потоке электромагнитной энергии (т. е. при потоке энергии к излучателю) и будет затрачивать работу на излучение при положительном среднем потоке. Но средний поток энергии положителен в случае использования запаздывающих потенциалов и отрицателен в случае опережающих (см. § 43). Второе начало запрещает отрицательный поток энергии от излучателя, поэтому можно считать опережающие потенциалы запрещаемыми вторым началом термодинамики.

§ 42. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ И МАГНИТНЫЙ ВЕКТОРЫ ГЕРЦА

Если система источников нейтральна, т. е. удовлетворяет условию

$$\int \rho \, dV = 0, \tag{42.1}$$

то (см. задачу **2.2**) закон сохранения заряда (41.1) будет тождественно выполнен, если ввести поляризованность **P** и намагниченность **M**, положив

$$\rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \quad \mathbf{j} = \partial \mathbf{P}/\partial t + c \operatorname{rot} \mathbf{M}. \tag{42.2}$$

В таком случае электромагнитные потенциалы φ и **A** могут быть найдены из уравнений

$$\Box \varphi = 4\pi \operatorname{div} \mathbf{P}, \quad \Box \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} - 4\pi \operatorname{rot} \mathbf{M}, \quad \operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0. \tag{42.3}$$

Чтобы выполнить условие Лоренца, удобно ввести электрический **П** и магнитный **Z** векторы Герца, сделав подстановку:

$$\varphi = -\operatorname{div} \mathbf{\Pi}, \quad \mathbf{A} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{\Pi}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathbf{Z}. \tag{42.4}$$

Тогда уравнения (42.3) приводятся к виду

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\Box \mathbf{\Pi} + 4\pi \mathbf{P}) + \operatorname{rot}(\Box \mathbf{Z} + 4\pi \mathbf{M}) = 0, \quad \operatorname{div}(\Box \mathbf{\Pi} + 4\pi \mathbf{P}) = 0. \tag{42.5}$$

Из второго уравнения следует, что

$$\Box \mathbf{\Pi} + 4\pi \mathbf{P} = \operatorname{rot} \mathbf{a},$$

где **a** — произвольный вектор. Тогда первое из уравнений (42.5) сводится к следующему:

$$\operatorname{rot}\left(\Box \mathbf{Z} + 4\pi \mathbf{M} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t}\right) = 0.$$

Из него, в свою очередь, вытекает, что

$$\Box \mathbf{Z} + 4\pi \mathbf{M} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} + \nabla \chi,$$

где χ — произвольный скаляр.

Воспользуемся теперь неоднозначностью векторов **P** и **M** (см. задачу **2.2**), замечая, что подстановка

$$\mathbf{P} \to \mathbf{P} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{a}, \quad \mathbf{M} \to \mathbf{M} - \frac{1}{4\pi} \nabla \chi + \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t}$$

не меняет источников ρ, **j** и полей, ими порождаемых. Поэтому без ограничения общности можно положить $\mathbf{a}=0$ и $\chi=0$. В результате уравнения для векторов Герца **П** и **Z** упростятся:

$$\Box\mathbf{\Pi}=-4\pi\mathbf{P},\quad \Box\mathbf{Z}=-4\pi\mathbf{M}. \tag{42.6}$$

Выбирая запаздывающее решение этих уравнений как наиболее соответствующее физической постановке задачи*, имеем

$$\mathbf{\Pi}(t,\mathbf{r})=\int\mathbf{P}\left(t-\frac{R}{c},\ \mathbf{r}'\right)\frac{\mathrm{d}V'}{R};$$
$$\mathbf{Z}(t,\mathbf{r})=\int\mathbf{M}\left(t-\frac{R}{c},\ \mathbf{r}'\right)\frac{\mathrm{d}V'}{R}. \tag{42.7}$$

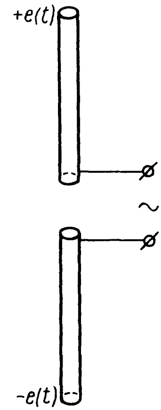

Рис. 43.1

Легко видеть, что в статическом пределе $(c\to\infty)$ формулы (42.7) переходят соответственно в (21.8) и (30.6), т. е. векторы **П** и **Z** переходят в соответствующие статические векторы Герца.

Используя решение (42.7), по формулам (42.4) нетрудно найти потенциалы φ, **A**, а затем **E** и **B**. Последние можно выразить непосредственно через векторы Герца:

$$\mathbf{E}=-4\pi\mathbf{P}+\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\mathbf{Z},\quad \mathbf{B}=\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{Z}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}. \tag{42.8}$$

§ 43. ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ВИБРАТОРОВ ГЕРЦА

В качестве полезного применения векторов Герца опишем электромагнитное поле, создаваемое изменяющимся во времени дипольным моментом $\mathbf{p}(t)$. Конкретной реализацией такого переменного диполя может служить, например, поляризованная молекула с переменным расстоянием $l(t)$ между ее разделенными зарядами или простейшая антенна — *электрический вибратор Герца*, длина которого l постоянна, а заряд отдельного полюса изменяется со временем (рис. 43.1). Если рассматривать поле вибратора на расстоянии $r\gg l$, то его можно считать сосредоточенным диполем и положить $\mathbf{P}=\mathbf{p}(t)\delta(\mathbf{r})$, $\mathbf{M}=0$. Тогда из (42.7) находим векторы Герца:

$$\mathbf{\Pi}=\frac{1}{r}\mathbf{p}\left(t-\frac{r}{c}\right),\quad \mathbf{Z}=0. \tag{43.1}$$

---

* Предполагается, что векторы **P** и **M** изменяются со временем лишь начиная с некоторого момента времени t_0.