§ 59. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ НАМАГНИЧИВАНИЯ

Приступая к объяснению магнитных свойств вещества в рамках электронной теории, следует отметить, что строгая теория магнетизма может быть только квантовой. Тем не менее наглядные полуклассические представления электронной теории оказываются очень полезными для понимания физического механизма намагничивания. Нашей задачей будет вычисление намагниченности **M**, возникающей в магнетиках под влиянием внешнего магнитного поля **H**:

$$\mathbf{M}=\chi\mathbf{H}, \quad \chi=(\mu-1)/(4\pi), \tag{59.1}$$

причем, согласно (57.12),

$$\mathbf{M}=\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in\Delta V}\widetilde{\mathbf{m}_i(t)}, \tag{59.2}$$

где $\widetilde{\mathbf{m}_i(t)}$ — магнитные моменты отдельных молекул вещества, усредненные по времени. Замечая, что в плотность молекулярных токов основной вклад дают легкие электроны, а не тяжелые, почти неподвижные ядра атомов, магнитный момент отдельной молекулы можно представить в виде

$$\mathbf{m}_0=\mathbf{m}_c+\sum_i\frac{e}{2c}\left[r_i\mathbf{v}_i\right], \tag{59.3}$$

где $\mathbf{m}_c$ — сумма собственных магнитных моментов зарядов, составляющих молекулу; e — заряд электрона. Второе слагаемое в (59.3) обычно называют *орбитальным магнитным моментом* молекулы, поскольку он обусловлен движением молекулярных электронов [см. (57.12)]; вектор $\mathbf{m}_c$ называют *спиновым магнитным моментом.*

При вычислении намагниченности **M** мы будем различать *слабо-* и *сильномагнитные* вещества. В первом случае магнитным взаимодействием ближайших молекул можно пренебречь и считать индукцию $\mathbf{B}'$ действующего поля практически совпадающей со средней индукцией $\mathbf{B}=\langle\mathbf{b}\rangle$. К этому классу веществ относятся диа- и парамагнетики, обладающие малой магнитной восприимчивостью χ. В то же время в сильномагнитных веществах, к которым относятся, например, ферромагнетики*, магнитное взаимодействие ближайших молекул настолько велико, что именно оно в основном определяет индукцию действующего поля $B'\gg B$. Описание магнитных свойств сильномагнитных веществ требует дополнительной гипотезы о взаимосвязи индукций среднего и действующего полей и дано отдельно (см. § 60).

Итак, начнем с простейшего случая слабомагнитных сред. При помещении такой среды в магнитное поле **B** последнее

---

* Из других сильномагнитных веществ можно назвать еще антиферромагнетики и ферриты.

оказывает на нее двоякое воздействие. С одной стороны, магнитные моменты молекул будут стремиться повернуться вдоль вектора **B**, а с другой стороны, возникающие при включении поля вихревые молекулярные токи несколько изменят сами магнитные моменты молекул. Чтобы учесть этот эффект, заметим, что при включении магнитного поля **B** возникает вихревое электрическое поле напряженностью $\mathbf{E} = -c^{-1}\partial\mathbf{A}/\partial t$, которое разгоняет электроны, сообщая им дополнительный импульс

$$\mathbf{P}' = \int_0^t e\mathbf{E}\,\mathrm{d}t = -e\mathbf{A}/c. \tag{59.4}$$

Если поле **B** однородно, то $\mathbf{A} = [\mathbf{Br}]/2$ и поэтому дополнительный импульс (59.4) принимает вид

$$\mathbf{P}' = m_\mathrm{e}[\mathbf{\Omega r}], \tag{59.5}$$

где

$$\mathbf{\Omega} \equiv -e\mathbf{B}/(2m_\mathrm{e}c) \tag{59.6}$$

— *ларморова угловая скорость**.

Соотношение (59.5) составляет содержание знаменитой *теоремы Лармора* (1897), согласно которой при включении магнитного поля электроны в молекулах приобретают дополнительное вращение с угловой скоростью **Ω**.

Задача 59.1. *Показать, что* **Ω** *— вектор угловой скорости прецессии электронных орбит в магнитном поле, если произвести усреднение по быстрым движениям электронов в атомах.*

Для того чтобы учесть эффект ориентации магнитных моментов молекул в магнитном поле **B**, воспользуемся, как и в § 58, статистическим методом, т. е. запишем энергию взаимодействия молекулы с магнитным полем и произведем усреднение магнитного момента молекулы по распределению Больцмана (58.5). Принимая во внимание теорему Лармора и учитывая результат задачи **33.1**, согласно которому лагранжиан взаимодействия спинового магнитного момента $\mathbf{m}_c$ молекулы с индукцией **B** равен $(\mathbf{m}_c\mathbf{B})$, составим гамильтониан:

$$H = \sum_i \frac{1}{2m_\mathrm{e}}(\mathbf{P}_i + m_\mathrm{e}[\mathbf{\Omega r}_i])^2 - (\mathbf{m}_c\mathbf{B}), \tag{59.7}$$

где $\mathbf{P}_i$ — невозмущенные импульсы электронов. С учетом (59.6) и (59.3) это выражение можно преобразовать к виду

$$H = \sum_i \frac{1}{2m_\mathrm{e}}P_i^2 - (\mathbf{m}_0\mathbf{B}) + \frac{e^2}{8m_\mathrm{e}c^2}\sum_i[\mathbf{Br}_i]^2, \tag{59.8}$$

где $\mathbf{m}_0$ — невозмущенный магнитный момент молекулы. Возмущен-

* Здесь и в дальнейшем m_e — масса электрона.

ный магнитный момент, учитывающий ларморову прецессию, равен

$$\mathbf{m}=\mathbf{m}_0+\sum_i \frac{e}{2c}\left[\mathbf{r}_i\left[\mathbf{\Omega r}_i\right]\right]. \tag{59.9}$$

Из (59.8) легко получить энергию взаимодействия* молекулы с внешним магнитным полем $\mathbf{B}$:

$$U=-(\mathbf{m}_0\mathbf{B})+\frac{e^2}{8m_e c^2}\sum_i\left[\mathbf{B r}_i\right]^2, \tag{59.10}$$

которую мы используем при составлении распределения Больцмана (58.5). Сравнение (59.9) с (58.4) и (59.10) с (58.6) показывает, что при вычислении среднего магнитного момента молекулы можно воспользоваться результатами § 58. Таким образом, усредняя (59.9), находим

$$\langle\mathbf{m}\rangle=\mathbf{B}\frac{|\mathbf{m}_0|}{B}\langle\cos\vartheta\rangle+\sum_i\frac{e}{2c}\langle\left[\mathbf{r}_i\left[\mathbf{\Omega r}_i\right]\right]\rangle, \tag{59.11}$$

где ϑ — угол между векторами $\mathbf{m}_0$ и $\mathbf{B}$. Пользуясь аналогией с диэлектриками, заменим $\langle\cos\vartheta\rangle$ функцией Ланжевена $L\left[|\mathbf{m}_0|B/(kT)\right]$, хотя, строго говоря, такую замену делать нельзя, так как в квантовой теории показывается, что магнитный момент может иметь лишь дискретный набор проекций на направление магнитного поля, причем две ближайшие проекции отличаются на $eh/(4\pi m_e c)$ — *магнетон Бора*. Таким образом, можно сказать, что замена $\langle\cos\vartheta\rangle$ функцией Ланжевена допустима лишь при выполнении неравенства

$$|\mathbf{m}_0|\gg eh/(4\pi m_e c), \tag{59.12}$$

т. е. при достаточно больших магнитных моментах, когда дискретный характер их проекций становится неощутимым. Кроме того, полагая, что каждая молекула содержит Z электронов, которые распределены почти сферически-симметрично, получаем оценку

$$\sum_i\frac{e}{2c}\langle\left[\mathbf{r}_i\left[\mathbf{\Omega r}_i\right]\right]\rangle\approx-\frac{Ze^2}{6m_e c^2}\langle r^2\rangle\mathbf{B}.$$

В результате для среднего магнитного момента молекулы найдем следующее приближенное выражение:

$$\langle\mathbf{m}\rangle\approx\mathbf{B}\left[\frac{|\mathbf{m}_0|}{B}L\left(\frac{|\mathbf{m}_0|B}{kT}\right)-\frac{Ze^2}{6m_e c^2}\langle r^2\rangle\right]. \tag{59.13}$$

В частности, если $|\mathbf{m}_0|B\ll kT$, т. е. если достаточно высока температура T магнетика или же слабо поле $\mathbf{B}$, то можно

---

* Следует отметить, что это не потенциальная энергия взаимодействия, ибо она включает в себя и дополнительную кинетическую энергию, возникающую в соответствии с теоремой Лармора.

воспользоваться приближением $L(x) \approx x/3$ и, умножив (59.13) на концентрацию N молекул, записать намагниченность в виде

$$\mathbf{M} = \frac{1}{3} N \mathbf{B} \left(\frac{m_0^2}{kT} - \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle \right). \tag{59.14}$$

Отсюда нетрудно найти и магнитную проницаемость среды:

$$\mu = \left[1 - \frac{4\pi N}{3} \left(\frac{\mathbf{m}_0^2}{kT} - \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle \right) \right]^{-1}. \tag{59.15}$$

В частности, если при отсутствии магнитного поля молекулы вещества не обладают магнитным моментом, т. е. $\mathbf{m}_0 = 0$, то среда *диамагнитна* и магнитная проницаемость ее описывается *формулой Ланжевена — Паули:*

$$\mu = \left[1 + 2\pi N Ze^2 \langle r^2 \rangle / (3m_e c^2) \right]^{-1} < 1. \tag{59.16}$$

Если же молекулы обладают при отсутствии поля отличным от нуля магнитным моментом $\mathbf{m}_0$, то обычно всегда выполняется неравенство

$$\frac{\mathbf{m}_0^2}{kT} \gg \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle$$

и, согласно (59.15), магнитная проницаемость среды равна

$$\mu = \left[1 - 4\pi N \mathbf{m}_0^2 / (3kT) \right]^{-1} > 1. \tag{59.17}$$

Таким образом, такое вещество оказывается *парамагнитным*. Если учесть, что обычно $\mu - 1 \ll 1$, то магнитную восприимчивость парамагнетика можно представить в виде

$$\chi = C/T, \tag{59.18}$$

где $C = N\mathbf{m}_0^2/(3k)$ — *постоянная Кюри*. Зависимость (59.18) парамагнитной восприимчивости от температуры была впервые экспериментально обнаружена французским физиком П. Кюри в 1895 г. и известна как *закон Кюри*. Теоретически этот закон был обоснован *П. Ланжевеном* в 1905 г.

Задача 59.2. *Вычислить магнитную проницаемость слабомагнитной среды с учетом отличия индукции* $\mathbf{B}'$ *действующего поля от средней индукции* $\mathbf{B}$ *поля. Убедиться, что вычисление* $\mathbf{B}'$ *соответственно по методам Лоренца и Онсагера дает следующие выражения:*

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - 8\pi\mathbf{M}/3, \quad \mathbf{B}' = 3\mathbf{B}/(2\mu + 1). \tag{59.19}$$

§ 60. ТЕОРИЯ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА ПО ВЕЙССУ

Из сильномагнитных веществ мы рассмотрим только *ферромагнетики,* основным свойством которых является способность намагничиваться почти до насыщения даже в относительно слабых магнитных полях порядка 100 Э. Ферромагнетики широко распространены в природе, хотя из чистых химических элементов