

воспользоваться приближением  $L(x) \approx x/3$  и, умножив (59.13) на концентрацию  $N$  молекул, записать намагниченность в виде

$$\mathbf{M} = \frac{1}{3} N \mathbf{B} \left( \frac{m_0^2}{kT} - \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle \right). \quad (59.14)$$

Отсюда нетрудно найти и магнитную проницаемость среды:

$$\mu = \left[ 1 - \frac{4\pi N}{3} \left( \frac{m_0^2}{kT} - \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle \right) \right]^{-1}. \quad (59.15)$$

В частности, если при отсутствии магнитного поля молекулы вещества не обладают магнитным моментом, т. е.  $\mathbf{m}_0 = 0$ , то среда *диамагнитна* и магнитная проницаемость ее описывается *формулой Ланжевена—Паули*:

$$\mu = \left[ 1 + 2\pi N Z e^2 \langle r^2 \rangle / (3m_e c^2) \right]^{-1} < 1. \quad (59.16)$$

Если же молекулы обладают при отсутствии поля отличным от нуля магнитным моментом  $\mathbf{m}_0$ , то обычно всегда выполняется неравенство

$$\frac{m_0^2}{kT} \gg \frac{Ze^2}{2m_e c^2} \langle r^2 \rangle$$

и, согласно (59.15), магнитная проницаемость среды равна

$$\mu = \left[ 1 - 4\pi N m_0^2 / (3kT) \right]^{-1} > 1. \quad (59.17)$$

Таким образом, такое вещество оказывается *парамагнитным*. Если учесть, что обычно  $\mu - 1 \ll 1$ , то магнитную восприимчивость парамагнетика можно представить в виде

$$\chi = C / T, \quad (59.18)$$

где  $C = N m_0^2 / (3k)$  — *постоянная Кюри*. Зависимость (59.18) парамагнитной восприимчивости от температуры была впервые экспериментально обнаружена французским физиком П. Кюри в 1895 г. и известна как *закон Кюри*. Теоретически этот закон был обоснован П. Ланжевеном в 1905 г.

**Задача 59.2.** Вычислить магнитную проницаемость слабомагнитной среды с учетом отличия индукции  $\mathbf{B}'$  действующего поля от средней индукции  $\mathbf{B}$  поля. Убедиться, что вычисление  $\mathbf{B}'$  соответственно по методам Лоренца и Онсагера дает следующие выражения:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - 8\pi \mathbf{M} / 3, \quad \mathbf{B}' = 3\mathbf{B} / (2\mu + 1). \quad (59.19)$$

## § 60. ТЕОРИЯ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА ПО ВЕЙССУ

Из сильномагнитных веществ мы рассмотрим только *ферромагнетики*, основным свойством которых является способность намагничиваться почти до насыщения даже в относительно слабых магнитных полях порядка 100 Э. Ферромагнетики широко распространены в природе, хотя из чистых химических элементов

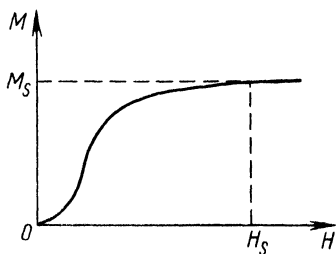


Рис. 60.1

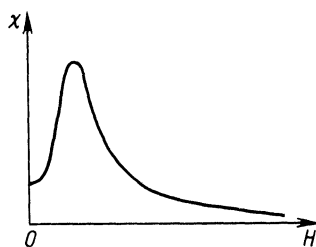


Рис. 60.2

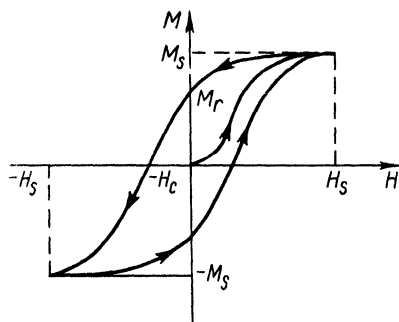


Рис. 60.3

только *шесть* обладают ферромагнитными свойствами. К ним относятся железо, никель, кобальт, гадолиний и при очень низкой температуре — эрбий и диспрозий. Ферромагнитными являются многие сплавы, в том числе и сплавы из неферромагнитных элементов, получившие название гейслеровых.

Перечислим главные свойства ферромагнетиков, обнаруженные на опыте.

1. Ферромагнетики обладают чрезвычайно большой магнитной восприимчивостью  $\chi \sim 10^3 \div 10^5$  и уже в слабых полях приходят в состояние насыщения (рис. 60.1, где  $M_s$  и  $H_s$  — намагниченность и напряженность насыщения). Экспериментально зависимость  $\chi(H)$  (рис. 60.2) впервые была измерена А. Г. Столетовым, который во избежание размагничивающего влияния полюсов использовал тороидальные образцы.

2. Для ферромагнетиков характерны *гистерезисные явления*, обнаруживающиеся при перемагничивании образцов. Это означает, что зависимость  $M(H)$  оказывается функциональной, т. е.  $M$  зависит от всей предыдущей истории изменения  $H(t)$ . В частности, при выключении внешнего магнитного поля наблюдается *остаточная намагниченность*  $M_r = M(0)$ , для уничтожения которой необходимо приложить противоположно направленное поле  $H_c$ , называемое задерживающим полем (или *коэрцитивной силой*) (рис. 60.3).  $H_c$  может быть порядка 1 Э для магнитно-мягких материалов (железо, пермаллой) и порядка 100 Э для магнитно-жестких материалов (хромистая сталь, кобальтовая сталь).

3. В монокристаллических ферромагнитных образцах были обнаружены области самопроизвольного (спонтанного) намагничивания, получившие название *доменов*. Обычно это области правильной формы, намагничение в которых достигает насыщения

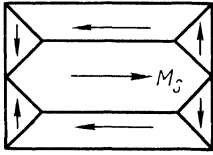


Рис. 60.4

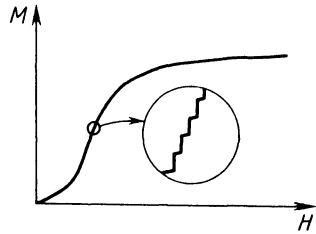


Рис. 60.5

даже при отсутствии внешних магнитных полей. Однако образец в целом, содержащий много по-разному намагниченных доменов, практически не обладает намагниченностью, поскольку магнитный поток каждого домена замыкается на ближайших к нему соседях (рис. 60.4). Реальность существования доменов была подтверждена многими опытами и, в частности, методом порошковых фигур (метод Акулова—Биттера). С помощью этих фигур можно проследить распределение намагниченности на поверхности ферромагнитных кристаллов. Кроме того, детальный анализ хода кривой намагничивания на ее крутом участке показал, что намагниченность меняется скачкообразно при плавном нарастании  $H$  (скачки Баркгаузена, 1919). Возникают эти скачки при перемагничивании отдельных доменов (рис. 60.5).

4. Магнитные свойства ферромагнитных кристаллов оказываются сильно *анизотропными*. В частности, в монокристаллах существует направление легкого намагничивания, обычно совпадающее с кристаллографической осью. При намагничивании кристалла в этом направлении кривая намагничивания идет наиболее круто. Например, в монокристалле кобальта направление легкого намагничивания совпадает с гексагональной осью (рис. 60.6; ось  $OO'$ ). Ход кривых намагничивания при намагничивании кристалла кобальта вдоль этой оси и перпендикулярно изображен на рис. 60.7 (кривые 1 и 2 соответственно).

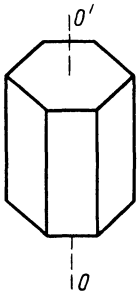


Рис. 60.6

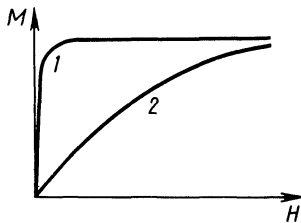


Рис. 60.7

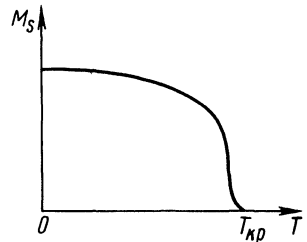


Рис. 60.8

5. Ферромагнитные свойства образцов (в частности, спонтанное намагничение) наблюдаются лишь в кристаллическом состоянии при температуре, не превышающей предельной температуры  $T_C$ , называемой *ферромагнитной точкой Кюри*. При нагревании выше этой температуры спонтанное намагничение исчезает (рис. 60.8) и ферромагнетик становится парамагнетиком, восприимчивость которого меняется по закону *Кюри—Вейсса*

$$\chi = C / (T - \Theta), \quad (60.1)$$

где  $\Theta$  — *парамагнитная точка Кюри*,  $C$  — постоянная Кюри [см. (59.18)]. Опыт показывает, что  $\Theta > T_C$  и разность  $\Theta - T_C$  составляет 15—40 К. Значения  $T_C$  для некоторых материалов приведены в следующей таблице:

Материал	Fe	Co	Ni	Cd	Dy	MnBi	CrTe
$T_C$ , К	1043	1400	631	289	105	630	336

В области низкой температуры ( $T \ll T_C$ ) спонтанная намагниченность изменяется по закону «трех вторых» Ф. Блоха:

$$M_s(T) = M_s(0)(1 - \alpha T^{3/2}), \quad (60.2)$$

где постоянная  $\alpha \sim 10^{-6}$ ;  $M_s(0)$  — намагниченность *абсолютного насыщения*, устанавливающегося в образце при помещении его в чрезвычайно сильное внешнее магнитное поле.

6. В опыте *Эйнштейна—де Гааза* (1915) было установлено, что при перемагничивании ферромагнитного образца он приобретает дополнительный момент импульса

$$\Delta \mathbf{K} = \Delta \mathbf{m} (m_e c) / e$$

вокруг направления перемагничивания, где  $\Delta \mathbf{m}$  — изменение магнитного момента образца. Таким образом, отношение  $|\Delta \mathbf{K}| / |\Delta \mathbf{m}|$  оказалось равным отношению собственных механического и магнитного моментов электрона. Все это указывало на *спиновую природу ферромагнетизма*. Позднее, в работах *Я. И. Френкеля* и *В. Гейзенберга* (1928), было установлено, что это действительно так. Ими было показано, что учет *квантовых обменных сил* приводит к следующей энергии взаимодействия  $U$  двух атомов со спиновыми моментами  $\mathbf{S}_1$  и  $\mathbf{S}_2$ :

$$U = -2\mathcal{J} (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2),$$

где  $\mathcal{J}$  — *обменный интеграл*, который оказывается положительным, если в атомах имеются внутренние незаполненные электронные оболочки, радиус которых меньше радиуса атомов более чем в 1,5 раза. В таком случае, согласно распределению Больцмана, наиболее вероятным состоянием будет то, когда спины

атомов (а значит, и их магнитные моменты) направлены в одну сторону. Таким образом, оказывается выгодным образование областей, в которых магнитные моменты атомов одинаково ориентированы (домены). Очевидно, что беспредельный рост доменов также невыгоден, так как при этом возрастает энергия магнитного поля, порождаемая магнитными моментами атомов. Поэтому в конце концов устанавливаются некоторые промежуточные размеры доменов, в общем случае зависящие от размеров образца.

Итак, мы убедились, что ферромагнетизм является *коллективным эффектом*: если бы в парамагнетике существовало взаимодействие, заставляющее магнитные моменты атомов ориентироваться в одном направлении, то получились бы ферромагнетик. Последовательное описание такого взаимодействия (обменного) возможно только в рамках квантовой теории, однако неплохие качественные результаты получаются и в классической полуфеноменологической теории, с самого начала принимающей гипотезу о существовании этого взаимодействия и определенной его структуре. Описанием ферромагнетизма в рамках такой теории мы и ограничимся.

Впервые представление об особом молекулярном поле, выстраивающем магнитные моменты атомов в ферромагнетике, было введено в 1892 г. русским физиком *Б. Л. Розингом*. Позднее, в 1907 г., французский физик *П. Вейсс* построил теорию, основанную на предположении о том, что индукция действующего магнитного поля в ферромагнетике, названного им *внутренним*, имеет вид

$$\mathbf{V}' = \mathbf{H} + \gamma \mathbf{M}, \quad (60.3)$$

где  $\gamma$  — некоторая постоянная порядка  $10^4$ . Здесь следует отметить, что если бы *молекулярное поле Вейсса* имело магнитное происхождение, то [см. (59.19)] было бы  $\gamma = 4\pi/3 \ll 10^4$ .

Оценить индукцию  $\mathbf{V}'$  внутреннего поля можно из следующих соображений. Очевидно, что тепловое движение атомов противодействует ориентирующему влиянию поля  $\mathbf{V}'$  и при температуре  $T = T_C$  эти эффекты должны быть равными. Допуская, что  $T_C \approx 1000$  К, а магнитный момент атома имеет порядок магнетона Бора  $\mu_B = 0,9 \cdot 10^{-20}$  эрг/Гс, приравниваем тепловую энергию энергии магнитного взаимодействия:

$$\mu_B V' \sim k T_C,$$

откуда  $V' \sim 10^7$  Гс.

В том, что на самом деле в ферромагнетике таких магнитных полей быть не может, убеждает простой расчет. Так как среднее расстояние между атомами  $l \sim 10^{-8}$  см, то индукция магнитного поля примерно равна

$$B \sim \mu_B / l^3 \sim 10^3 \text{ Гс.}$$

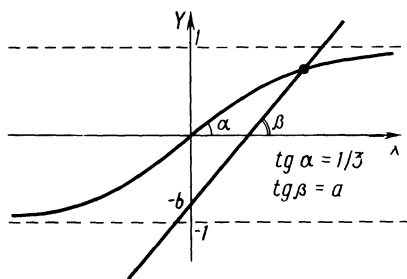


Рис. 60.9

Итак, примем гипотезу Вейсса (60.3) и используем ее для описания отдельной области спонтанного намагничивания, или *области Вейсса* (домена). Если  $\mathbf{m}_0$  — собственный магнитный момент атома, а  $N$  — концентрация атомов, то намагниченность абсолютного насыщения равна  $\mathbf{M}_\infty = N\mathbf{m}_0$ . Дальнейшие рассуждения такие же, как в теории парамагнетизма Ланжевена. В частности, для намагниченности  $\mathbf{M}$  (в предположении, что  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}$  параллельны) получаем

$$M = M_\infty L\left(\frac{|\mathbf{m}_0| B'}{kT}\right) = M_\infty L\left(\frac{|\mathbf{m}_0| H}{kT} + \frac{\gamma |\mathbf{m}_0|}{kT} M\right). \quad (60.4)$$

Соотношение (60.4) можно рассматривать как трансцендентное уравнение относительно  $M$ . Для анализа этого уравнения его удобно представить в параметрической форме, введя новые переменные:

$$x \equiv |\mathbf{m}_0| H / (kT) + \gamma |\mathbf{m}_0| M / (kT), \quad y \equiv M / M_\infty.$$

Тогда

$$y = ax - b = L(x) = \text{cth } x - x^{-1}, \quad (60.5)$$

где  $a = kT / (\gamma |\mathbf{m}_0| M_\infty) = kT / (\gamma \mathbf{m}_0^2 N)$ ,  $b = H / (\gamma M_\infty) = H / (\gamma |\mathbf{m}_0| N)$ .

Графическое решение уравнения (60.5) сводится к нахождению точки пересечения кривой Ланжевена  $y = L(x)$  и прямой  $y = ax - b$  (рис. 60.9). Замечая, что

$$L'(x) = x^{-2} - \text{sh}^{-2} x \leq 1/3,$$

рассмотрим две области значений параметра  $a$ :  $a > 1/3$  и  $a < 1/3$ .

1.  $a > 1/3$  ( $\beta > \alpha$ ).

В этом случае существует единственная точка пересечения, отвечающая *парамагнитной восприимчивости*, т. е. отсутствию спонтанного намагничивания (если  $H=0$ , то  $M=0$ ). Поэтому температура, определяемая условием  $a = 1/3$ , должна играть роль точки Кюри:

$$T_C = \gamma \mathbf{m}_0^2 N / (3k). \quad (60.6)$$

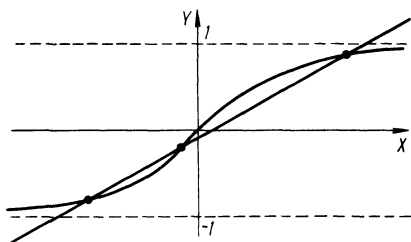


Рис. 60.10

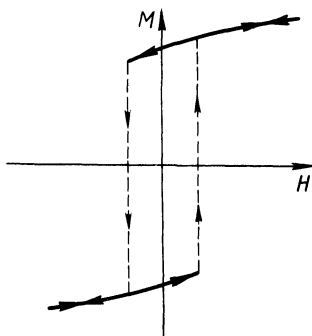


Рис. 60.11

В частности, для высоких температур  $T \gg T_C$ , когда  $x \ll 1$ , можно положить  $L(x) \approx x/3$ , что соответствует  $y = 3b(3a-1)^{-1}$ . В результате получается намагниченность

$$M = M_\infty y = 3HT_C / [\gamma(T - T_C)], \quad (60.7)$$

изменяющаяся с температурой по закону Кюри—Вейсса (60.1), в котором ферромагнитная и парамагнитная точки Кюри совпадают (последнее говорит о грубости теории Вейсса).

2.  $a < 1/3$  ( $\beta < \alpha$ ).

В этом случае при малых магнитных полях ( $b \ll 1$ ) возможны три точки пересечения (рис. 60.10), но из них только одна термодинамически устойчива. Так, при  $H \geq 0$  устойчива точка, отвечающая  $M > 0$ . Это и есть область спонтанного намагничения. В частности, если  $H = 0$  и  $T \ll T_C$ , т. е.  $b = 0$ ,  $a \ll 1$  и  $x \gg 1$ , то получается уравнение

$$ax = L(x) \approx 1 - x^{-1},$$

откуда  $x \approx a^{-1} - 1$  и  $y = ax \approx 1 - a$ , что соответствует линейной зависимости спонтанной намагниченности от температуры:

$$M = M_\infty [1 - T/(3T_C)]. \quad (60.8)$$

Таким образом, в теории Вейсса не получается закон «трех вторых» Блоха.

Если изменить направление приложенного внешнего поля, т. е. взять  $H < 0$ , то термодинамически устойчивой становится точка, отвечающая минимальному значению  $M < 0$ . Иначе говоря, область Вейсса будет перемагничиваться. Далее, поскольку при достаточно больших  $H < 0$  решение с  $M > 0$  пропадает, зависимость  $M(H)$  будет разрывной (рис. 60.11), чем и объясняются скачки Баркгаузена.

Таким образом, уже для элементарных областей Вейсса возникает явление гистерезиса. Если же предположить, что

реальный макроскопический образец состоит из многих областей Вейсса (доменов), то нетрудно видеть, что при его перемагничивании также наблюдается явление гистерезиса, хотя оно и осложнено эффектами анизотропии, наличием дефектов кристаллической решетки и т. д. Гладкая кривая (петля гистерезиса) получается при этом усреднением по многим областям Вейсса (см. рис. 60.5).

## § 61. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ДИСПЕРСИИ И ПОГЛОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В оптике хорошо известно явление *дисперсии света*, т. е. зависимость скорости  $v_\phi$  распространения света в среде от его частоты  $\omega$ . Так как [см. (38.4)]

$$v_\phi = c / \sqrt{\epsilon\mu} \equiv c/n,$$

то показатель преломления среды  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  также зависит от частоты. Подобная зависимость наблюдается не только в оптическом диапазоне, но и для электромагнитных волн любых других частот. Первое удовлетворительное объяснение явления дисперсии и одновременно поглощения электромагнитных волн в средах было дано в рамках электронной теории Лоренца.

Очевидно, что явление дисперсии в первую очередь связано с влиянием электромагнитного поля распространяющейся в среде волны на дипольные моменты молекул:  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \alpha \mathbf{E}'$ . Для упрощения примем, что молекулы достаточно массивны, а частота  $\omega$  достаточно велика, поэтому можно пренебречь изменением  $\mathbf{p}_0$  со временем. Таким образом, будем учитывать лишь индуцированный дипольный момент  $\alpha \mathbf{E}'$ .

В качестве модели молекулы рассмотрим отдельный электрон с зарядом  $e$  и массой  $m_e$ , смещенный на  $\mathbf{r}(t)$  относительно положительно заряженного остова. Если скорость электрона мала по сравнению со скоростью света, т. е.  $|\dot{\mathbf{r}}| \ll c$ , то в выражении для силы Лоренца  $e(\mathbf{E}' + c^{-1}[\dot{\mathbf{r}}\mathbf{B}'])$  можно пренебречь вкладом магнитной индукции  $\mathbf{B}'$  волны, поскольку  $B' \sim E'$ . Принимая еще, что электрон удерживается в молекуле квазиупругой силой  $-\mathbf{k}\mathbf{r}$ , и учитывая силу реакции излучения, запишем уравнение движения электрона в виде

$$m_e \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{k}\mathbf{r} = e\mathbf{E}' + 2e^2 \ddot{\mathbf{r}} / (3c^3). \quad (61.1)$$

Решение этого уравнения можно использовать для вычисления полной плотности тока  $\mathbf{j}^{\text{полн}}$  в среде, если предположить, что основной вклад в нее дают электроны. В частности, считая среду однородной с электронной концентрацией  $N_e$ , имеем

$$\mathbf{j}^{\text{полн}} = \langle \mathbf{j}^{\text{микр}} \rangle = N_e e \dot{\mathbf{r}}. \quad (61.2)$$

Запишем теперь усредненные уравнения Максвелла — Лоренца (57.6):