

Проведенный анализ этой задачи обнаруживает ошибочность распространенного мнения, будто энергия переносится движущимися электронами вдоль провода с током. На самом деле она поступает в проводник из окружающего его пространства в виде энергии электромагнитного поля. При этом источником электромагнитной энергии, из которого она поступает в окружающее пространство, является область действия сторонней э. д. с. Таким образом, электромагнитная энергия переносится от источника тока к омическим сопротивлениям, где она превращается в теплоту, не по проводу, а в свободном пространстве*.

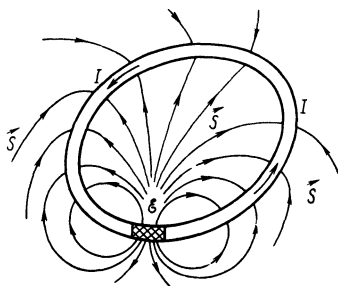


Рис. 36.2

Задача 36.1. Как изменятся результаты данного параграфа, если учесть, что на движущиеся в проводнике электроны кроме электрического поля \mathbf{E} действует также и магнитное поле тока?

§ 37. ПРОСТЕЙШАЯ МОДЕЛЬ ОМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

Электрический ток в проводящей среде образуется движущимися электронами и ионами. Следуя определению плотности тока

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} e_i \mathbf{v}_i$$

и считая для простоты, что носителями тока являются положительно заряженные ионы с зарядом e_+ и отрицательно заряженные электроны (или ионы) с зарядом e_- , находим

$$\mathbf{j} = \frac{e_+}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} \mathbf{v}_i^+ + \frac{e_-}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} \mathbf{v}_i^- \quad (37.1)$$

Вводя среднюю скорость зарядов

$$\mathbf{v}^\pm = \frac{1}{N_\pm \Delta V} \sum_{i \in \Delta V} \mathbf{v}_i^\pm,$$

где N_\pm — средняя концентрация частиц, имеем

$$\mathbf{j} = e_+ N_+ \mathbf{v}^+ + e_- N_- \mathbf{v}^- \quad (37.2)$$

При не слишком большой напряженности \mathbf{E} средняя скорость ионов линейно зависит от приложенного поля (закон Ома), т. е.

$$\mathbf{v}^\pm = \beta_\pm \mathbf{E}, \quad (37.3)$$

* При этом энергия поля передается сначала электронам в процессе их ускорения, а от них в результате столкновений — атомам.

где β_{\pm} — подвижность ионов. Ее физический смысл проясняется, если рассмотреть стационарное движение зарядов в проводнике под действием поля \mathbf{E} и эффективной силы трения — $\gamma\mathbf{v}$. Тогда из условия стационарности выводим:

$$\gamma\mathbf{v} = e\mathbf{E}, \quad \beta = e/\gamma, \quad (37.4)$$

т. е. подвижность β обратно пропорциональна коэффициенту трения γ .

С учетом (37.3) находим

$$\mathbf{j} = (N_+e_+\beta_+ + N_-e_-\beta_-)\mathbf{E} \equiv \sigma\mathbf{E},$$

откуда получаем выражение для удельной проводимости:

$$\sigma = N_+e_+\beta_+ + N_-e_-\beta_-. \quad (37.5)$$

Если носители тока ионизованы однократно, то $e_{\pm} = \pm e$ и

$$\sigma = e(N_+\beta_+ - N_-\beta_-),$$

или с учетом (37.4)

$$\sigma = e^2(N_+/\gamma_+ + N_-/\gamma_-). \quad (37.6)$$

Итак, удельная проводимость среды определяется средними концентрациями ионов N_{\pm} и их коэффициентами трения γ_{\pm} .

В металлах и твердых проводниках с электронным механизмом проводимости $\gamma_+ = \infty$ и (37.6) сводится к

$$\sigma = e^2N_-/\gamma_-. \quad (37.7)$$

Учтем теперь, что чаще всего проводники электрически нейтральны. Они не имеют свободного избыточного заряда, так как в среднем концентрация свободных зарядов N_- компенсируется зарядами кристаллической решетки: $N_- \approx N_+ \equiv N$. Если все же избыточный заряд ρ и имеется, то он обычно очень мал (см. задачу 36.1), т. е. можно положить $\rho = e(N_+ - N_-) \ll eN$ и считать

$$\sigma = \frac{e^2N}{\gamma} \left(1 - \frac{N - N_-}{N} \right) = \sigma_0 \left(1 - \frac{\rho}{eN} \right) \approx \sigma_0, \quad (37.8)$$

где $\sigma_0 = e^2N/\gamma$; $\gamma \equiv \gamma_-$. Таким образом, практически электропроводимость σ не зависит от ρ . В предыдущих параграфах мы использовали именно это предположение.

Согласно вышесказанному, для вычисления удельной проводимости σ нужно знать коэффициент трения γ . Одной из простейших моделей металлического проводника, позволяющей вычислить γ , является *электронная модель Друде*. В этой модели ионы кристаллической решетки считаются неподвижными, характер же движения электронов предполагается следующим. В промежутке между двумя последовательными столкновениями с ио-

нами решетки электроны ускоряются действующим электрическим полем E , однако в процессе столкновения вся приобретенная ими энергия теряется. Пусть l — средняя длина свободного пробега электрона, $v_0 = (3kT/m)^{1/2}$ — его тепловая скорость, $\tau = l/v_0$ — среднее время свободного пробега. Тогда средняя направленная скорость свободного движения электрона

$$\mathbf{u} = eE\tau/(2m), \quad (37.9)$$

откуда находим среднюю плотность тока:

$$\mathbf{j} = Ne\mathbf{u} = Ne^2\tau\mathbf{E}/(2m) = \sigma\mathbf{E}$$

и удельную проводимость:

$$\sigma = Ne^2\tau/(2m) = Ne^2l/(2mv_0) = Ne^2l/(2\sqrt{3mkT}). \quad (37.10)$$

Полученная оценка σ основывалась на предположении, что $\tau = l/v_0$, т. е. $u \ll v_0$ или $eEl \ll kT$. Очевидно, что модель Друде оказывается несостоятельной в области низких температур и сильных электрических полей.

В заключение рассмотрим один интересный эффект, связанный с предположением справедливости закона Ома $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. Если среда однородна и изотропна, т. е. обладает постоянными ε и σ , то из уравнений

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}; \quad \operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho/\varepsilon,$$

нетрудно получить, что

$$\partial\rho/\partial t + 4\pi\sigma\rho/\varepsilon = 0. \quad (37.11)$$

Очевидное решение этого уравнения:

$$\rho(t, \mathbf{r}) = \rho_0(\mathbf{r}) \exp(-4\pi\sigma t/\varepsilon), \quad (37.12)$$

где $\rho_0(\mathbf{r})$ — распределение заряда в момент $t=0$. Из этого решения следует, что в проводящей среде всякое локальное скопление заряда рассасывается за характерное время — *время релаксации*, равное

$$t^{\text{рел}} = \varepsilon/(4\pi\sigma). \quad (37.13)$$

Чем больше удельная проводимость среды, тем быстрее происходит рассасывание свободных зарядов, очевидной причиной которого является их кулоновское расталкивание.

Задача 37.1. Проинтегрировав соотношение (37.12) по всему пространству, получим

$$Q = \int \rho dV = \exp(-4\pi\sigma t/\varepsilon) \int \rho_0 dV = Q_0 \exp(-4\pi\sigma t/\varepsilon), \quad (37.14)$$

что представляется противоречащим закону сохранения заряда Q . Выяснить, в чем здесь дело.