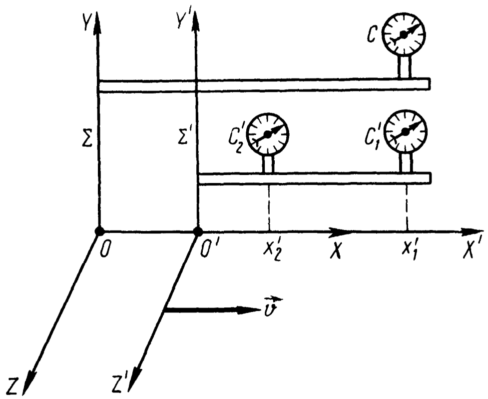

Рис 70 2

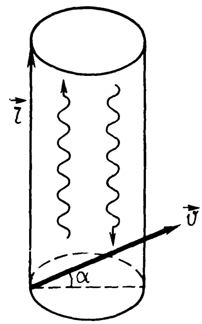

Рис 70 3

Как мы убедились, эффект замедления хода движущихся часов можно получить из эффекта сокращения движущихся масштабов, и поэтому относительный, обратимый характер обоих эффектов обусловлен одной и той же причиной — относительностью одновременности пространственно разобщенных событий.

Формула (70.1) впервые была экспериментально проверена при исследовании космического излучения. В верхних слоях атмосферы оно представляет собой в основном быстрые протоны. При их торможении происходит интенсивное рождение более легких заряженных частиц, в частности электронов e^-, позитронов e^+ и μ^+-мезонов (мюонов). Последние нестабильны и распадаются по закону

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \bar{\nu},$$

переходя в пару нейтрино-антинейтрино $\nu\bar{\nu}$ и электрон (позитрон). Период полураспада для медленных мюонов составляет примерно $\tau_0 = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ с. За это время мюоны, даже если бы они двигались со скоростью света, сумели бы проникнуть в атмосферу лишь на глубину $l = c\tau_0 \approx 0{,}66$ км, т. е. не достигли бы поверхности Земли. На самом же деле интенсивный поток быстрых мюонов обнаруживается и вблизи Земли, что говорит об увеличении времени жизни быстрых мюонов по сравнению с медленными.

Замедление времени, выражаемое формулой (70.1), повседневно проверяется при измерениях времен жизни нестабильных элементарных частиц, порождаемых в экспериментах с высокоэнергичными частицами, получаемыми на ускорителях.

§ 71. ПАРАДОКС ЧАСОВ

В § 70 мы установили, что эффект замедления хода часов, равномерно движущихся относительно системы отсчета наблюдателя, сам по себе еще не является парадоксальным, так как объясняется относительностью одновременности пространственно разобщенных событий. Однако забвение этого обстоятельства или слишком вольное с ним обращение иногда приводят к противоречию, обычно формулируемому в виде *парадокса часов*, или *парадокса близнецов*. Суть его состоит в следующем.

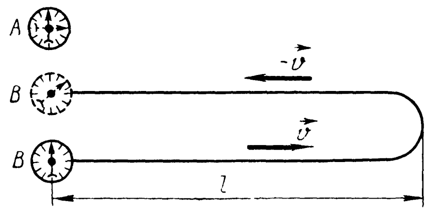

Рис 71 1

Пусть имеется двое часов A и B, причем с часами A связана инерциальная система отсчета Σ, считающаяся неподвижной. Часы B первоначально находились вместе с часами A, но затем были отнесены от них на достаточно большое расстояние l и вновь возвращены к часам A. Для простоты допустим, что часы B удалялись и возвращались с одной и той же постоянной скоростью v, а время, в течение которого их скорость изменялась, мало по сравнению с $2l/v$ (рис. 71.1).

В этом приближении время путешествия часов B, измеренное часами A, очевидно, равно

$$\tau = 2l/v. \tag{71.1}$$

Между тем часы B [см. (70.1)] отсчитают время

$$\tau_0 = \tau\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}, \tag{71.2}$$

если считать, что испытываемое ими ускорение мало и почти не влияет на их ход. Следовательно, по возвращении из путешествия показания часов B будут меньше показаний часов A на

$$\Delta\tau = \tau - \tau_0 = \frac{2l}{v}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right). \tag{71.3}$$

Если расстояние l достаточно велико, то это время может быть весьма значительным даже при движении с нерелятивистской скоростью $v \ll c$. Действительно, в этом случае

$$\Delta\tau \approx lv/c^2. \tag{71.4}$$

Парадокс возникает, если в соответствии с принципом относительности повторить рассуждения, принимая неподвижными не часы A, а часы B. Тогда представляется, что на то же самое время $\Delta\tau$ показания часов A должны быть меньше показаний часов B. Но в действительности отстать должны лишь вполне определенные часы, поскольку в конце эксперимента часы A и B оказываются в одной точке и связь их показаний является реальным фактом, не зависящим от процедуры измерения.

Если меньшими оказались показания часов B, то это означает, что в системе Σ', связанной с ними, все процессы, в том числе и биологические, шли замедленно. Поэтому если одного из двух

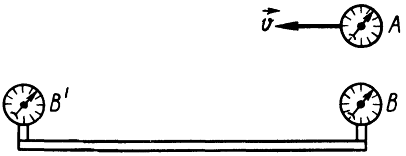

Рис. 71.2

близнецов поместить в систему Σ, а другого — в Σ', то второй близнец вернется из путешествия более молодым, чем первый. Однако при выборе в качестве исходной системы Σ' более молодым должен оказаться именно первый близнец.

Парадокс разрешается тем, что в действительности системы Σ и Σ' неравноправны, так как система Σ' неинерциальна вследствие изменения скорости часов B. Поэтому при описании эксперимента в системе Σ' нельзя уже использовать формулу (70.1), выведенную в предположении инерциальности системы отсчета наблюдателя. При торможении часов B, очевидно, должна быть по-новому произведена синхронизация часов в системе Σ' и возникшее таким образом рассогласование приведет к замедлению хода часов B по сравнению с часами A.

Чтобы в этом убедиться, установим в системе Σ' часы B и B' на расстоянии $l\sqrt{1-v^2/c^2}$ (именно на такое расстояние в системе Σ' должны удалиться часы A), показания которых мы будем сравнивать с показаниями часов A. Вследствие симметрии процесса рассмотрим только первую его половину, когда часы удаляются друг от друга и тормозятся (рис. 71.2). Пока система Σ' движется с постоянной скоростью v и является инерциальной, показания часов B и B', измеренные в системе Σ, должны различаться на Δt, определяемое формулой (69.4):

$$\Delta t = \gamma l\left(1-v^2/c^2\right)^{1/2} v/c^2 = lv/c^2. \qquad (71.5)$$

Именно это рассогласование и должно быть учтено при торможении системы Σ'. В самом деле, в момент торможения часы B', очевидно, должны показывать время $\tau'_0 = (l/v)\sqrt{1-v^2/c^2}$, тогда как часы A, совмещенные с ними, в соответствии с формулой (70.1) должны были бы показывать время $\tau' = (l/v)(1-v^2/c^2)$. Однако, как мы уже выяснили, при торможении системы Σ' пользоваться этой формулой нельзя, так как синхронизацию часов B и B' необходимо произвести по-новому. Поэтому истинное показание часов A в момент торможения отличается от τ' именно на величину рассогласования (71.5) и равно

$$\tau' + \Delta t = l/v. \qquad (71.6)$$

Отсюда легко вывести, что разность показаний часов A и B с учетом второй половины процесса вновь описывается формулой (71.3). Этот эффект был подтвержден прямыми опытами, в которых сравнивались показания цезиевых часов, находившихся на реактивном самолете, облетевшем вокруг Земли, и таких же часов, остававшихся на Земле*.

§ 72. ЧЕТЫРЕХМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Пространство и время всегда выступают неизменными спутниками при описании физических процессов. Поэтому мысль об их объединении в единое четырехмерное многообразие возникла довольно давно. Еще в 1764 г. *Ж. А. Даламбер* писал об этом в своей статье «Размерность» во французской энциклопедии. Однако геометрическое описание такого многообразия во времена Даламбера выглядело бы очень искусственно, так как при своем физическом обосновании оно могло опираться только на классическую механику и лежащий в ее основе принцип относительности Галилея. Замечая, что относительно преобразований Галилея остаются инвариантными как расстояние между двумя точками $R=|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|$, так и промежуток времени между двумя событиями $T=t_2-t_1$, в качестве «расстояния» между двумя пространственно-временны́ми точками $(t_1, \mathbf{r}_1)$ и $(t_2, \mathbf{r}_2)$ можно было бы взять некоторую положительную функцию R и T. В частности, выбор «расстояния» в виде

$$s^{\text{евкл}}=\left(R^2+\alpha^2 T^2\right)^{1/2}, \tag{72.1}$$

где α — некоторая постоянная с размерностью скорости, отвечал бы *эвклидову* варианту геометрии пространства-времени. Физический смысл постоянной α в этой схеме остается неясным, что и подтверждает ее искусственность.

Совершенно в ином свете предстает эта проблема, если привлечь принцип относительности Эйнштейна. Оказывается, что, хотя величины R и T изменяются при преобразованиях Лоренца, из них единственным образом строится инвариантная квадратичная форма

$$s^2=c^2T^2-R^2=c^2\left(t_2-t_1\right)^2-|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^2. \tag{72.2}$$

Задача 72.1. *Убедиться в инвариантности квадратичной формы* (72.2) *при преобразованиях Лоренца.*

Опираясь на этот факт, известный геометр *Г. Минковский* построил новую геометрию пространства-времени. Так, в своей статье 1907 г. и в выступлении 1908 г. в Кельне на собрании немецких естествоиспытателей и врачей**, он предложил в качестве «расстояния» между двумя пространственно-временны́ми точками взять величину

$$s=\left[c^2\left(t_2-t_1\right)^2-|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^2\right]^{1/2}, \tag{72.3}$$

---

* *Hafele J. C., Keating R. E.* Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains — Science, 1972, v. **177**, № 4044, p. 168.

** См.: *Минковский Г.* Пространство и время.— В сб.: Принцип относительности. М., 1973. С. 167.