собственная масса системы $\mathscr{M}$, т. е. никаких превращений массы в энергию не происходит. Если все же процесс порождения активной энергии обозначать термином «превращение», то можно лишь говорить о *превращении скрытой внутренней энергии системы в ее активную форму*. Мерой скрытой внутренней энергии системы является при этом сумма собственных энергий отдельных составных частей системы.

Задача 92.1. *Фотонный звездолет массы $\mathscr{M}$, работающий на реакции $e^+ + e^- \to 2\gamma$, имеет параболический отражатель с фокусом a и радиусом раствора R. Каждую секунду вблизи фокуса происходит N аннигиляций электронов и позитронов, поступающих туда навстречу друг другу со скоростью v. Найти силу тяги двигателя и закон изменения скорости звездолета со временем.*

§ 93. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ВСТРЕЧНЫЕ ПУЧКИ

Одним из основных источников получения частиц высоких энергий в лабораторных условиях являются ускорители элементарных частиц. Современные ускорители представляют собой грандиозные сооружения, строительство и обслуживание которых требуют колоссальных затрат средств и энергетических ресурсов. О масштабах этих затрат можно судить на основании элементарной формулы

$$E = eBR,$$

вытекающей из (86.16) и выражающей энергию E ультрарелятивистской заряженной частицы, движущейся в магнитном поле B. Из этой формулы видно, что размеры ускорителя R растут линейно с энергией частицы, поскольку технических возможностей для увеличения магнитных полей в настоящее время почти не существует. Все это заставляет физиков либо искать новые методы ускорения элементарных частиц, либо более эффективно использовать частицы уже достигнутых энергий.

Последнее как раз и осуществляется в ускорителях на встречных пучках. Если в обычных ускорителях пучок ускоренных частиц направляется на неподвижную мишень, то здесь осуществляется лобовое столкновение двух встречных пучков (это могут быть либо пучки от двух отдельных ускорителей, либо, если это частицы разных по знаку зарядов, два встречных пучка в одном накопительном кольце). Оказывается, что таким способом — при заданной энергии ускоряемого пучка, значение которой ограничивается параметрами ускорителя,— можно многократно увеличить долю активной энергии, идущую на порождение новых элементарных частиц.

Чтобы проиллюстрировать возможности ускорителей на встречных пучках, рассмотрим процесс лобового столкновения двух частиц с массами $\mathscr{M}_1$ и $\mathscr{M}_2$. Пусть $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ и $\mathscr{P}'_1$, $\mathscr{P}'_2$ суть 4-импульсы наших частиц соответственно в лабораторной системе отсчета, где $\mathbf{P}_2 = 0$, и в системе центра масс, где $\mathbf{P}'_1 = -\mathbf{P}'_2$. Запишем в обеих системах очевидный инвариант

$$(\mathscr{P}_1\mathscr{P}_2)=(\mathscr{P}'_1\mathscr{P}'_2). \tag{93.1}$$

Тогда

$$E_1\mathscr{M}_2=E'_1E'_2/c^2+(\mathbf{P}'_1)^2,$$

откуда, замечая, что

$$(\mathbf{P}'_1)^2=(\mathbf{P}'_2)^2=(E'^2_1+E'^2_2)/(2c^2)-(\mathscr{M}^2_1+\mathscr{M}^2_2)c^2/2,$$

находим

$$E_1\mathscr{M}_2=(E'_1+E'_2)^2/(2c^2)-(\mathscr{M}^2_1+\mathscr{M}^2_2)c^2/2. \tag{93.2}$$

Вводя активные энергии частиц, т. е. полагая

$$\mathscr{E}\equiv E_1-\mathscr{M}_1c^2,\ 2\mathscr{E}'\equiv E'_1+E'_2-(\mathscr{M}_1+\mathscr{M}_2)c^2,$$

из (93.2) получим

$$\mathscr{E}\mathscr{M}_2c^2=2\mathscr{E}'^2+2\mathscr{E}'(\mathscr{M}_1+\mathscr{M}_2)c^2. \tag{93.3}$$

Для анализа этой формулы удобно перейти к безразмерным переменным $\varepsilon=\mathscr{E}/(\mathscr{M}_2c^2)$, $\varepsilon'=\mathscr{E}'/(\mathscr{M}_2c^2)$. Тогда (93.3) принимает вид

$$\varepsilon=2\varepsilon'^2+2\varepsilon'(1+\mathscr{M}_1/\mathscr{M}_2). \tag{93.4}$$

В нерелятивистском случае $\varepsilon'\ll 1$ и поэтому

$$\varepsilon\approx 2\varepsilon'(1+\mathscr{M}_1/\mathscr{M}_2), \tag{93.5}$$

что для частиц одинаковой массы соответствует хорошо известному учетверению кинетической энергии при удвоении скорости. Однако в ультрарелятивистском случае, когда $\varepsilon'\gg 1$, можно считать

$$\varepsilon\approx 2\varepsilon'^2, \tag{93.6}$$

т. е. $\varepsilon\gg\varepsilon'$. Это означает, что относительно незначительные затраты активной энергии ($2\varepsilon'$) при столкновении встречных пучков оказываются по своей эффективности эквивалентными намного большим (в ε' раз) затратам активной энергии (ε) в случае падения на неподвижную мишень. Это обстоятельство говорит о чрезвычайной эффективности ускорителей на встречных пучках в ультрарелятивистской области.

§ 94. ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Как и уравнения механики, уравнения Максвелла могут быть записаны в лагранжевой форме, часто применяемой в современной теории поля. Для вывода полевых уравнений Лагранжа экономнее всего воспользоваться принципом наименьшего действия, или вариационным принципом. Важным преимуществом вариационного подхода является единообразие вывода как уравнений поля, так и вытекающих из них законов сохранения. Ради общности разумно сформулировать вариационный принцип для произвольного поля, а электромагнитное поле рассмотреть в качестве примера, иллюстрирующего общий метод.

Пусть некоторое поле описывается n независимыми функциями $u_s(x)$, $s=1$, 2, ..., n, пространственно-временны́х координат. В основе вариационного подхода