

## § 7. ДИЭЛЕКТРИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ

Переходя к наиболее общему случаю — описанию электромагнитного поля в веществе, мы сразу же сталкиваемся с серьезными трудностями. Сложность проблемы обусловлена тем, что, рассматривая реальное вещество, мы имеем дело с громадным количеством заряженных частиц, движение которых невозможно точно описать. Чтобы продвинуться в решении вопроса, приходится строить определенные модели вещества, делая при этом упрощающие предположения о поведении составляющих его частиц.

В первую очередь нас будет интересовать поведение в электромагнитном поле связанных зарядов и токов. В этом отношении наиболее просты в описании идеальные диэлектрики и магнетики.

Диэлектрик, как и любая другая макроскопическая среда, состоит из совокупности тесно связанных между собой положительных и отрицательных зарядов. В среднем диэлектрик электрически нейтрален, но под действием пронизывающего его электрического поля  $\mathbf{E}$  положительные и отрицательные заряды смещаются в противоположные стороны, т. е. происходит *поляризация вещества*. Пользуясь только условием нейтральности, можно установить (см. задачу 2.2), что возникшая при этом плотность связанного заряда  $\rho^{\text{связ}}$  допускает представление

$$\rho^{\text{связ}} \equiv \rho_p = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \quad (7.1)$$

где *поляризованность*  $\mathbf{P}$  исчезает вне вещества. Попытаемся выяснить физический смысл вектора  $\mathbf{P}$ .

Так как под действием поля  $\mathbf{E}$  в каждой молекуле происходит смещение положительных зарядов  $e_i^+$  относительно отрицательных  $e_i^- = -e_i^+$ , то молекулы поляризованного диэлектрика можно рассматривать как электрические диполи с *дипольными моментами*  $\mathbf{p}_i = e_i^+ \mathbf{q}_i$ , где  $\mathbf{q}_i$  — смещение зарядов в молекуле (рис. 7.1). Сам же поляризованный диэлектрик макроскопически удобно представлять себе как совокупность двух взаимопроникающих сред, состоящих соответственно из положительных и отрицательных зарядов и смещенных одна относительно другой в каждой точке на некоторый вектор  $\mathbf{q}(\mathbf{r})$ . Если при  $\mathbf{q} = 0$  заряды компенсируют друг друга и результирующая плотность заряда равна

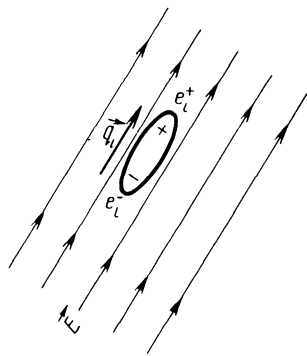


Рис. 7.1

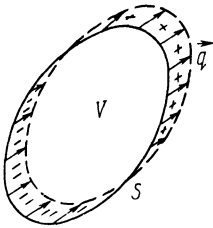


Рис. 7.2

нулю, то при  $\mathbf{q} \neq 0$  в неоднородном диэлектрике может появиться плотность связанного заряда  $\rho_p \neq 0$ .

Заметим, что смещение  $\mathbf{q}$  имеет порядок размера молекул и поэтому в макроскопической теории, где  $|\mathbf{q}| \ll \Delta V^{1/3}$ , может считаться бесконечно малым. В связи с этим результирующая плотность заряда  $\rho_p$ , возникающая вследствие смещения положительно заряженной среды на вектор  $\mathbf{q}^+$ , а отрицательно заряженной — на вектор  $\mathbf{q}^-$ , может быть найдена из формулы (2.8). Полагая в ней соответственно  $\delta \mathbf{r} = \mathbf{q}^\pm$  и  $\rho = \rho^\pm$ , получаем  $\delta \rho^\pm = -\text{div}(\rho^\pm \mathbf{q}^\pm)$ . Таким образом,

$$\rho_p = \delta \rho^+ + \delta \rho^- = -\text{div}(\rho^+ \mathbf{q}^+ + \rho^- \mathbf{q}^-) = -\text{div} \mathbf{P}, \quad (7.2)$$

откуда с учетом приближенного равенства  $\rho^+ \approx -\rho^-$  найдем (с точностью до ротора произвольного вектора)

$$\mathbf{P} = \rho^+ \mathbf{q}^+ + \rho^- \mathbf{q}^- \approx \rho^+ (\mathbf{q}^+ - \mathbf{q}^-) = \rho^+ \mathbf{q}. \quad (7.3)$$

Несмотря на малость  $\mathbf{q}$ , вектор  $\mathbf{P}$  далеко не мал из-за чрезвычайно высокой плотности  $\rho^+ \approx -\rho^-$ .

Заметим, что формула (7.2) допускает следующую очень наглядную иллюстрацию. Предположим, что смещение положительно заряженной среды\* на вектор  $\mathbf{q}^+ = \mathbf{q}$  произошло в некотором объеме  $V$  (рис. 7.2). Тогда ясно, что в этом объеме возникает заряд  $Q$ , равный убыли положительного заряда:

$$Q = -\oint_S (\mathbf{nq}) \rho^+ dS = -\int_V \text{div}(\rho^+ \mathbf{q}) dV,$$

что в точности соответствует (7.2).

**Задача 7.1.** Сопоставив (7.2) с (2.8) и (2.7), показать, что вектор  $\mathbf{q}$  может быть представлен в виде

$$\mathbf{q} = \sum_{i \in \Delta V} \mathbf{p}_i \Big/ \sum_{i \in \Delta V} e_i^+, \quad (7.4)$$

где суммирование ведется только по положительным зарядам.

С помощью (7.4) и (7.3) приведем поляризованность к виду

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} \mathbf{p}_i, \quad (7.5)$$

\* Заметим, что в реальном диэлектрике смещаются электроны, т. е. «отрицательно заряженная среда».

что позволяет интерпретировать ее как среднюю (макроскопическую) плотность дипольного момента вещества. Заметим, что только на основании условия нейтральности (2.10) дать такую интерпретацию вектору  $\mathbf{P}$  еще было нельзя (см. задачу 2.2).

Очевидно, что электрическое поле  $\mathbf{E}$  создается как свободными, так и связанными зарядами. Поэтому внутри диэлектрика уравнение (3.5) должно быть записано в виде

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi(\rho + \rho_p),$$

или с учетом (7.1)

$$\operatorname{div}(\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}) = 4\pi\rho.$$

Вводя обозначение

$$\mathbf{D} \equiv \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}, \quad (7.6)$$

получаем

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (7.7)$$

где  $\mathbf{D}$  — *электрическая индукция*. Она может быть интерпретирована как напряженность электрического поля, которое создавали бы свободные заряды плотностью  $\rho$  в вакууме.

В общем случае поляризованность  $\mathbf{P}$  может очень сложно зависеть от напряженности  $\mathbf{E}$  поля. Однако для большинства диэлектриков при не слишком большой напряженности эта зависимость линейная. В самом простом случае изотропного диэлектрика

$$\mathbf{P} = \kappa\mathbf{E}, \quad (7.8)$$

где  $\kappa$  — *коэффициент поляризации вещества*, или *диэлектрическая восприимчивость*. С учетом (7.8)

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi\kappa)\mathbf{E} \equiv \varepsilon\mathbf{E}, \quad (7.9)$$

где  $\varepsilon = 1 + 4\pi\kappa$  — *диэлектрическая проницаемость*. Нетрудно видеть, что это определение  $\varepsilon$  согласуется с (1.20). В самом деле, для всех простейших диэлектриков  $\kappa > 0$ . Поэтому  $\varepsilon > 1$  и  $D > E$ . Согласно (7.7), поле  $\mathbf{D}$ , создаваемое точечным зарядом  $e$ , совпадает с полем  $\mathbf{E}$ , создаваемым тем же зарядом в вакууме [см. (1.4)]. Следовательно, напряженность поля, создаваемого зарядом  $e$  в диэлектрике, в  $\varepsilon$  раз меньше напряженности поля, создаваемого тем же зарядом в вакууме. Поэтому закон Кулона в диэлектрической среде имеет вид

$$\mathbf{F}_{12}^{(e)} = e_1 e_2 \mathbf{r} / (\varepsilon r^3). \quad (7.10)$$

## § 8. МАГНЕТИКИ. НАМАГНИЧЕННОСТЬ

Магнетик, или намагничивающуюся среду, удобно описывать как совокупность элементарных внутримолекулярных токов