Поэтому для совокупности фотонов неравенство (91.12) принимает вид

$$\mathscr{M} \geqslant 0, \tag{91.15}$$

т. е. собственная масса произвольного поля излучения, вообще говоря, отлична от нуля, хотя собственные массы отдельных фотонов, составляющих это поле, равны нулю. Этот результат легко понять, если с учетом (91.13) записать собственную массу совокупности фотонов*:

$$\mathscr{M} = \frac{1}{c^2}\left[\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i E_i \mathbf{s}_i\right)^2\right]^{1/2} = \frac{1}{c^2}\left\{\sum_{ik} E_i E_k \left[1 - (\mathbf{s}_i \mathbf{s}_k)\right]\right\}^{1/2}. \tag{91.16}$$

Это выражение равно нулю только в том случае, когда все векторы $\mathbf{s}_i$ одинаково направлены, т. е. все фотоны движутся в одном направлении. В общем же случае произвольно движущихся фотонов $(\mathbf{s}_i \mathbf{s}_k) < 1$ и $\mathscr{M} > 0$.

Задача 91.1. *Частица с массой $\mathscr{M}_1$ налетает на неподвижную частицу с массой $\mathscr{M}_2$ (мишень), и в результате их столкновения рождаются частицы с массами $\mathscr{M}'_i \neq 0$ $(i = 1, 2, \ldots)$, т. е. идет реакция $\mathscr{M}_1 + \mathscr{M}_2 \to \sum_i \mathscr{M}'_i$. Найти порог реакции T_0, т. е. минимальную кинетическую энергию налетающей частицы, при которой данная реакция может идти.*

Задача 91.2. *При описании реакций типа $\mathscr{M}_1 + \mathscr{M}_2 \to \mathscr{M}_3 + \mathscr{M}_4$ удобно использовать инвариантные переменные Мандельштама*

$$s = (\mathscr{P}_1 + \mathscr{P}_2)^2, \quad t = (\mathscr{P}_1 - \mathscr{P}_3)^2, \quad u = (\mathscr{P}_2 - \mathscr{P}_3)^2.$$

Показать, что они удовлетворяют тождеству $s + t + u = \sum_{i=1}^{4} \mathscr{M}_i^2 c^2$, в свою очередь эквивалентному тождеству

$$(\mathscr{P}_1 \mathscr{P}_2) - (\mathscr{P}_1 \mathscr{P}_3) - (\mathscr{P}_2 \mathscr{P}_3) = (\mathscr{M}_4^2 - \mathscr{M}_1^2 - \mathscr{M}_2^2 - \mathscr{M}_3^2)\, c^2/2. \tag{91.17}$$

Задача 91.3. *Найти порог реакции $\mathscr{M}_1 + \mathscr{M}_2 \to \sum_i \mathscr{M}'_i + \gamma$, в которой рождается фотон γ с энергией E и частицы с массами $\mathscr{M}'_i \neq 0$.*

§ 92. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Изучим более подробно релятивистский закон сохранения энергии для системы частиц и полей, выражаемый равенством (91.5):

$$\sum_n E_n + E_\mathrm{f} = E = \mathrm{const}. \tag{92.1}$$

Чтобы выяснить физический смысл входящих сюда величин, запишем $\sum_n E_n$ в нерелятивистском приближении, полагая $\beta_n \ll 1$:

$$\sum_n E_n = \sum_n \mathscr{M}_n c^2 (1 - \beta_n^2)^{-1/2} \approx \sum_n (\mathscr{M}_n c^2 + \mathscr{M}_n u_n^2/2). \tag{92.2}$$

* См. также задачу **89.1**.

Что касается полевой энергии E_f, то ее всегда можно представить в виде энергии взаимодействия источников, если предварительно выразить поля через источники, решив уравнения поля. Поэтому в нерелятивистском приближении полевая энергия E_f переходит в потенциальную энергию U взаимодействия частиц, как это имеет место, например, в электродинамике в квазистационарном случае (см. § 51) и как это видно из выражения (87.6) для гамильтониана заряда во внешнем электромагнитном поле. Таким образом, в нерелятивистском приближении

$$E=\sum_n \mathscr{M}_n c^2+\left(\sum_n \mathscr{M}_n u_n^2/2+U\right)\equiv\sum_n \mathscr{M}_n c^2+E^{\text{нер}}, \qquad (92.3)$$

где $E^{\text{нер}}$ — обычная нерелятивистская энергия системы взаимодействующих частиц.

Отсюда следует, что если не наблюдается превращений частиц друг в друга, т. е. $\sum\limits_n \mathscr{M}_n$ остается неизменной, то в нерелятивистском приближении справедлив обычный закон сохранения энергии: $E^{\text{нер}}=\text{const}$. Однако в том случае, когда наблюдаются взаимопревращения частиц, $\sum\limits_n \mathscr{M}_n$ может измениться и закон сохранения энергии должен формулироваться в виде (92.3.).

Учитывая все сказанное, в релятивистском случае удобно ввести понятие *активной энергии*

$$\mathscr{E}\equiv E-\mu c^2, \qquad (92.4)$$

где $\mu\equiv\sum\limits_i \mathscr{M}_i$ (все поля заменяются соответствующими частицами — квантами поля). Нетрудно видеть, что в нерелятивистском приближении при отсутствии превращений частиц активная энергия играет роль полной энергии и в различных макроскопических процессах именно она переходит в тепловую энергию. В связи с этим активную энергию вполне обоснованно можно назвать энергией в термодинамическом смысле.

При превращениях частиц активная энергия изменяется на величину

$$\Delta\mathscr{E}=-\Delta\mu c^2, \qquad (92.5)$$

называемую *энергетическим выходом реакции*. Таким образом, *всякое уменьшение суммы собственных энергий системы частиц сопровождается увеличением активной энергии.* Этот закон порождения активной энергии системы за счет собственных энергий составляющих ее частиц лежит в основе всей ядерной энергетики. Для его иллюстрации обратимся к некоторым простейшим примерам.

Начнем с наиболее важной в практическом отношении ядерной реакции деления, которая осуществляется в топках атомных электростанций — атомных реакторах. Эта реакция происходит следующим образом. Ядро урана-235, поглощая медленный нейтрон, переходит в короткоживущее ядро урана-236, которое делится на два тяжелых ядра-осколка, испуская при этом два-три нейтрона. Например, если испускаются два нейтрона и образуются ядра стронция-94 и ксенона-140, эта реакция записывается следующим образом:

$$\mathrm{n}+{}^{235}\mathrm{U}\to{}^{236}\mathrm{U}\to{}^{94}\mathrm{Sr}+{}^{140}\mathrm{Xe}+2\mathrm{n}.$$

Применяя формулу (92.5), для энергетического выхода реакции получаем выражение

$$\Delta\mathscr{E}=c^2\left(\mathscr{M}_{\mathrm{U}}-\mathscr{M}_{\mathrm{Sr}}-\mathscr{M}_{\mathrm{Xe}}-\mathscr{M}_{\mathrm{n}}\right). \tag{92.6}$$

Формулу (92.6) можно упростить, если ввести понятие *энергии связи ядра* $E^{\text{св}}$, которая только знаком отличается от активной энергии ядра, рассматриваемого как совокупность нуклонов. Так, если ядро имеет атомный номер A и состоит из Z протонов и $A-Z$ нейтронов, то его энергия связи равна

$$E_{\mathrm{A}}^{\text{св}}\equiv-\mathscr{E}_{\mathrm{A}}=\left[\mathscr{M}_{\mathrm{p}}Z+\mathscr{M}_{\mathrm{n}}(A-Z)\right]c^2-\mathscr{M}_{\mathrm{A}}c^2, \tag{92.7}$$

где $\mathscr{M}_{\mathrm{p}}$ и $\mathscr{M}_{\mathrm{n}}$ — собственные массы протона и нейтрона соответственно. С помощью (92.7) формулу (92.6) можно привести к практически более удобному виду:

$$\Delta\mathscr{E}=\mathscr{E}_{\mathrm{U}}-\mathscr{E}_{\mathrm{Sr}}-\mathscr{E}_{\mathrm{Xe}}. \tag{92.8}$$

Используя опытные данные по энергиям связи интересующих нас ядер [${}^{235}\mathrm{U}$(1746 МэВ), ${}^{94}\mathrm{Sr}$(799 МэВ), ${}^{140}\mathrm{Xe}$(1141 МэВ)], для активной энергии, выделяющейся в урановом котле при каждом акте деления, находим $\Delta\mathscr{E}\approx194$ МэВ.

В качестве второго простейшего примера рассмотрим реакцию аннигиляции электрона и позитрона, т. е. их превращение в два фотона:

$$e^-+e^+\to2\gamma.$$

Очевидно, $\Delta\mu=-2\mathscr{M}_{\mathrm{e}}$, так как фотон не имеет собственной массы. Таким образом, выделяющаяся активная энергия равна

$$\Delta\mathscr{E}=2\mathscr{M}_{\mathrm{e}}c^2\approx1\ \text{МэВ}. \tag{92.9}$$

Часто в физической литературе процесс порождения активной энергии при превращениях частиц, сопровождающихся изменением суммы их собственных масс, называют «превращением массы в энергию». Однако подобная терминология не выражает содержания данного процесса и может привести лишь к ошибочным философским выводам о якобы исчезающей материи или уничтожимом движении. На самом деле во всех таких процессах не изменяется ни релятивистская энергия E, ни релятивистская собственная масса системы $\mathscr{M}$, т. е. никаких превращений массы в энергию не происходит. Если все же процесс порождения активной энергии обозначать термином «превращение», то можно лишь говорить о *превращении скрытой внутренней энергии системы в ее активную форму*. Мерой скрытой внутренней энергии системы является при этом сумма собственных энергий отдельных составных частей системы.

Задача 92.1. *Фотонный звездолет массы $\mathscr{M}$, работающий на реакции $e^+ + e^- \to 2\gamma$, имеет параболический отражатель с фокусом a и радиусом раствора R. Каждую секунду вблизи фокуса происходит N аннигиляций электронов и позитронов, поступающих туда навстречу друг другу со скоростью v. Найти силу тяги двигателя и закон изменения скорости звездолета со временем.*

§ 93. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ВСТРЕЧНЫЕ ПУЧКИ

Одним из основных источников получения частиц высоких энергий в лабораторных условиях являются ускорители элементарных частиц. Современные ускорители представляют собой грандиозные сооружения, строительство и обслуживание которых требуют колоссальных затрат средств и энергетических ресурсов. О масштабах этих затрат можно судить на основании элементарной формулы

$$E = eBR,$$

вытекающей из (86.16) и выражающей энергию E ультрарелятивистской заряженной частицы, движущейся в магнитном поле B. Из этой формулы видно, что размеры ускорителя R растут линейно с энергией частицы, поскольку технических возможностей для увеличения магнитных полей в настоящее время почти не существует. Все это заставляет физиков либо искать новые методы ускорения элементарных частиц, либо более эффективно использовать частицы уже достигнутых энергий.

Последнее как раз и осуществляется в ускорителях на встречных пучках. Если в обычных ускорителях пучок ускоренных частиц направляется на неподвижную мишень, то здесь осуществляется лобовое столкновение двух встречных пучков (это могут быть либо пучки от двух отдельных ускорителей, либо, если это частицы разных по знаку зарядов, два встречных пучка в одном накопительном кольце). Оказывается, что таким способом — при заданной энергии ускоряемого пучка, значение которой ограничивается параметрами ускорителя,— можно многократно увеличить долю активной энергии, идущую на порождение новых элементарных частиц.

Чтобы проиллюстрировать возможности ускорителей на встречных пучках, рассмотрим процесс лобового столкновения двух частиц с массами $\mathscr{M}_1$ и $\mathscr{M}_2$. Пусть $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ и $\mathscr{P}'_1$, $\mathscr{P}'_2$ суть 4-импульсы наших частиц соответственно в лабораторной системе отсчета, где $\mathbf{P}_2 = 0$, и в системе центра масс, где $\mathbf{P}'_1 = -\mathbf{P}'_2$. Запишем в обеих системах очевидный инвариант