорения заряженных частиц может быть их взаимодействие с блуждающими магнитными*

---

* Поверхность $S$ в (6.5) предполагается не изменяющейся со временем.

*«облаками», т. е. гигантскими скоплениями межзвездного газа, пронизанного магнитным полем. Обосновать механизм ускорения Ферми, пользуясь* (6.7).

## § 7. ДИЭЛЕКТРИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ

Переходя к наиболее общему случаю — описанию электромагнитного поля в веществе, мы сразу же сталкиваемся с серьезными трудностями. Сложность проблемы обусловлена тем, что, рассматривая реальное вещество, мы имеем дело с громадным количеством заряженных частиц, движение которых невозможно точно описать. Чтобы продвинуться в решении вопроса, приходится строить определенные модели вещества, делая при этом упрощающие предположения о поведении составляющих его частиц.

В первую очередь нас будет интересовать поведение в электромагнитном поле связанных зарядов и токов. В этом отношении наиболее просты в описании идеальные диэлектрики и магнетики.

Диэлектрик, как и любая другая макроскопическая среда, состоит из совокупности тесно связанных между собой положительных и отрицательных зарядов. В среднем диэлектрик электрически нейтрален, но под действием пронизывающего его электрического поля **E** положительные и отрицательные заряды смещаются в противоположные стороны, т. е. происходит *поляризация вещества.* Пользуясь только условием нейтральности, можно установить (см. задачу **2.2**), что возникшая при этом плотность связанного заряда $\rho^{\text{связ}}$ допускает представление

$$\rho^{\text{связ}} \equiv \rho_{\mathbf{P}} = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \tag{7.1}$$

где *поляризованность* **P** исчезает вне вещества. Попытаемся выяснить физический смысл вектора **P**.

Так как под действием поля **E** в каждой молекуле происходит смещение положительных зарядов $e_i^+$ относительно отрицательных $e_i^- = -e_i^+$, то молекулы поляризованного диэлектрика можно рассматривать как электрические диполи *с дипольными моментами* $\mathbf{p}_i = e_i^+ \mathbf{q}_i$, где $\mathbf{q}_i$ — смещение зарядов в молекуле (рис. 7.1). Сам же поляризованный диэлектрик макроскопически удобно представлять себе как совокупность двух взаимопроникающих сред, состоящих соответственно из положительных и отрицательных зарядов и смещенных одна относительно другой в каждой точке на некоторый вектор $\mathbf{q}(\mathbf{r})$. Если при $\mathbf{q}=0$ заряды компенсируют друг друга и результирующая плотность заряда равна

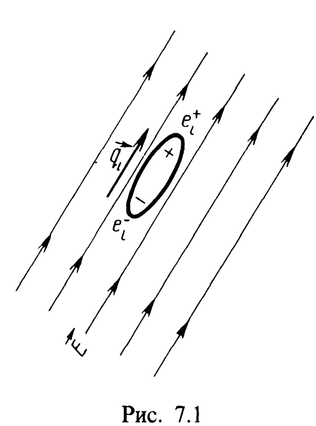

Рис. 7.1