Предположим, что контур C_i^+ получается смещением из C_i^- (рис. 8.3). Тогда, поскольку геометрический момент замкнутой поверхности равен нулю, т. е.

$$\oint_S \mathbf{n}\,\mathrm{d}S = 0,$$

находим

$$\oint_{C_i^+} [\mathbf{q}_i \mathrm{d}\mathbf{l}] = \int_{S_i^+} \mathbf{n}_i^+ \mathrm{d}S + \int_{S_i} \mathbf{n}_i^- \mathrm{d}S \equiv \mathbf{S}_i^+ + \mathbf{S}_i^- .$$

Поэтому (8.6) с учетом равенства $I_i^+ = I_i^- \equiv I_i$ примет вид

$$\mathbf{M} = \frac{1}{c\Delta V} \sum_{i\in\Delta V} I_i^+ \left(\mathbf{S}_i^+ + \mathbf{S}_i^-\right) \equiv \frac{1}{c\Delta V} \sum_{i\in\Delta V} I_i \mathbf{S}_i,$$

что совпадает с (8.2).

Задача 8.2. *Показать, что плотность тока намагничения* (8.5) *не дает вклада в полный ток через какое-либо сечение образца.*

§ 9. УЧЕТ ТОКОВ НАМАГНИЧЕНИЯ И ПОЛЯРИЗАЦИИ

Если воспользоваться представлением (2.13) для плотности связанных токов $\mathbf{j}^{\text{связ}}$, то видно, что

$$\mathbf{j}^{\text{связ}} = \mathbf{j}_{\text{P}} + \mathbf{j}_{\text{M}}, \tag{9.1}$$

где $\mathbf{j}_{\text{M}} = c \operatorname{rot} \mathbf{M}$ — плотность тока намагничения, а $\mathbf{j}_{\text{P}}$ — дополнительная плотность тока, названная *плотностью тока поляризации*:

$$\mathbf{j}_{\text{P}} = \partial \mathbf{P} / \partial t. \tag{9.2}$$

Физический смысл этого тока проясняется, если воспользоваться представлением (7.5) для вектора $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{j}_{\text{P}} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i\in\Delta V} \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}_i}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i\in\Delta V} e_i^+ \frac{\mathrm{d}\mathbf{q}_i}{\mathrm{d}t}.$$

Очевидно, что плотность $\mathbf{j}_{\text{P}}$ тока связана с изменением относительного расположения зарядов в молекулах, чем и обусловлено ее название.

Если имеется намагниченная и поляризованная среда, то в уравнении (6.3), содержащем плотность тока $\mathbf{j}_{\text{полн}}$, необходимо учесть токи намагничения и поляризации. Очевидно, это уравнение следует записать в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \left(\mathbf{j} + \mathbf{j}_{\text{P}} + \mathbf{j}_{\text{M}}\right).$$

Используя (8.5) и (9.2), получаем

$$\operatorname{rot}(\mathbf{B}-4\pi\mathbf{M})-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P})=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \tag{9.3}$$

Вводя обозначение

$$\mathbf{H}\equiv\mathbf{B}-4\pi\mathbf{M} \tag{9.4}$$

и замечая, что [см. (7.6)] $\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}\equiv\mathbf{D}$, приводим уравнение (9.3) к виду

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \tag{9.5}$$

где $\mathbf{H}$ — *вектор напряженности магнитного поля.*

Отметим, что в общем случае намагниченность $\mathbf{M}$ весьма сложно зависит от магнитной индукции $\mathbf{B}$. Это хорошо видно на примере ферромагнетиков. Однако существуют и такие магнетики, у которых для не очень сильных полей намагниченность пропорциональна магнитной индукции $\mathbf{B}$. К ним относится большинство диамагнетиков и парамагнетиков. Для них можно положить $\mathbf{M}=\alpha\mathbf{B}$, т. е. [см. (9.4)]

$$\mathbf{H}=(1-4\pi\alpha)\mathbf{B}=\mathbf{B}/\mu,$$

где $1/\mu=1-4\pi\alpha$. Эти линейные зависимости можно записать в виде

$$\mathbf{M}=\chi\mathbf{H}, \tag{9.6}$$

$$\mathbf{B}=(1+4\pi\chi)\mathbf{H}\equiv\mu\mathbf{H}, \tag{9.7}$$

где $\chi=\alpha\mu=(\mu-1)/(4\pi)$; $-\alpha=(\mu^{-1}-1)/(4\pi)$.

Исторически первоначально магнитное поле вводилось посредством закона Кулона для фиктивных магнитных зарядов, поэтому χ названа *магнитной восприимчивостью*, а μ — *магнитной проницаемостью**.

Как мы уже отмечали, существует два вида простейших магнетиков: диамагнетики и парамагнетики. Для диамагнетиков $0<\mu<1$, т. е. $-1/(4\pi)<\chi<0$ $(\alpha<0)$, а для парамагнетиков $\mu>1$, т. е. $\chi>0$ $(\alpha>0)$.

§ 10. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СРЕДЕ

Запишем уравнения Максвелла для электромагнитного поля в среде в виде

$$\left.\begin{aligned}&\operatorname{rot}\mathbf{H}-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\\&\operatorname{div}\mathbf{D}=4\pi\rho,\end{aligned}\right\}\ \text{(I)}\qquad\left.\begin{aligned}&\operatorname{rot}\mathbf{E}+\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=0,\\&\operatorname{div}\mathbf{B}=0,\end{aligned}\right\}\ \text{(II)} \tag{10.1}$$

* Однако ясно, что логичнее было бы, по аналогии с $\varkappa$ и ε для диэлектриков, назвать так соответственно $-\alpha$ и $1/\mu$, так как вектор $\mathbf{B}$, а не $\mathbf{H}$, служит для непосредственного описания магнитного поля.