

Замечая, что $(\mathbf{B}_0 \nabla) \mathbf{b} = (\mathbf{B}_0 \mathbf{s})(\mathbf{s} \nabla) \mathbf{b}$, из (54.18) находим *скорость распространения волн Альвеена*:

$$v_A = (\mathbf{B}_0 \mathbf{s}) / \sqrt{4\pi\tau} = \cos \vartheta B_0 / \sqrt{4\pi\tau}, \quad (54.19)$$

где ϑ — угол между направлением распространения волны и вектором индукции \mathbf{B}_0 . Таким образом, скорость волн, распространяющихся вдоль линий индукции магнитного поля, оказывается максимальной и равной $B_0 / \sqrt{4\pi\tau}$. Особенность волн Альвеена состоит в том, что они поперечны и могут иметь как угодно большую амплитуду, так как нигде в процессе вывода не делалось предположения о ее малости.

Если же не пренебрегать магнитной вязкостью, то волны Альвеена должны затухать. Так, рассматривая монохроматическую волну вида

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_0 \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r}) - i\omega t],$$

из (54.17) получаем дисперсионное уравнение

$$[\omega - (\mathbf{k}\mathbf{u}_0)]^2 - (\mathbf{B}_0 \mathbf{k})^2 / (4\pi\tau) + i\nu_m k^2 [\omega - (\mathbf{k}\mathbf{u}_0)] = 0. \quad (54.20)$$

Полагая $\omega = \omega' + i\omega''$, $\omega'' \ll \omega'$, из (54.20) находим

$$\omega' \approx (\mathbf{k}\mathbf{u}_0) \pm (\mathbf{k}\mathbf{B}_0) / \sqrt{4\pi\tau}, \quad \omega'' \approx -\nu_m k^2 / 2, \quad (54.21)$$

что соответствует волне Альвеена, амплитуда которой затухает по закону

$$b \sim \exp(-\nu_m k^2 t / 2). \quad (54.22)$$

Задача 54.3. Во многих астрофизических исследованиях делается гипотеза о существовании в космическом пространстве бессильных магнитных полей \mathbf{B} , обращающих в нуль силу Лоренца и поэтому не нарушающих равновесия среды. Бессильное поле подчиняется уравнению

$$\text{rot } \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}, \quad (54.23)$$

где α — некоторая постоянная. Найти общий вид бессильного поля и показать, что в пренебрежении магнитной вязкостью оно реализует минимум энергии магнитного поля в области, на границе которой поле стационарно.

§ 55. МАГНИТНАЯ КУМУЛЯЦИЯ

В 1952 г. была теоретически предсказана возможность генерации сверхсильных магнитных полей (десятки миллионов эрстед) при быстром пластическом обжатии проводящих оболочек, охватывающих магнитный поток. Достаточно быстрое обжатие оболочек предполагалось осуществить с помощью направленного (кумулятивного) взрыва. Впоследствии были сконструированы и практически реализованы специальные взрывомагнитные устройства, в которых сходящаяся взрывная ударная волна производила пластическое сжатие и деформацию проводящего цилиндра или

иною вида массивного контура, охватывающего магнитный поток*.

Открытое явление, получившее название *магнитной кумуляции* и основанное на действии закона электромагнитной индукции Фарадея, может осуществляться и в естественных условиях. Например, сверхсильные магнитные поля пульсаров, по-видимому, возникают в результате взрывоподобного сжатия (коллапса) звезд.

Чтобы понять суть магнитной кумуляции, рассмотрим некоторый деформируемый проводящий контур, имеющий сопротивление $R(t)$ и индуктивность $L(t)$. Тогда, по закону электромагнитной индукции,

$$\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt}(LI) = -RI = -\frac{R}{L}(LI), \quad (55.1)$$

откуда

$$LI = L_0 I_0 \exp(-t/\tau), \quad (55.2)$$

где $L_0 = L(0)$, $I_0 = I(0)$, τ — *эффективное время релаксации контура*:

$$\tau \equiv t \left(c^2 \int_0^t \frac{R(t)}{L(t)} dt \right)^{-1}. \quad (55.3)$$

Допустим теперь, что контур сжимается за время $t \ll \tau$. Тогда из (55.2) следует, что $LI \approx L_0 I_0$, т. е. магнитный поток Φ , связанный с контуром, практически не успевает измениться за время сжатия. Так как

$$\Phi = \int_S (\mathbf{nB}) dS \approx BS,$$

то при сжатии контура, когда уменьшается площадь охватываемой им поверхности S , должно происходить возрастание индукции магнитного поля:

$$B \approx B_0 S_0 / S. \quad (55.4)$$

В качестве проводящего контура возьмем медный цилиндр с начальным радиусом $r_0 = 5$ см, толщиной стенок $d_0 = 1$ см и некоторой высотой l , которая не войдет в окончательные расчетные формулы (рис. 55.1). Тогда сопротивление цилиндра вихревым токам, очевидно, равно

$$R \approx 2\pi r / (\sigma dl), \quad (55.5)$$

* См. работы: Терлецкий Я. П. ЖЭТФ, 1957. Т. 32. С. 387; Fowler C. M., Garn W. B., Caird R. S., J. Appl. Phys., 1960, v. 31, p. 588; Сахаров А. Д., Людаев Р. З., Смирнов Е. Н. и др. Докл. АН СССР, 1965. Т. 165. С. 65.

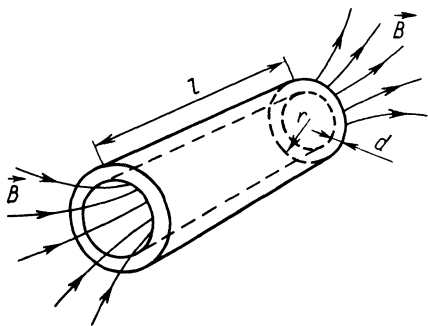


Рис. 55.1

если считать, что $d \ll r$. Оценивая индуктивность по формуле $L = 4\pi^2 r^2 / l$, находим

$$c^2 R/L = (2\pi \sigma r d)^{-1} c^2. \quad (55.6)$$

Так как при сжатии металла плотность его почти не меняется, то из постоянства объема цилиндра выводим, что $rd = \text{const}$ и отношение R/L также неизменно при сжатии цилиндра. В итоге время релаксации оказывается равным

$$\tau = 2\pi \sigma r_0 d_0 c^{-2} \approx 0,02 \text{ с}. \quad (55.7)$$

Отсюда видно, что единственный путь для осуществления сжатия медного цилиндра за время, гораздо меньшее вычисленного, — это использование кумулятивного взрыва. Только взрывная волна может обеспечить столь большие скорости пластической деформации металла и создать давление, способное противодействовать магнитному давлению $p_m = B^2 / (8\pi)$, оказываемому на проводящую среду магнитным полем (так, $p_m = 10^6$ атм при $B = 5 \cdot 10^6$ Гс).

Магнитная кумуляция представляет собой концентрированное превращение химической энергии взрывчатого вещества в энергию магнитного поля, создаваемого вихревыми токами, протекающими в сжимаемой взрывом проводящей оболочке. Соответствующий энергетический расчет элементарен:

1. Плотность силы, действующей на проводящую среду в магнитном поле, линии индукции которого почти прямолинейны, согласно (54.6) и (54.11), равна

$$\mathbf{f} = -\nabla p - [\mathbf{B} \text{ rot } \mathbf{B}] / (4\pi) \approx -\nabla(p + p_m).$$

2. Чтобы противодействовать магнитному давлению p_m , во взрывной волне должна быть сконцентрирована энергия с плотностью $w = p_m$. В частности, $w = 4 \cdot 10^{10}$ эрг/см³ при $B = 10^6$ Гс. Такую энергию можно высвободить при взрыве 1 г тринитротолуола.

Практическое применение магнитной кумуляции весьма многообразно:

а) создание компактных магнитно-кумулятивных ускорителей элементарных частиц на энергии свыше миллиарда электрон-вольт (хотя подобный ускоритель может быть использован всего один раз, стоимость получения импульса ускоренных частиц оказывается гораздо меньшей, чем в обычных стационарных ускорителях);

б) получение сверхвысокотемпературной плазмы при сжатии магнитного потока с «вмороженной» в него плазмой магнитно-кумулятивным способом (такая плазма может быть использована для осуществления управляемого термоядерного синтеза);

в) использование магнитной кумуляции для передачи сверхвысоких давлений на металлические поверхности и для разгона небольших металлических объектов до космических скоростей, что неосуществимо другими известными методами.